

MEDICIÓN Y CONFRONTACIÓN: UNA ACTIVIDAD DE CONTROL AL EMERGER LAS DIFERENTES REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS

**Rosa-Elvira Páez^a, Magally Martínez^b,
Miguel Delgado^c, Judith Hernández^d**

^aUniversidad Autónoma de la Ciudad de México, México;

^bUniversidad Autónoma del Estado de México, México;

^cUniversidad Nacional de Educación a Distancia, España;

^dUniversidad Autónoma de Zacatecas, México

EXIDO 24, Octubre 17 de 2024



PLAN DE PRESENTACIÓN

- El contexto de la actividad didáctica
- Diseño de actividades didácticas para el trabajo activo de los estudiantes con artefactos tangibles. Exploración guiada
- Espacios de trabajo matemático (ETM)
- El contexto de la experiencia didáctica
- Noción inicial de variación
- La medición y confrontación
- GeoGebra
- Nuevos desafíos

EL CONTEXTO DE LA ACTIVIDAD DIDACTICA

- Situación hipotética tomada de Delgado y Martínez (2023), presentada a los estudiantes en un lenguaje natural:

«Una hormiga sale de su hormiguero, el cual está en un punto sobre el perímetro de un cuadrado. Si anda, lo hace sólo por este perímetro sin retroceder»

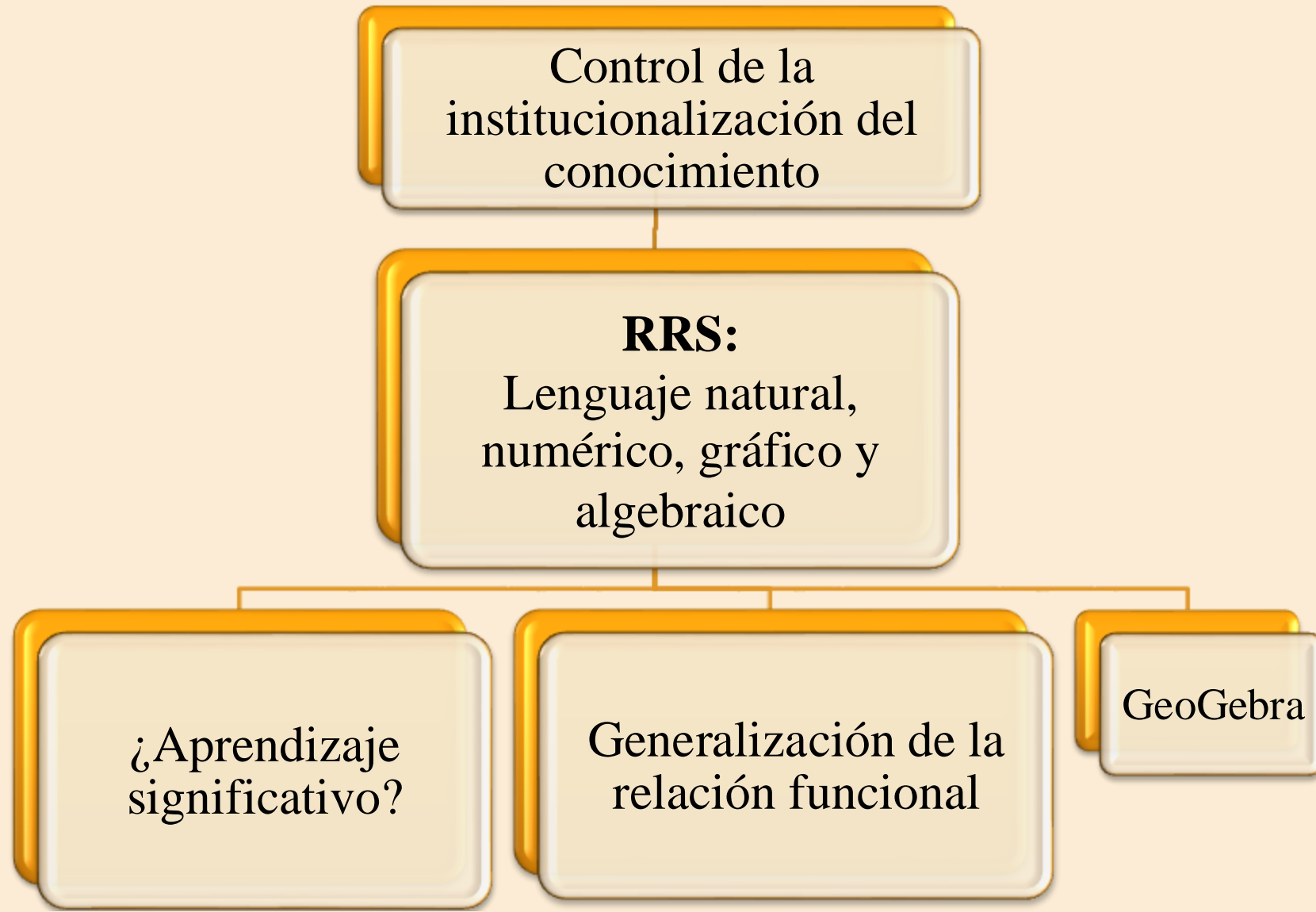
- Se diseñaron cuatro actividades didácticas con estructura de exploración guiada (Carrión, et al. 2016), adaptadas para hacer uso de artefactos materiales (hoja blanca y regla), tomando como punto de partida experimental la situación idealizada de una hormiga.

DISEÑO DE ACTIVIDADES DIDACTICAS

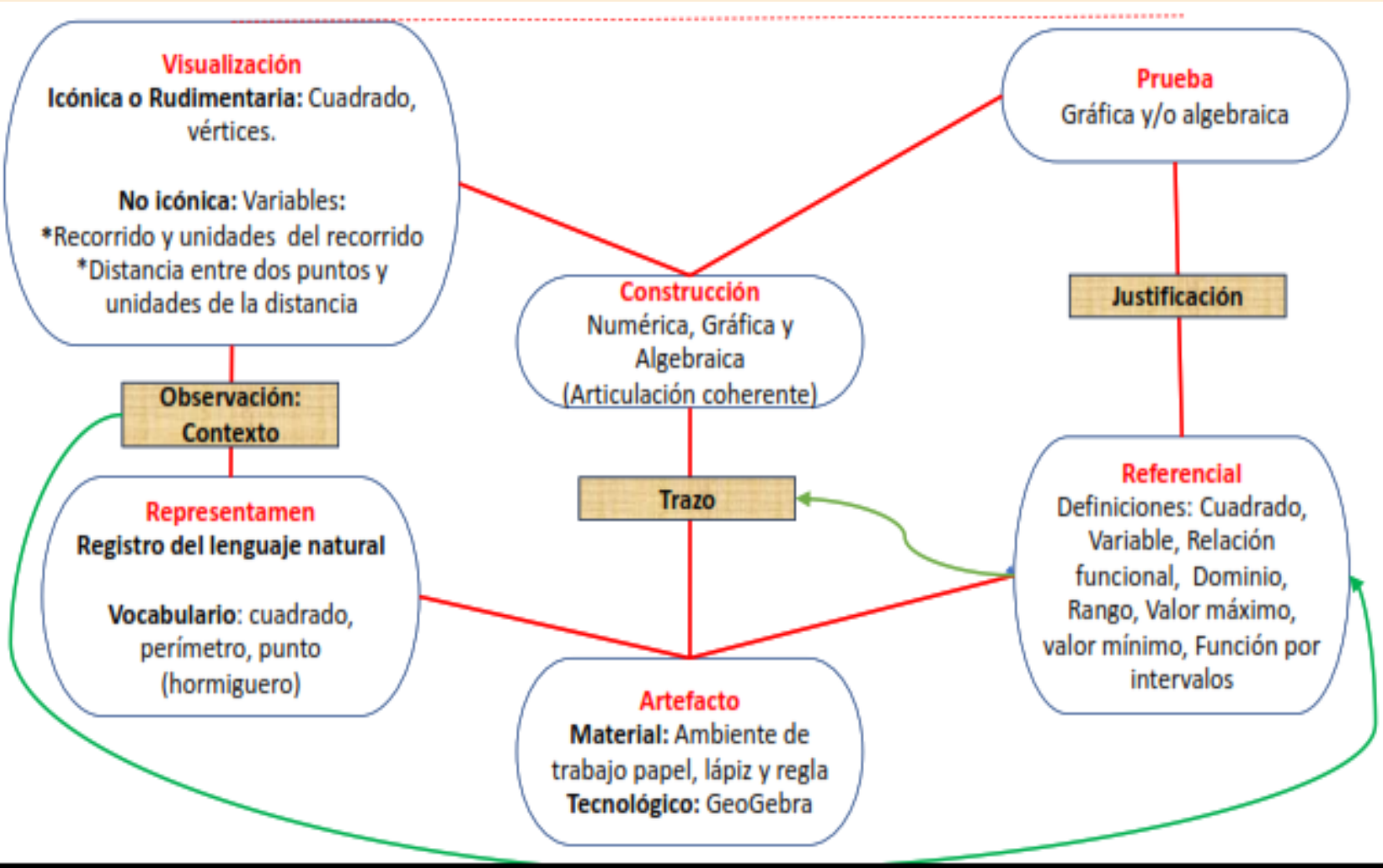


VERIFICACIÓN DEL APRENDIZAJE:

AD4 Un rectángulo



ETM: MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO



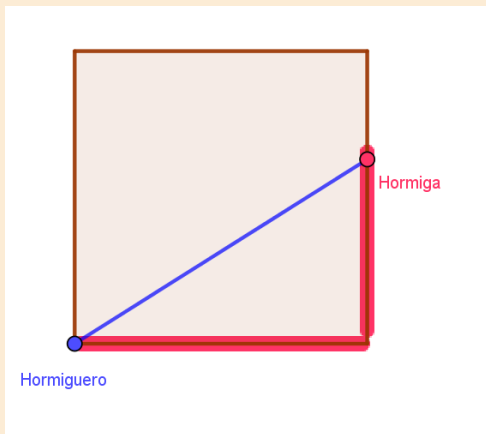
CONTEXTO DEL EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA

- Los resultados corresponden a un experimento educativo en el semestre I-24, dentro del marco de un proyecto de enseñanza del cálculo que se inició en el año 2006 y se desarrolla hasta hoy en la Universidad Autónoma de la Ciudad de México.
- **Contenidos matemáticos:** relación funcional y variación de una función y otras cuestiones básicas en el marco de un curso de cálculo diferencial en la formación de estudiantes de ingeniería.

NOCIÓN INICIAL DE VARIACIÓN: AD1

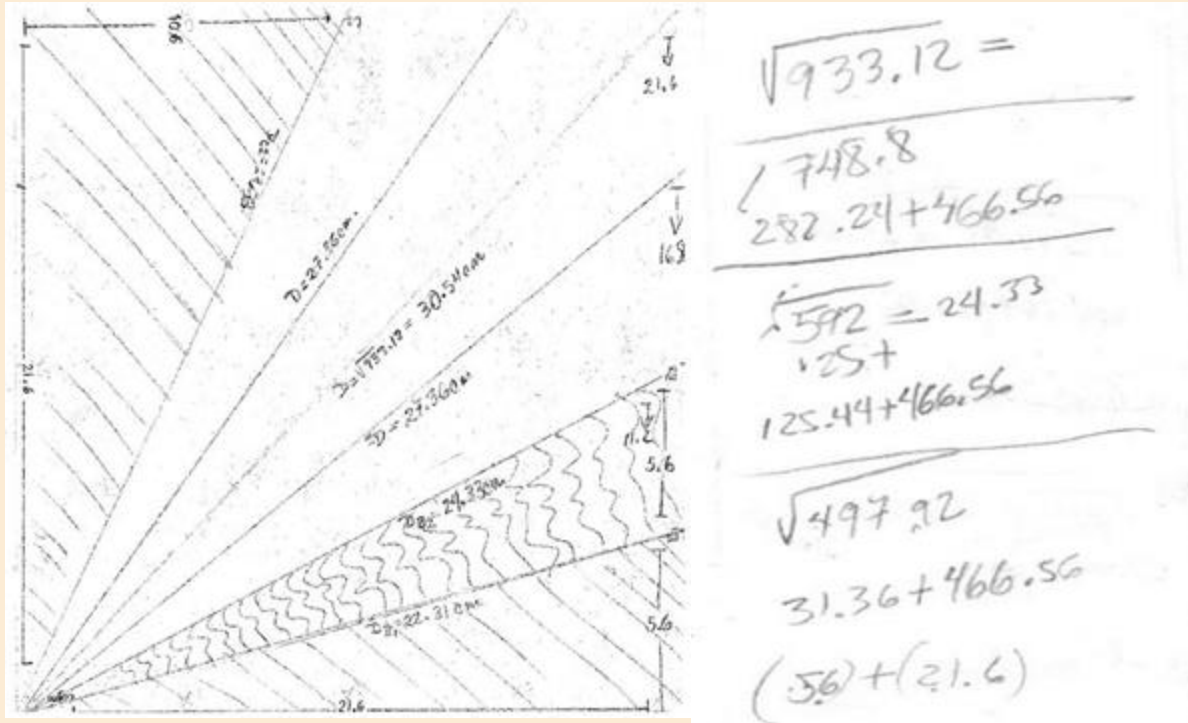
4. Observe el recorrido de la hormiga y la distancia que está la hormiga del hormiguero. ¿qué cantidades varían?, ¿qué cantidades se mantienen constantes?

Ninguna cantidad es variable. Todas son constantes y me sale cantidad (5)



Sin la representación figural y sin la activación del proceso de medición, no hay indicios de identificación de las variables en el contexto.

MEDICIÓN Y CONFRONTACIÓN: AD2



- a. Argumente si la distancia del punto A₃ al hormiguero H₁ es igual, o no, a la distancia que recorre de la hormiga entre esos dos puntos.

Si, si es igual. $R = 16.3$
 $D = 16.3$

- b. Argumente si la distancia del punto B₁ al hormiguero H₁ es igual, o no, a la distancia que recorre de la hormiga entre esos dos puntos.

No es igual. Una es mayor que otra.
 $R = 26.90 \text{ cm}$
 $D = 22.2407 \text{ cm}$

Se integran artefactos materiales como la manipulación de una hoja de papel para construir un cuadrado e instrumentos de medida.

La actividad específica de etiquetar diferentes puntos en cada lado del cuadrado y de hacer el trazo con colores diferentes de cada una de las variables, favorece que el estudiante perciba la diferenciación de las variables recorrido y distancia.

El estudiante realiza un trabajo matemático basado en artefacto material, como es la regla para medir, pero también en un trabajo con artefacto simbólico, haciendo uso del Teorema de Pitágoras

e las medidas en centímetros necesarias para completar la Tabla 1

Distancia recorrida

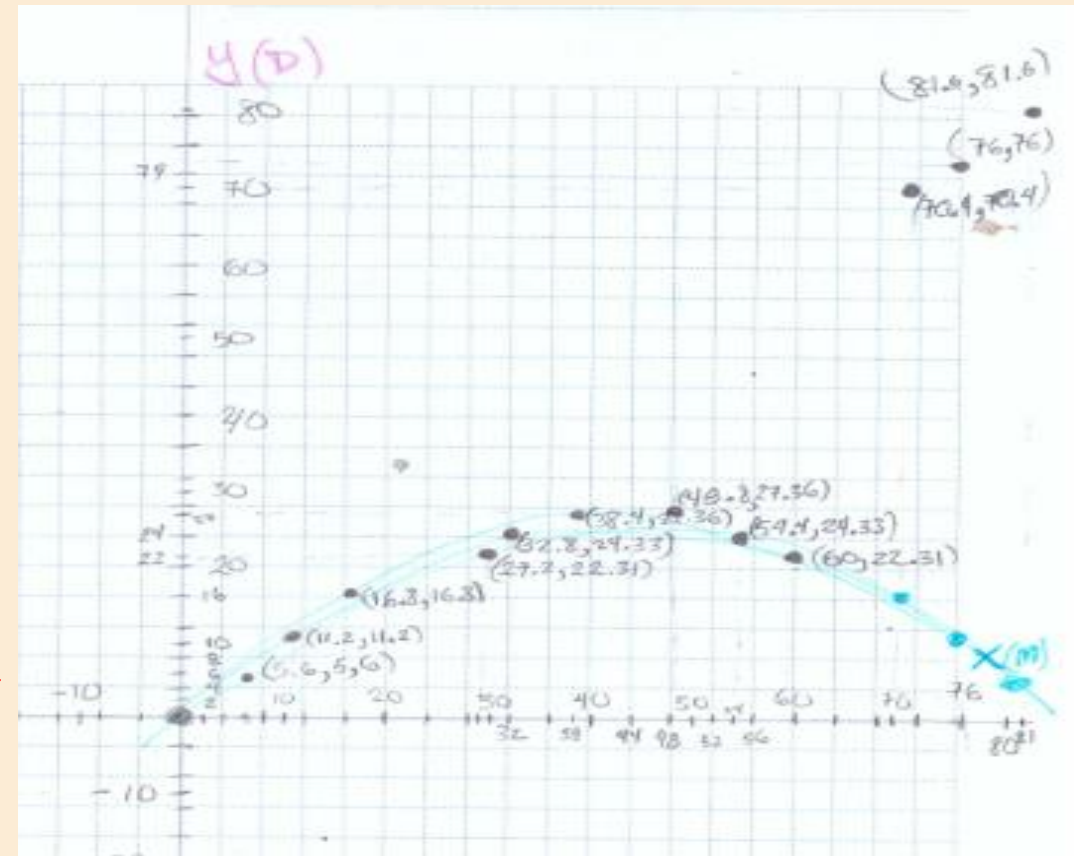
Puntos seleccionados	Medida del recorrido de la hormiga (centímetros)	Distancia entre los puntos (centímetros)	M D
H ₁ A ₁	5.6	5.6	(5.6, 5.6)
H ₁ A ₂	11.2	11.2	(11.2, 11.2)
H ₁ A ₃	16.8	16.8	(16.8, 16.8)
H ₁ B ₁	27.2	22.31	(27.2, 22.31)
H ₁ B ₂	32.8	24.33	(32.8, 24.33)
H ₁ B ₃	38.4	27.36	(38.4, 27.36)
H ₁ C ₁	48.8	27.36	(48.8, 27.36)
H ₁ C ₂	54.4	24.33	(54.4, 24.33)
H ₁ C ₃	66.0	22.31	(66.0, 22.31)
H ₁ D ₁	70.4	70.4 - 16.8 = 53.6	(70.4, 70.4)
H ₁ D ₂	76.0	76.0 - 11.2 = 64.8	(76.0, 76.0)
H ₁ D ₃	81.6	81.6 - 5.6 = 76.0	(81.6, 81.6)

chequear

Tabla No. 1

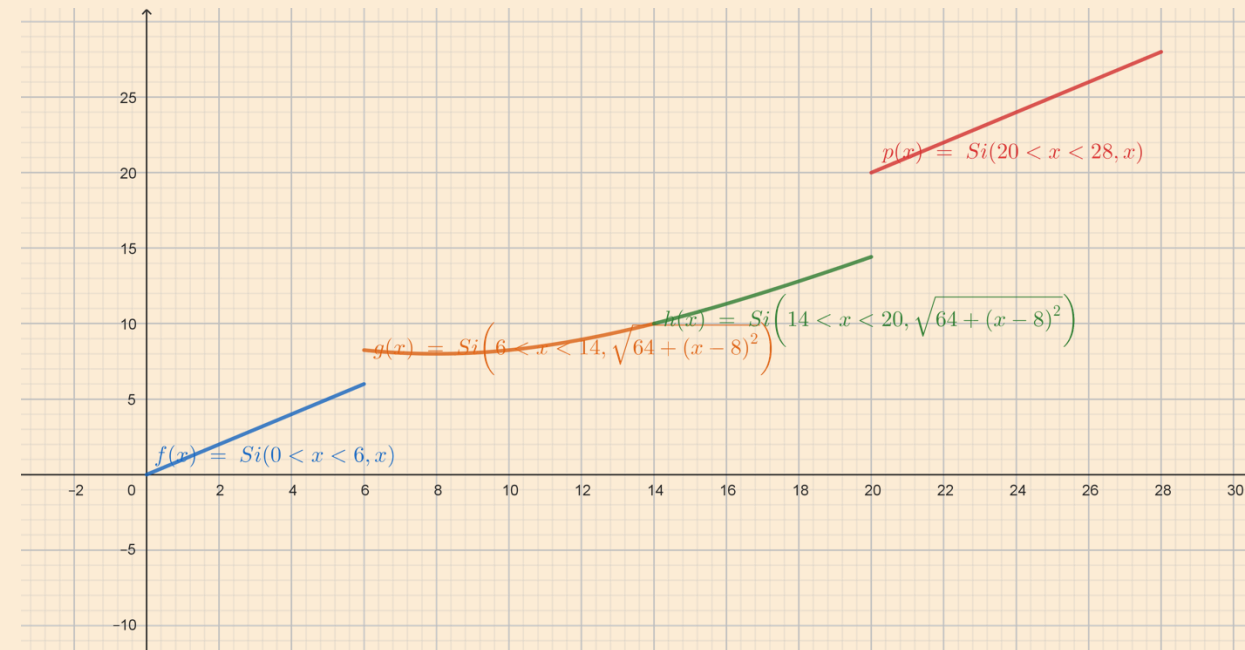
ARTÍCULACIÓN ENTRE LO NUMÉRICO Y LO GRÁFICO: AD2

El trabajo de medición favorece que al haber una confusión en el registro numérico, dado que en el último lado del cuadrado confundió nuevamente el recorrido de la hormiga con la distancia, al pasar al registro de representación gráfica evidencia que lo registrado en lo numérico no es coherente.



AUSENCIA DE CONTROL SEMIOTICO

Puntos seleccionados	Medida del recorrido de la hormiga (centímetros)	Distancia entre los puntos (centímetros)	(r, d)
H ₁ A ₁	2	2	2, 2
H ₁ A ₂	4	4	4, 4
H ₁ A ₃	6	6	6, 6
H ₁ B ₁	9.5	8.13	9.5, 8.13
H ₁ B ₂	11	8.54	11, 8.54
H ₁ B ₃	12.5	9.17	12.5, 9.17
H ₁ C ₁	16	9.17	16, 9.17
H ₁ C ₂	18	8.54	18, 8.54
H ₁ C ₃	20	8.13	20, 8.13
H ₁ D ₁	23.5	4.5	23.5, 4.5
H ₁ D ₂	25	3	25, 3
H ₁ D ₃	26.5	1.5	26.5, 1.5



En el tercer lado **extrapola la simetría del cuadrado hacia el rectángulo** y no activa un control discursivo ni instrumental.

Hay una **desarticulación** entre lo numérico y lo gráfico (con apoyo de GeoGebra).

Se evidencia la necesidad de pasar por el registro gráfico de manera manual.

NUEVOS DESAFÍOS

La implementación de estas actividades permitió **identificar las debilidades y fortalezas de los estudiantes en los diferentes registros de representación semiótica.**

Tanto en Delgado y Martínez (2023), como en esta investigación, existe una dificultad principal común en los estudiantes universitarios, **no consiguen abstraer una representación gráfica ni algebraica**, acorde con el modelo que se les presenta en la situación hipotética. Esto es, **el estudio de una función a trozos requiere de un mayor trabajo** en el aula de clase.

En este sentido, se plantea la interrogante **¿Qué tipo de acciones se deben de implementar en el aula de clase cuando el estudiante tiene habilidades en el registro de representación numérica o gráfica, y adolece de habilidades en el registro de representación algebraica?**

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue posible gracias al apoyo de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, **proyecto de investigación: UACM CCYT-CON-10.**

Se agradece a los **estudiantes y profesores** que participaron en este experimento educativo.



Correos electrónicos
rosa.paez@uacm.edu.mx,
miguel@mat.uned.es,
judith700@hotmail.com,
mmreyes@hotmail.com



BIBLIOGRAFIA

- Arzarello, F., & Sabena, C. (2011). Semiotic and theoretic control in argumentation and proof activities. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2), 189–206.
- Carrión, V., Pluvinae, F., Adjage, R. (2016). Facilitating the genesis of functional working spaces in guided explorations. *ZDM Mathematics Education*, 48, 809–826. DOI:[10.1007/s11858-016-0791-y](https://doi.org/10.1007/s11858-016-0791-y)
- Delgado, M. y Martínez, M. (2023a). Introducción a los conceptos de función y de función periódica en la formación de profesores usando computadora. En investigaciones y experiencias en enseñanza de las ciencias y la matemática. UAEM. ISBN 978-607-633-573-4 (impreso Universidad Autónoma del Estado de México)
- Delgado, M. y Martínez, M. (2023b). Experiencia innovadora con funciones periódicas derivadas del andar de una hormiga en ingeniería. *Pi Innova Math*, 5, 106-120.
- Flores, M. (2023). La notion de contrôle et networking de théories. En C. Derouet, A. Nechache, P.R. Richard, L. Vivier, I.M. Gómez-Chacón, A. Kuzniak, M. Maschietto & E. Montoya Delgadillo, *Actes du septième symposium d'Étude sur le Travail Mathématique* (pp. 59-70). IREM de Strasbourg.
- Guin, D., y Trouche, L. (1998). The Complex Process of Converting Tools into Mathematical Instruments. The Case of Calculators, *The International Journal of Computers for Mathematical Learning*, (3), 195-227.

BIBLIOGRAFIA

- Hitt, F y Quiroz, S. (2019). Formation et évolution des représentations fonctionnelles-spontanées à travers un apprentissage socioculturel, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* [En ligne], 24 | 2019, mis en ligne le 01 janvier 2022, consulté le 10 juin 2024. URL : <http://journals.openedition.org/adsc/630> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/adsc.630>
- Kuzniak, A. (2019). La théorie des Espaces de Travail Mathématique –Développement et perspectives. In L. Vivier & E. Montoya-Delgadillo (Eds.). *Sexto Simposio sobre el Trabajo Matemático* (pp 21-60). Valparaíso: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. https://etm7.sciencesconf.org/data/Actes_ETM6.pdf
- Kuzniak, A. (2023). Trabajo matemático en análisis: identificación y construcción, homenaje a Francois Pluvinage. En investigaciones y experiencias en enseñanza de las ciencias y la matemática. UAEM. ISBN 978-607-633-573-4 (impreso Universidad Autónoma del Estado de México) ISBN 978-607-633-578-9 (pdf Universidad Autónoma del Estado de México).
- Kuzniak, A. y Nechache, A. (2023). Contrôles et travail mathématique. En C. Derouet, A. Nechache, P.R. Richard, L. Vivier, I.M. Gómez-Chacón, A. Kuzniak, M. Maschietto & E. Montoya Delgadillo, Actes du septième symposium d'Étude sur le Travail Mathématique (pp. 71-82). IREM de Strasbourg.
- Légrand, M., Lecorre, T., Leroux, L., Parreau, A. (2011). Le principe du « Débat Scientifique » dans un enseignement. IREM de Grenoble. Disponible en: <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/IGR/IGR11026/IGR11026.pdf>

BIBLIOGRAFIA

Maschietto, M., & Soury-Lavergne, S. (2017). The duo “pascaline and e-pascaline” : An example of using material and digital artefacts at primary school. In E. Faggiano, F. Ferrara, & A. Montone (Éds.), *Innovation and technology Enhancing Mathematics Education* (Springer, p. 137-160).

Pluinage, F. (en prensa). *Exploración libre, exploración guiada y resolución de problemas*. En Aportaciones en educación matemática, ciencia y tecnología.

Pluinage, F. (2019). *Importancia de procesos cognitivos instrumentados en la enseñanza de las matemáticas*. En Hernández Rebollar, L. A., Borja Tecuatl, I., Slisko Ignjatov, J. y Juárez López, J. A. (eds.), *Aportes a la educación matemática basados en la investigación* (pp. 79-96). Puebla, México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Recuperado de: <https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/publicaciones/APEMBI.pdf>