

# Geometría aumentada: enseñanza de la geometría mediante realidad mixta

Leonel Hernández-González<sup>1</sup>, Anabelem Soberanes-Martín<sup>2</sup>,

Magally Martínez-Reyes<sup>3</sup> y Samuel Olmos-Peña<sup>4</sup>

Universidad Autónoma del Estado de México

<sup>1</sup>lhernandezg571@alumno.uaemex.mx, <sup>2</sup>asoberanesm@uaemex.mx,

<sup>3</sup>mmartinezr@uaemex.mx, <sup>4</sup>[solmosp@uaemex.mx](mailto:solmosp@uaemex.mx)



Presentado en eXIDO 23

## Resumen

El uso de tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de enseñanza y aprendizaje ha demostrado ser eficiente en asignaturas de difícil comprensión como las matemáticas y las ciencias, por esto, se ha desarrollado una aplicación multiplataforma con realidad mixta que presenta los principales cuerpos geométricos estudiados en educación básica. *Geometría aumentada* es un recurso educativo abierto al público en general, diseñado para alumnos de primaria y secundaria que deseen reforzar el conocimiento adquirido en las aulas, cuenta con definiciones, así como, fórmulas para calcular el área y el volumen de cada figura. Esta aplicación se adapta a los diferentes tamaños de pantalla de los dispositivos actuales, desde una computadora con alta definición hasta un teléfono inteligente, además es compatible con la última versión de los principales exploradores web.

**Palabras clave:** Geometría del espacio, realidad aumentada, realidad mixta, recurso educativo, aplicación web.

## Abstract

The use of information and communication technologies in the teaching and learning process has proven to be efficient in subjects that are difficult to understand such as

mathematics and science, for this reason, a multiplatform application with mixed reality that presents the main geometrical shapes studied in basic education has been developed. *Geometría aumentada* is an educational resource open to the general public, designed for elementary and secondary school students who wish to reinforce the knowledge acquired in the classrooms, it has definitions, as well as formulas to get the area and volume of each shape. This application is adapted to the different screen sizes of current devices, from a high-definition computer to a smartphone, and is compatible with the latest version of the main web browsers.

**Keywords:** Geometry of space, augmented reality, mixed reality, educational resource, web application.

## **Introducción**

Las nuevas tecnologías de la información y comunicación fomentan el aprendizaje a través de distintas herramientas, tales como la inteligencia artificial (Torres-Barreto et al., 2020), los sistemas gestores del aprendizaje (LMS) (Zapata-Ros, 2018) y la realidad mixta (Zapatero, 2011). Para esta última, se ha propuesto recientemente dotarla de la capacidad multiplataforma que posee la web (W3C, 2023); es decir, ser independiente del sistema operativo, de esta forma podrá ejecutarse en una computadora de escritorio o en un teléfono inteligente. Lo anterior aunado a la capacidad responsiva de los sistemas modernos que permiten cambiar la posición del contenido de tal forma que sea legible en todo momento para el alumno (Bootstrap team, 2022), sin importar el tamaño de la pantalla del dispositivo, tiene como resultado aplicaciones con mayor alcance de audiencia.

La realidad aumentada (RA) y virtual (RV) en plataforma web ha demostrado ser eficiente en el proceso de enseñanza y aprendizaje en distintas áreas del conocimiento, por ejemplo, Ro'fatulhaq et al. (2020) construyeron una base de datos capaz de almacenar imágenes en tres dimensiones y proyectarlas en realidad mixta en una página web; por otra parte, Luigini et al. (2020) desarrollaron un juego en RV para estudiar los distintos estados de agregación del agua, mientras que Rodríguez et al. (2022) la aplicaron a la representación de moléculas.

Considerando que de acuerdo con los resultados de la última prueba Excale aplicada en México (2021), los temas de geometría plana y del espacio son aquellos que presentan mayor dificultad para los estudiantes, se propuso utilizar la tecnología de realidad aumentada web para crear un recurso educativo abierto (REA) multiplataforma para mostrar los principales cuerpos geométricos que se estudian en educación básica y proyectarlos en realidad aumentada en dispositivos móviles. Esta aplicación que se le ha denominado *Geometría aumentada* tiene como objetivo reforzar el conocimiento adquirido en las aulas con ayuda del profesor, representa una herramienta de apoyo para el estudiante y no reemplaza los modelos tradicionales de educación basados en el uso de libros de texto y ejercicios en cuadernos, sino que los complementa utilizando tecnología que es familiar para el alumno.

## **Descripción**

Geometría aumentada es un objeto de aprendizaje desarrollado con tecnologías web e implementado en <https://geometriaaumentada.com/> para el estudio de cuerpos geométricos en educación básica que cuenta con una página principal, un catálogo de figuras y un apartado de evaluación, además de una licencia de Creative Commons que permite su uso libre.

La figura 1 muestra la página principal donde puede apreciarse el menú en la parte superior izquierda, mientras que la parte central contiene un cuerpo geométrico rotulado con el nombre del recurso educativo, esta figura como todas aquellas que se presentan en esta aplicación, cambia de color cada vez que se actualiza la página, permitiendo probar diferentes contrastes de acuerdo con el ambiente en el que es proyectado con realidad aumentada; por ejemplo, un color claro será más visible en interiores o por la noche, mientras que uno oscuro presentará mayor contraste en lugares con luz natural durante el día.

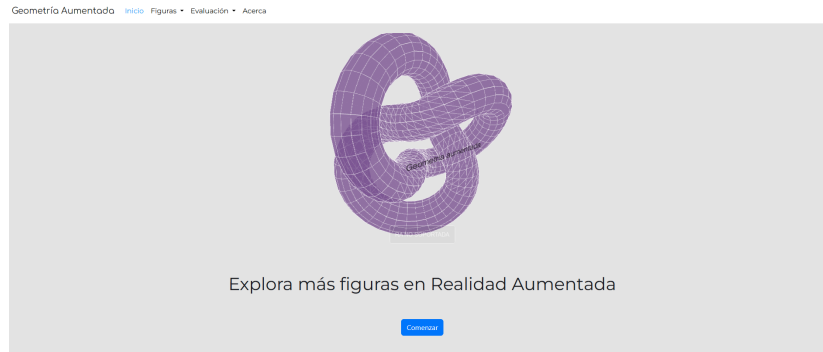


Figura 1. Vista inicial de Geometría aumentada

Los equipos de escritorio generalmente no cuentan con los sensores necesarios ni una cámara para poder ejecutar realidad aumentada; sin embargo, es posible observar las distintas figuras y sus características; por otro lado, los dispositivos móviles tienen la capacidad de utilizar realidad mixta, para esto se proporciona un botón como el que se muestra en la figura 2, rotulado con la leyenda Iniciar RA, en esta imagen pueden apreciarse además los diferentes colores generados de forma aleatoria al refrescar la página.

La figura 2 también muestra la capacidad responsiva del recurso educativo adaptándose a una pantalla pequeña, se observa que el menú se ha colapsado en la parte superior derecha para ahorrar espacio y el texto de información ha sido desplazado a la parte inferior, dejando únicamente el cuerpo geométrico en el centro de la pantalla. Finalmente, las dos imágenes fueron tomadas en distintos tiempos después de la carga de la página para mostrar la rotación de la figura, la de la izquierda tiene un desplazamiento mayor que puede notarse por el ángulo de la etiqueta *Geometría aumentada*.

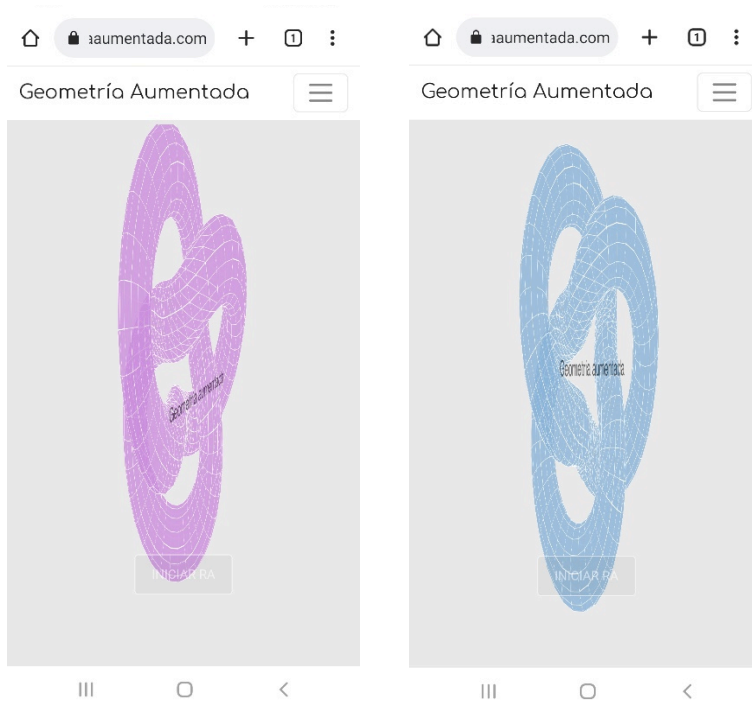


Figura 2. Vista en teléfono inteligente

La figura 3 contiene el mismo nudo toroide proyectado en realidad aumentada desde el objeto de aprendizaje desarrollado en esta investigación, a la izquierda en un ambiente de interior con mucha luz se observa con poco contraste en un color claro, mientras que a la derecha un color más oscuro permite una mayor definición del cuerpo geométrico.



Figura 3. Ejecución de realidad aumentada

El catálogo de figuras está compuesto de ocho elementos los cuales son cilindro, cono, pirámide, prisma, cubo, esfera, icosaedro y dodecaedro. Cada uno de estos cuenta con descripción, características y fórmulas para el área y el volumen, como se muestra en la figura 4.

Icosaedro

**Descripción**  
Un icosaedro es un poliedro regular, limitado por 20 caras que son triángulos equiláteros, tiene 12 vértices y 30 aristas.

**Características**

Caras: 20
Aristas: 30
Vértices: 12

**Área**

$$A = 20A_{\text{cara}}$$

$$A = 20 \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$A = 5\sqrt{3}a^2$$

Donde a es la longitud de una arista

**Volumen**

$$V = \frac{5}{12}(3 + \sqrt{5})a^3$$

Donde a es la longitud de una arista

Figura 4. Vista del icosaedro

La figura 5 presenta la ejecución de realidad aumentada para un dodecaedro, la transparencia que se ha colocado a este elemento permite apreciar el pentágono que se forma en cada lado, ayudando al estudiante a reconocer este cuerpo geométrico a partir de la forma que tienen sus caras. En la parte superior se muestra un elemento flotante estático con el nombre, el número de caras, de aristas y de vértices, con la finalidad de recordar esta información al alumno mientras interactúa con el objeto.



Figura 5. Dodecaedro en realidad aumentada

Durante la interacción, el estudiante puede acercarse, alejarse, moverse alrededor de la figura, incluso adentrarse en esta para observarla desde la parte interior, de esta forma, se analizan las distintas mediciones que podría tener el cuerpo geométrico para efectos de ejercicios de cálculo de área y volumen en el aula, por ejemplo, es posible colocar una regla en la arista de un cubo, obtener la medida y a partir de ella calcular los valores utilizando las fórmulas proporcionadas, posteriormente, acercarse al objeto y repetir el proceso con las nuevas medidas, así el alumno practicará los cálculos analíticos con el apoyo de la herramienta tecnológica de manera dinámica.

Para medir el conocimiento adquirido por el estudiante con este objeto de aprendizaje se presenta una sección de evaluación que consta de ocho reactivos de selección múltiple con tres posibles respuestas de las cuales solo una es correcta, cada pregunta contiene una figura en tres dimensiones que gira y cambia de tamaño con ayuda del ratón (ver figura 6), de esta manera el alumno puede explorar el cuerpo geométrico antes de seleccionar la opción que considera correcta.

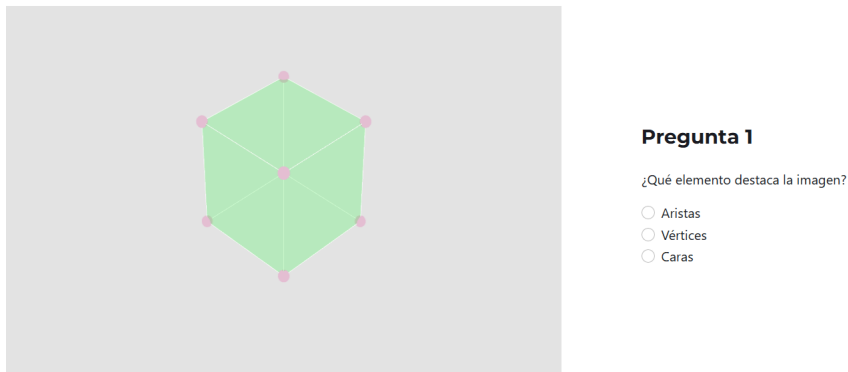


Figura 6. Evaluación del estudiante

La calificación se presenta en la parte inferior de la evaluación al presionar el botón Terminar, como se observa en la figura 7, de esta forma, el estudiante y el profesor pueden analizar los resultados y en caso de ser necesario, repetir el ejercicio. Esta actividad ha sido diseñada para una pantalla de computadora tradicional, ya que es necesario mostrar el cuerpo geométrico al lado de las respuestas, sin embargo, es posible realizarla en un teléfono inteligente.

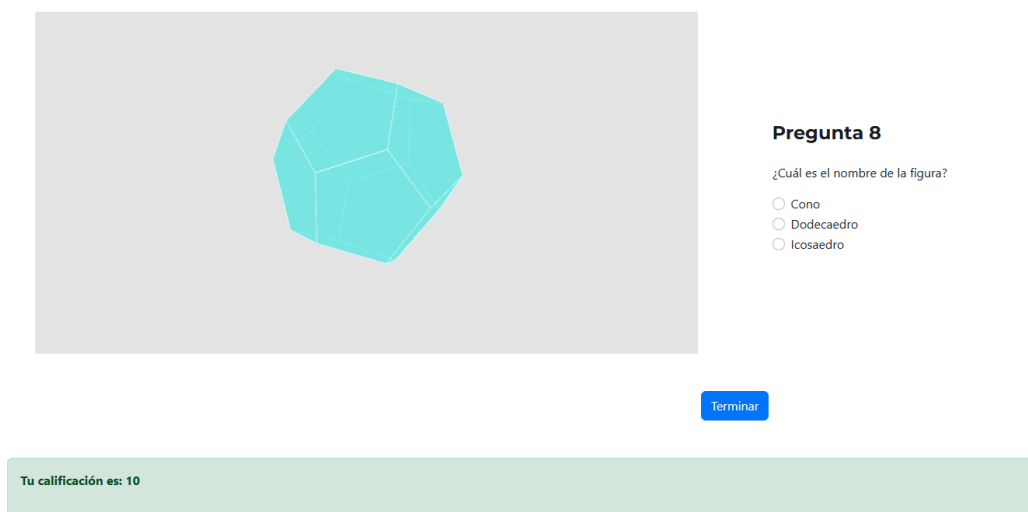


Figura 7. Evaluación del estudiante

Finalmente, para efectos de mejora del recurso educativo desarrollado en esta investigación, se proporciona un instrumento para la evaluación del objeto de aprendizaje donde se han considerado las diez principales características que debe cumplir un OA de acuerdo con diferentes autores y se han colocado de forma descendente según su



importancia, cada una de estas contiene una breve descripción dirigida al evaluador, que puede ser un profesor, un pedagogo, un desarrollador de software educativo o un especialista en ciencias de la computación. Los resultados son almacenados en una base de datos con la finalidad de mejorar la aplicación. La figura 8 ilustra esta sección.

#### Dirigido a

Profesores, educadores, padres, tutores, pedagogos, especialistas en ciencias de la computación aplicada a la educación y aquellos que deseen evaluar este objeto de aprendizaje.

#### Indicaciones

A continuación, se presentan las 10 características de los objetos de aprendizaje que serán evaluadas. Marque el número de estrellas que considere adecuadas en razón del cumplimiento de cada aspecto.

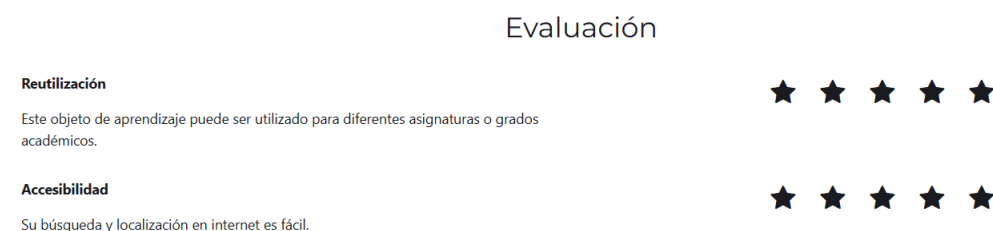


Figura 8. Evaluación del objeto de aprendizaje

## Resultados

El objetivo de la presente investigación ha sido mostrar el uso de nuevas tecnologías aplicadas al contexto educativo en temas de difícil comprensión como las matemáticas, de esta forma se ha obtenido un objeto de aprendizaje para el apoyo en la enseñanza de geometría del espacio en educación básica a través de realidad aumentada.

La capacidad multiplataforma y responsiva del recurso de aprendizaje amplía el alcance de la audiencia, permitiendo al OA ser utilizado por alumnos de cualquier parte del mundo con conexión a internet, en una computadora de escritorio, una tableta o un teléfono inteligente. Además, se proporciona un instrumento de evaluación para el estudiante, para conocer el avance que ha tenido al utilizar esta herramienta.

Adicional a la presentación multimedial, se ha considerado el aspecto formal proporcionado por la metodología DICREVOA 2.0 (Maldonado et al., 2017), la cual, contempla un apartado para el diseño instruccional a través del planteamiento de objetivos, contenidos y estrategias didácticas aplicadas a este recurso educativo.

La calidad del OA se mide a través de un instrumento de evaluación cuyos resultados se almacenan en una base de datos interna, adicional a este, se proporciona un

formulario de correo electrónico de contacto para mantener comunicación directa con los interesados en proponer mejoras a este recurso educativo abierto.

## **Conclusiones y trabajo futuro**

Los resultados confirman que es posible crear objetos de aprendizaje con realidad aumentada utilizando tecnologías web (W3C, 2023), también que la realidad mixta puede ser aplicada en la educación (Zapatero, 2011) para mejorar el aprendizaje de los alumnos considerando los distintos tipos de estudiantes existentes (Kolb y Kolb, 2023). Por lo tanto, se concluye que las tecnologías de la información y la comunicación pueden utilizarse para enfrentar el déficit educativo en temas de matemáticas, siendo estas las más complejas para los estudiantes de acuerdo con la prueba Excale aplicada en México (2021).

Como trabajos futuros se propone crear nuevas aplicaciones educativas con realidad aumentada o virtual utilizando tecnologías web, así como migrar las existentes en plataformas móviles (Android o IOS) o de escritorio (Windows, Mac OS o Linux) con la finalidad determinar si existe reducción de tiempos, código y otros recursos. Además, determinar si el uso de estas tecnologías concuerda con los resultados académicos obtenidos por Luigini et al. (2020), Rodríguez et al. (2022) y Ro'fatulhaq (2020).

## **Referencias**

Bootstrap team. (13 de 06 de 2022). *Bootstrap*. <https://getbootstrap.com/>

INEE. (20 de 02 de 2021). *Instituto Nacional para la Evaluación de la educación*. Evaluaciones de logro referidas al Sistema Educativo Nacional. Sexto Grado de Primaria. Ciclo escolar 2017-2018: <https://www.inee.edu.mx/evaluaciones/planea/sexto-primaria-ciclo-2017-2018/>

Kolb, A. Y., & Kolb, D. A. (09 de 09 de 2023). *The Kolb learning style inventory - Version 4.0*. [www.researchgate.net](http://www.researchgate.net): [https://www.researchgate.net/profile/David-Kolb-2/publication/303446688\\_The\\_Kolb\\_Learning\\_Style\\_Inventory\\_40\\_Guide\\_to\\_The\\_ory\\_Psychometrics\\_Research\\_Applications/links/57437c4c08ae9f741b3a1a58/](https://www.researchgate.net/profile/David-Kolb-2/publication/303446688_The_Kolb_Learning_Style_Inventory_40_Guide_to_The_ory_Psychometrics_Research_Applications/links/57437c4c08ae9f741b3a1a58/)

Luigini, A., Fanini, B., Basso, A., & Basso, D. (12 de 2020). Heritage education through serious games. A web-based proposal for primary schools to cope with distance

learning. *VITRUVIO - International Journal of Architectural Technology and Sustainability*, 5(2), 73-85. <https://doi.org/https://doi.org/10.4995/vitruvio-ijats.2020.14665>

Maldonado, J., Bermeo, J., & Vélez, F. (2017). *Diseño, creación y evaluación de objetos de aprendizaje. Metodología DICREVOA 2.0*. Cuenca, Ecuador: Consorcio Ecuatoriano para el Desarrollo de Internet Avanzado (CEDIA).

Ro'fatulhaq, H., Arif, S., Fajrul, M., Sukaridhoto, S., Agus, M., Rante, H., . . . Hendro, W. (18 de 11 de 2020). Development of Virtual Engineering Platform for Online Learning System. (IEEE, Ed.) *nternational Conference on Computer Engineering, Network, and Intelligent Multimedia (CENIM)*, 185-192. <https://doi.org/10.1109/CENIM51130.2020.9297981>

Rodríguez, F., Dal Peraro, M., & Abriata, L. (2021). Democratizing interactive, immersive experiences for science education with WebXR. *Nature Computational Science*, 1(10), 631 - 632. <https://doi.org/10.1038/s43588-021-00142-8>

Rodríguez, F., Dal Peraro, M., & Abriata, L. (2022). Online tools to easily build virtual molecular models for display in augmented and virtual reality on the web. *Journal of Molecular Graphics and Modelling*, 114(108164), 1-8. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jmgm.2022.108164>

Rodríguez, F., Krapp, L., Dal Peraro, M., & Abriata, L. (2022). Visualization, Interactive Handling and Simulation of Molecules in Commodity Augmented Reality in Web Browsers Using molecularweb's Virtual Modeling Kits. *Chimia*, 76(1-2), 145 - 150. <https://doi.org/10.2533/chimia.2022.145>

Rodríguez, T., & Baños, M. (2011). E-learning en mundos virtuales 3D. Una experiencia educativa en second life. *ICONO* 14, 2(9), 39-58. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=552556583004>

Torres-Barreto, M. L., Acosta-Medina, J. K., & Alvarez-Melgarejo, M. (2020). Inteligencia artificial en la educación virtual. En *Conferences proceedings CIVINEDU 2020* (págs. 188-190). Madrid, España: REDINE, Red de Investigación e Innovación Educativa, Madrid, Spain.

- Vicente, F. E., Oliveira, L. A., Oliveira, D., & Pacheco, R. (2020). Virtual and augmented reality application in production engineering teaching-learning processes. *Production*, 30, 1-16. <https://doi.org/10.1590/0103-6513.20190088>
- W3C. (15 de 02 de 2023). *WebXR Device API*. WebXR Device API: <https://www.w3.org/TR/webxr/>
- Zapata-Ros, M. (31 de 01 de 2018). La universidad inteligente: la transición de los LMS a los Sistemas Inteligentes de Aprendizaje en Educación Superior. *RED. Revista de Educación a Distancia.*, 57(10), 1-43. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.6018/red/57/10>
- Zapatero, D. (2011). La realidad virtual como recurso y herramienta útil para la docencia y la investigación. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*(6), 17-23. <https://teyet-revista.info.unlp.edu.ar/TEyET/article/view/230/690>