

# *Un valor añadido en realización de los Trabajos de **Fin de Grado***

*An added value in the completion of Final Degree Projects*

M. Delgado Pineda  
[miguel@mat.uned.es](mailto:miguel@mat.uned.es)



*¿Qué es lo peor que puede tener una película policiaca al estilo de las novelas de Agata Christie?*

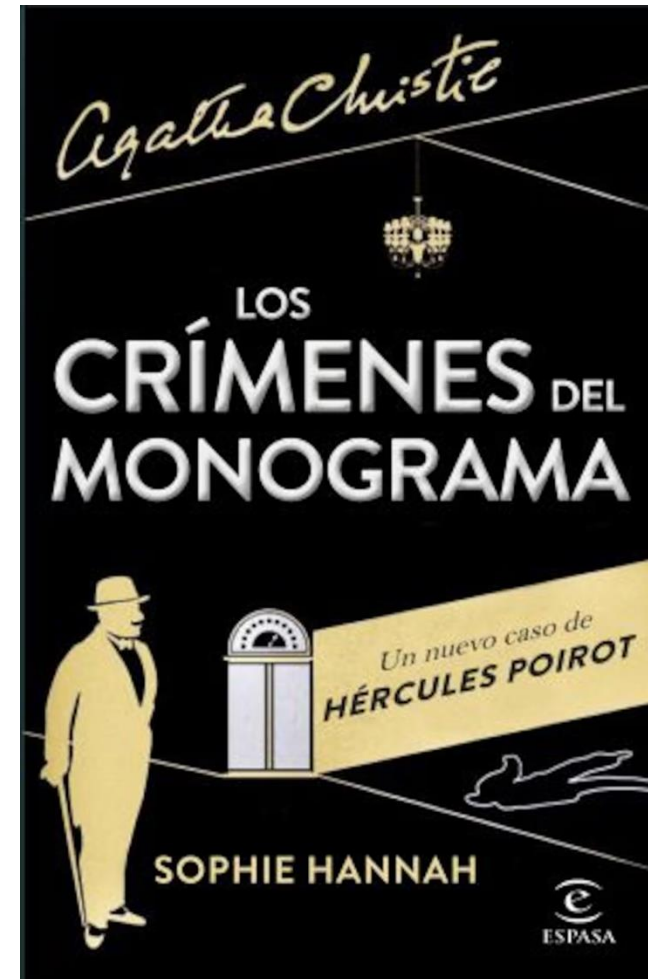
*What's the worst thing about a crime movie in the style of Agatha Christie's novels?*

**Que, desde el principio, se tenga consciencia de quien es el “asesino”... el mayordomo.**

*That, from the beginning, there is an awareness of who the “murderer” is... the butler.*

*Aunque algunas veces, la gracia está en cómo se demuestra que es determinado personaje es el culpable.*

*Sometimes, though, the fun lies in how a certain character is shown to be the culprit.*



# Algunas pistas de...

Some hints of...



$\pi$  InnovaMath

[Actual](#) [Archivos](#) [Avisos](#) [Acerca de](#)

¿Qué?...

What?

 **ARTÍCULO**



Revista, editada por el grupo de innovación didáctica Innovación en Matemáticas del Departamento de Matemáticas Fundamentales de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Educación a Distancia, contribuye a la difusión de los proyectos de innovación docente en Matemáticas y a la investigación educativa en esa materia. Difunde experiencias innovadoras y proyectos innovadores que han sido realizados, así como investigaciones y ensayos contrastados en la práctica de la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas.

Esta revista recogerá, principalmente, un amplio espectro de artículos que versen sobre experiencias de la enseñanza y del aprendizaje de los contenidos matemáticos en estudios universitarios. Lo trabajos de carácter innovador que se hayan realizado en otras materias de índole científico o técnico son admitidas en esta revista.

Las aportaciones a la revista serán, de forma regular, escritas como artículos, si bien se admiten presentaciones de conferencias impartidas en reuniones científicas. En general serán bien acogidos

## Videoclases también en la docencia presencial

Ana Arnal, Joaquín Castelló, Cristina Chiralt, Pablo Gregori

## Nuevas formas de aprender: enseñanza tradicional vs enseñanza basada en las TIC

Manuel Chaves Maza, Antonio Miguel Márquez Durán, Inmaculada Romano Paguillo, Francisca J Sánchez-Sánchez

 **ARTÍCULO**

## Optimización global

Raúl Medrano Millán

 **ARTÍCULO**



# El autor material fue ...

The material author was ...

## Optimización global

Raúl Medrano Millán<sup>1\*</sup>



Presentado en eXIDO 23

### Resumen


El cálculo del valor mínimo o máximo global de una función puede hallarse de diferentes maneras. Por una parte, es posible hacer un estudio de la función para obtener este dato mediante métodos matemáticos. Otra forma de hallar este valor es mediante los diferentes algoritmos desarrollados con este propósito. En este trabajo se van a presentar, tanto el estudio de una función como algunos de los diferentes tipos de algoritmos existentes.

### Palabras clave

optimización global; mínimo; algoritmo cúbico; algoritmo de evolución diferencial

<sup>1</sup> Facultad de Ciencias, UNED, Madrid

\*rmedrano1@alumno.uned.es



# Su actuación fue ...

His performance was ...

## Índice

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1 Estudio de la función</b>	<b>2</b>
1.1 Estudio en todo su dominio	3
1.2 Estudio de la función en una caja cerrada	4
<b>2 Algoritmo cúbico (Cubic Algorithm)</b>	<b>5</b>
2.1 Descripción del algoritmo	5
2.2 Resultados obtenidos para la función test	6
<b>3 Algoritmo de evolución diferencial (Differential Evolution Algorithm)</b>	<b>7</b>
3.1 Descripción del algoritmo	7
3.2 Resultados obtenidos para la función test	8
<b>4 Conclusiones</b>	<b>9</b>
<b>Referencias</b>	<b>9</b>

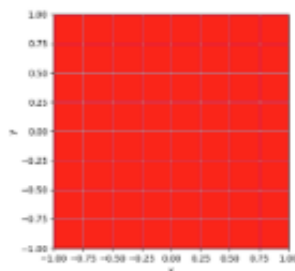
## Referencias

- [1] Jerrold E. Marsden and Anthony J. Tromba. *Cálculo Vectorial*. Pearson Educación, Madrid, 5ª edition, 2004.
- [2] Efim A. Galperin. The cubic algorithm. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 112, 635-640, 1982.
- [3] Miguel Delgado Pineda. Optimización global de funciones continuas no diferenciables. *100cias@uned, N°1 (Nueva época)*, 2008.
- [4] Rainer Storn and Kenneth Price. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous. *Journal of Global Optimization* 11, 341-359, 1997.
- [5] Xin-She Yang. *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*. Luniver Press, United Kingdom, 2ª edition, 2010.
- [6] Swagatam Das and Ponnuthurai Nagarathnam Suganthan. Differential evolution: A survey of the state-of-art. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. Vol 15, N° 1. February 2011, 2011.
- [7] E. A. Galperin. The alpha algorithm and the application of the cubic algorithm in case of unknown lipschitz constant. *Computers Math. Applic.* Vol 25, No 10/11, pp, 71-78, 1993.
- [8] E. A. Galperin. The fast cubic algorithm. *Computers Math. Applic.* Vol 25, No 10/11, pp, 147-160, 1993.
- [9] Zhongbo Hu, Qinghua Su, Xianshan Yang, and Zenggang Xiong. Not guaranteeing convergence of differential evolution on a class of multimodal functions. *Applied Soft Computing*. January 2016, 2016.

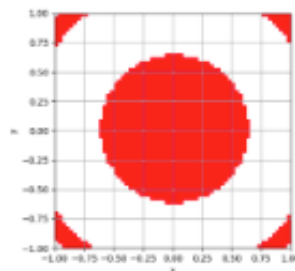
# Su motivo fue minimizar ...

Their motive was to minimize ...

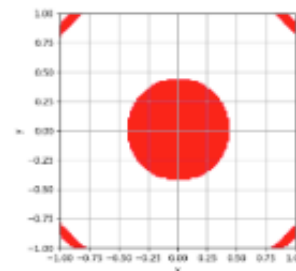
$$f(x, y) = 1 + |(x^2 + y^2)^3 - 3x^2 - 3y^2| \quad [-1, 1] \times [-1, 1]$$



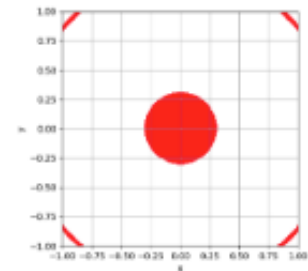
Iteración = 5  
Nº de cubos = 1024  
Lado del cubo = 0,0625  
 $\varepsilon = 2,25$   
Nº evaluaciones = 1023



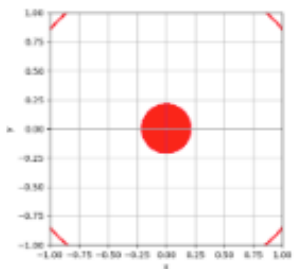
Iteración = 6  
Nº de cubos = 1433  
Lado del cubo = 0.03125  
 $\varepsilon = 1,125$   $\varepsilon = 0,5625$   
Nº evaluaciones = 4095



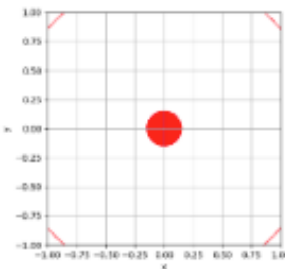
Iteración = 7  
Nº de cubos = 2693  
Lado del cubo = 0,015625  
 $\varepsilon = 0,28125$   
Nº evaluaciones = 8394



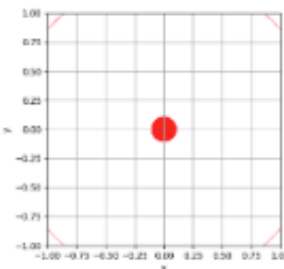
Iteración = 8  
Nº de cubos = 5353  
Lado del cubo = 0,0078125  
Nº evaluaciones = 16473



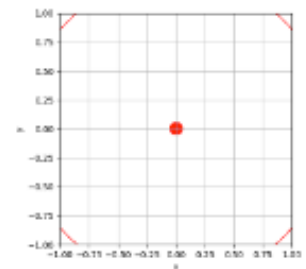
Iteración = 9  
Nº de cubos = 10617  
Lado del cubo = 0,00390625  
 $\varepsilon = 0,140625$   
Nº evaluaciones = 32532



Iteración = 10  
Nº de cubos = 21217  
Lado del cubo = 0,001953125  
 $\varepsilon = 0,0703125$   
Nº evaluaciones = 64383



Iteración = 11  
Nº de cubos = 42393  
Lado del cubo = 0,0009765  
 $\varepsilon = 0,03515625$   
Nº evaluaciones = 128034



Iteración = 13  
Nº de cubos = 169629  
Lado del cubo = 0,00024414  
 $\varepsilon = 0,008789$   
Nº evaluaciones = 509448

# Razones de su culpabilidad...

Reasons for his guilt...

**Este personaje cumple con todos los pasos de la versión original de la Taxonomía de Bloom**

This character meets all the steps of the original version of Bloom's Taxonomy. •  
(Benjamín Bloom 1956...2001)

**Conocimiento / Knowledge** : *Reconocimiento y recuerdo de datos e información previamente aprendida.*

**Comprensión / Comprehension** : *Habilidad para entender y explicar ideas o conceptos.*

**Aplicación / Application** : *Uso de la información en situaciones nuevas y concretas.*

**Análisis / Analysis** : *Descomposición de la información en sus partes para entender su estructura.*

**Síntesis / Synthesis** : *Combinación de elementos para formar un todo nuevo o proponer una solución creativa.*

**Evaluación / Evaluation** : *Juicio y valoración de la información o ideas basadas en criterios específicos.*

# ¿Valor añadido a un TFG?

Added value to a TFG?

**Sistema de  
Calificación  
usual**



Usual  
Rating  
System

**Depurar hasta la  
publicación en revista**

Debugging up to  
publication in a journal

## Sistema actual



# Marco de referencia; UNED

## ¿Qué?

Consideración académica.

*Una asignatura anual obligatoria de 15 ECTS.*

## ¿Cómo?

Labor docente-discente.

*El estudiante realizará una memoria asesorado por un tutor.*

## ¿Cuándo?

Momento académico.

*En el 4º curso del Grado en Matemáticas.*

# Objetivos de referencia; UNED

## ¿Qué?

Mostrar las competencias, destrezas y habilidades adquiridas en título del grado.

## ¿Cómo?

El estudiante realice de un trabajo académico original y autónomo.

## ¿Cuándo?

Durante un curso completo se pide un trabajo de reflexión y ensayo con la supervisión de un tutor académico.

## ¿Por qué?

Para poder comprobar la madurez matemática del estudiante.

# Línea de referencia; UNED

## ¿Qué?

Aplicaciones de las Matemáticas.

Tres posibles profesores.

## ¿Cómo?

Acceso a la línea según calificaciones.

Por sorteo, se obtiene un tutor supervisor.

No se tienen en cuenta las asignaturas cursadas.

## ¿De qué?

Optimización Global.

*Miguel Delgado Pineda.*

# El trabajo en Optimización Global

## ¿Qué?

*El estudiante realizará íntegramente una memoria.*

*Se recomienda un máximo de 45 páginas.*

*Afecta a la calificación. (60% de la nota).*

## ¿Cuándo?

*El estudiante defenderá oralmente el contenido de la memoria.*

*Defensa telemática ante un tribunal mediante presentación de ordenador ante el tutor y otro profesor.*

*Afecta a la calificación (40% de la nota).*

*Defensa se graba y transcribe durante 25 o 30 minutos.*

# Conclusiones (OG) en cursos anteriores.

1. Admitir trabajos de este tipo favorece que el estudiante encauce desde el principio la asignatura.
2. El estudiante se muestra más comprometido con su aprendizaje al generar una memoria muy completa y práctica.
3. La cantidad de trabajo del estudiante y del tutor es muy superior a lo estrictamente necesario, pero gratificante.
4. Se puede realizar este proceso con todos los estudiantes, sin problema de repetición o copia.

# Innovación docente sostenida.



Innovar *al abandonar el rol de profesor para ser, realmente, un conductor de los aprendizajes.*

**Método  
Peripa-  
Tético.**

Innovar *al solventar la necesidad de establecer un tema de TFG individualizado sin agotar el tema básico.*



Innovar *al erradicar las sospechas de posibles copias y suplantaciones entre estudiantes.*

# Innovación discente puntual.

- *Trabajo en cinco etapas:*
  1. **Iniciación** a la Optimización Global .
  2. **Acercamiento** a los problemas con restricciones de caja.
  3. **Estudio** del algoritmo Cubic Algorithm.
  4. **Elección** de tema; funciones objetivo de 2 o 3 variables reales.
  5. Desarrollo de la memoria

TFG

Iniciación

$$f(x) = 1 + |x^3 - 3x|$$

$$f(x) = -1 + \left| x^3 - \sqrt{2}x + \sqrt{11} \right|$$

UNED

$$f(x, y) = 1 + |(x^2 + y^2)x^3 - 3x^2 - 3y^2|$$

$$f(\rho, \theta) = 1 + |\rho^3 - 3\rho|$$

$$f(x, y, z) = 1 + |(x^2 + y^2 + z^2)x^3 - 3x^2 - 3y^2 - 3z^2|$$

$$f(\rho, \theta, \phi) = 1 + |\rho^3 - 3\rho|$$

Restricciones de caja

¿Valor mínimo  
y  
minimizadores?

$$f(x) = 1 + |x^3 - 3x| \quad \text{en } [a, b].$$

$$f(x) = -1 + \left| x^3 - \sqrt{2}x + \sqrt{11} \right| \quad \text{en } [a, b].$$

$$f(x, y) = 1 + |(x^2 + y^2)x^3 - 3x^2 - 3y^2|$$

$$\text{en } [a_1, b_1] \times [a_2, b_2].$$

$$f(x, y, z) = 1 + |(x^2 + y^2 + z^2)x^3 - 3x^2 - 3y^2 - 3z^2|$$

$$\text{en } [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times [a_3, b_3].$$

$$f(x) = 1 + |x^3 - 3x|$$

$$f(x) = -1 + |x^3 - \sqrt{2}x + \sqrt{11}|$$

**¿Qué se espera como respuesta del estudiante?**

**Que analice el problema.**

**Que aporte la teoría en la que se basa su análisis.**

**Que aplique algún método de resolución o aproximación.**

**Que lo explique y redacte correctamente en digital.**

**Que ponga algunas referencias bibliográfica.**

$$f(x, y, z) = 1 + |(x^2 + y^2 + z^2)x^3 - 3x^2 - 3y^2 - 3z^2|$$

en  $[a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times [a_3, b_3]$ .

$$f(x) = 1 + |x^3 - 3x|$$

$$f(x) = -1 + |x^3 - \sqrt{2}x + \sqrt{11}|$$

## ¿Qué se espera como respuesta del estudiante?

Que

Se pidió que documentara cada respuesta con las referencias bibliográficas necesarias, dejando patente que fueron utilizadas.

Que

No nos conformábamos con la resolución del

Que

problema como en un examen. No interpretábamos

Que

lo que quisiera decir sólo lo que decía.

Que

Estaban permitidas diversas técnicas par resolver los problemas; algebraicas, gráficas, numéricas,...

$$f(x, y, z) = 1 + |(x^2 + y^2 + z^2)x^3 - 3x^2 - 3y^2 - 3z^2|$$

$$\text{en } [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times [a_3, b_3].$$

# Pesquisas de documentación previa.

## *Tareas obligatorias:*

I. **Búsqueda** de dos libros que traten la Optimización Global.



- Redactar un resumen de lo que dice respecto al tema.

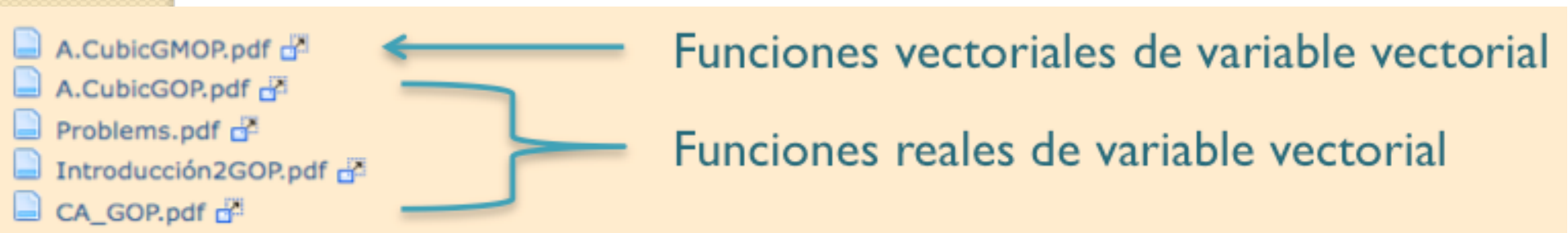
I. **Búsqueda** de diez artículos que traten la Optimización Global.



- Estos artículos pueden servir para establecer la forma de redactar la memoria.
- Artículos que pueden formar parte de la bibliografía si se utilizan.

# Cubic Algorithm.

Centrar al estudiante en la utilización práctica de la aproximación del conjunto de optimizadores.



Es un **algoritmo determinístico** para funciones Lipschitz continuas.

Se determina el valor óptimo y una aproximación del conjunto de optimizadores.

Es un **algoritmo heurístico** para funciones continuas, consideradas como funciones de Lipschitz locales, sin constante conocida.

## La elección de los estudiantes

- El estudiante elige un par de problemas de optimización de dos o tres variables.
  - Uno similar a lo visto en la revisión de documentación, para que sirviera de ejemplo en la mecanización del algoritmo.
  - Otro para realizar la memoria.
- El problema principal de la memoria. Lo elige el tutor entre el par de problemas propuestos por el estudiante.
- La memoria del estudiante contenía:
  - Resumen y palabras claves en español e inglés.
  - Una Introducción al problema de optimización, en español e inglés.
  - Todos los problemas propuestos en el curso.

## Sobre el profesor-tutor

- **Realizó** una webconferencia antes de iniciarse la tarea de la memoria final.
- **Propuso** el modelo, tipo de trabajo de optimización y el algoritmo al estudiante. No impuso el problema concreto que debía resolver.
- **Eligió** uno de los problemas dos o tres funciones que el estudiante propuso optimizar.
- **Eligió** el algoritmo que utilizaría el con su problema.
- **Revisó** la memoria y la presentación de cada estudiante.
- **Solicitó** la memoria en LaTeX. Se admitió en Word.
- Fue miembro del tribunal y **solicitó-eligió** al otro miembro del tribunal.

16th International Workshop in  
Mathematics e-Learning  
e-math 2024, UAb, Lisbon  
November 21, 2024

UNED

# Gracias