

# BREVE HISTORIA DEL DESARROLLO DEL SOFTWARE EDUCATIVO PARA LAS MATEMÁTICAS

Carlos Armando Cuevas Vallejo  
México, DME-CINVESTAV  
[ccuevas@cinvestav.mx](mailto:ccuevas@cinvestav.mx)



## Resumen

Se presenta en este primer ensayo del desarrollo de lo que hoy se conoce como: Software educativo. Se hace un breve recorrido desde las primeras producciones de los años sesenta hasta finales del siglo XX. La producción de software educativo ha presentado una gran demanda, por la sociedad por al menos tres razones: 1). La gran demanda de educación y la escasa posibilidad que ofrecen las instituciones; 2). Porque como hace pocos años se presenta una pandemia que obliga a las instituciones a instrumentar una educación a distancia, aprovechando todos los recursos de la tecnología digital y 3). Por el vertiginoso desarrollo y popularización de las tecnologías digitales. A pesar de lo anterior, el camino por recorrer en la producción de verdadero software educativo que produzca en los usuarios enseñanza significativa e inteligencia es todavía un camino largo por recorrer. Lo cual no debería de extrañarnos dado que la educación presencial presenta hasta el día de hoy, al menos en la enseñanza de las matemáticas, graves deficiencias, de lo cual dan cuenta los diversos indicadores internacionales.

Palabras clave: Software educativo, enseñanza de las matemáticas, computación, teorías del aprendizaje, didáctica.

## Abstract

This first essay presents the development of what is known today as educational software. A brief tour is made from the first productions in the sixties to the end of the twentieth century. The production of educational software has been in great demand by society for at least three reasons: 1). The great demand for education and the scarce possibility offered by the institutions; 2). Because a few years ago, a pandemic forced institutions to implement distance education, taking advantage of all the resources of digital technology and 3). Because of the vertiginous development and popularization of digital technologies. Despite the above, there is still a long way to go in producing real educational software that produces meaningful learning and intelligence in users. This should not surprise us, given that face-to-face education, at least in the teaching of mathematics, still has serious deficiencies, as shown by various international indicators.

Keywords: Educational software, mathematics teaching, computation, learning theories, didactics.

## **Introducción ¿Qué es Software Educativo o software para la enseñanza?**

A riesgo de mencionar una trivialidad diré que software educativo o más específicamente el software para la educación en matemáticas, involucra a tres grandes ciencias. La sicología, mediante un conocimiento no elemental de las ciencias cognitivas; La matemática, mediante la creación de algoritmos eficientes y un adecuado dominio de conocimiento para la creación de cualquier tipo de sistema o programa. Y la computación, como una ciencia que hace factible el instanciar la reunión de los dos mundos anteriores.

Esto, que aparentemente es una obviedad, no lo es. En evaluaciones recientes de software educativo (Forgasz, 2002, 368) y Lozano, 2000, 703), se ha encontrado que la mayoría del software en el mercado tiene en general, uno o dos de los atributos mencionados, pero relegan de manera importante al otro (Caftori & Paprzycki, 1997. p. 2). Por ejemplo, podemos encontrar software con gran capacidad de manejo de imágenes y que en realidad constituye todo un portento de programación, pero de una pobreza enorme en su diseño didáctico. El proyecto Enciclopedia, es un ejemplo de este caso. O bien software con intenciones didácticas, pero de una pobreza en los algoritmos empleados que conlleva a errores conceptuales matemáticos. Winplot, un sistema para graficar funciones libres en la red, ejemplifica este caso.

Es necesario entonces, que para la producción de software educativo las personas tengan presentes estos tres elementos y, que la carencia de alguno de ellos debilita la intención de este, que es ayudar o ser un instrumento de promoción del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

## **¿Es importante para la educación la producción de software educativo?**

Uno de los problemas, en lo que a la educación respecta, más lesivos en nuestra sociedad, es la educación en matemáticas. Demos algunos datos de dominio popular para sentar bases al respecto. Es conocido que los índices de reprobación en la secundaria son tan alarmantes que los profesores son obligados a maquillar sus resultados. Existe la regla de que no se puede reprobar más del 10%. Sin embargo, numerosas investigaciones demuestran que muchas de las veces los estudiantes de secundaria en lugar de adquirir nuevas habilidades pierden algunas que tenían de la educación elemental (SMM, 1986). Más recientemente la

SEP reconoce y se acaba de publicar que 50% de los estudiantes de sexto año de primaria fallan en matemáticas. El estudio comprende tanto escuelas públicas como privadas. La subsecretaría de la SEP reconoció que particularmente en matemáticas, los estudiantes no sólo no mejoran, en la secundaria, sino que decrecen en su rendimiento (Reforma, 16-oct-2001).

Tres de cada 4 egresados de secundarias en el D. F. tienen nulas o escasas habilidades para resolver problemas matemáticos (Reforma, 21/ago/01)

La última evaluación de Enlace muestra que el 78% de los estudiantes, carecen de habilidades mínimas matemáticas (Universal, 23/ago/2007).

En la UAM atzcapotzalco el índice de reprobación en el primer curso de matemáticas cálculo I es del orden del 76% (Informe DCBI – 1995/1996)

Se han creado cursos de regularización de verano en los tecnológicos del país, con el fin de abatir los altos índices de reprobación en los cursos de matemáticas que rebasan el 80%

Estos datos muestran la problemática en la enseñanza de las matemáticas, cabe anotar que por desgracia algunos de estos problemas tienen repercusión internacional.

México ocupa el lugar 37, en rendimiento matemático en una evaluación efectuada por PISA en 2003, a 40 países.

Una respuesta a este problema podría ser tratar de instrumentar cursos de actualización para el personal docente de nuestro país. Pero debido a problemas de índole socio-político y económico, esto resulta poco factible (curiosamente este problema es internacional).

En este sentido se podría plantear la pregunta: ¿Podrá entonces ser el software en educación matemática ofrecer una alternativa de solución a este problema?

La respuesta es si. Sin embargo, hay un largo camino por recorrer antes de que, en realidad, no potencialmente, el software educativo ofrezca una alternativa de solución.

## **Uso de la computadora en la educación, que producen diferente software educativo en matemáticas.**

Querer acotar o definir con precisión, lo qué es software educativo; Es tanto como pretender acotar la imaginación humana. Continúan asombrándome los diversos trabajos

que continuamente, presentan instituciones. No obstante, en la idea de presentar algunas líneas de investigación que desde hace algunos años hemos venimos incursionando, es necesario dar un intento de clasificación de los diversos enfoques que, en el tiempo, se han venido dando al utilizar la computadora en la enseñanza de las matemáticas.

A pesar, de que el uso de la computadora en la educación proviene desde los sesenta, es a partir de los ochenta, nacimiento de la microcomputadora, cuando surge un verdadero despegue en el uso de la computadora en la enseñanza de las matemáticas. Así han surgido propuestas que van, desde la introducción en los cursos tradicionales de matemáticas de programas de cómputo que realizan: complejos cálculos numéricos, gráficas sofísticas, operaciones lógicas, operaciones simbólicas, etc., hasta la elaboración de ciertos lenguajes de computadora, con la pretensión de que su aprendizaje podría facilitar la adquisición, por parte del educando, de conceptos matemáticos álgidos y aún más, conceptos con un problema crónico de aprendizaje. Cabe mencionar que posiblemente ante la rapidez del cambio que la computación en la educación ha producido, los cambios no siempre han dado el éxito esperado, y esto se debe fundamentalmente, a la ausencia de una cuidadosa planeación didáctica, causando, en muchas de las veces, una confusión, tanto en el estudiante como en el docente. Es decir, la instrumentación del software educativo, en ciertos casos, más que beneficio ha traído desconcierto y perjuicio en el tradicional proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

De cualquier forma, la computación, después del advenimiento del automóvil, ha producido el impacto cultural más importante del siglo XX. Consecuentemente, el ámbito académico no lo puede evadir. Más aún, me parece que los investigadores y/o docentes tenemos la obligación moral de prever, al igual que el cambio producido por el automóvil en nuestra cultura, los “caminos, puentes, carreteras y semáforos” por donde la computadora pueda transitar. Iniciemos este trabajo sabiendo de antemano que cualquier intento de clasificación del uso de la computadora en el aula se quedará corto, ante el vertiginoso desarrollo de la tecnología y la aún más portentosa imaginación del ser humano.

Desde nuestro punto de vista, la computadora en la enseñanza de las matemáticas es un medio y no un fin. Por ende, la computadora, en este contexto, es una herramienta que nos auxilia a realizar tareas que van, desde la facilitación de complejos y tediosos cálculos

numéricos, hasta la promoción de complejos procesos cognitivos, dentro del ya de por si complejo mundo de la enseñanza de las matemáticas. Desde esta perspectiva, hemos dividido las diversas aplicaciones de la computación, en la enseñanza de las matemáticas en dos grandes apartados: Herramienta sofisticada que permite la creación de ambientes de aprendizaje inteligente y la computadora como apoyo al trabajo docente y de investigación en la enseñanza de las matemáticas

La primera categoría ubica a la computadora como una:

**I ) Herramienta sofisticada que permite la creación de ambientes inteligentes de aprendizaje**

Dentro de esta categoría hemos anotado como subcategorías a:

- I.1. La enseñanza de las matemáticas vía enseñanza de la computación;
- I.2. La elaboración de Lecciones Tutoriales por Computadora;
- I.3. Los Sistemas Tutoriales Inteligentes; y
- I.4. Los Ambientes Inteligentes de Aprendizaje.

**I.1) Enseñanza de las matemáticas vía enseñanza de la computación.**

En los últimos años, ha surgido la inquietud, entre un gran sector de matemáticos y educadores, de que mediante la enseñanza de ciertos lenguajes de computación los individuos aprenden matemáticas. Más aún, se afirma que cierto tipo de habilidades matemáticas se pueden adquirir con el aprendizaje de un lenguaje de computación.

Uno de los resultados más notables en esta dirección es el caso del lenguaje LOGO, un lenguaje desarrollado por Seymour Papert, Wally Feurzeig, Cynthia Solomon y Danny Bobrow investigadores del M.I.T. de U.S.A. LOGO es un es un lenguaje estructurado y recursivo que posee la ventaja (que de hecho fue su principal atractivo cuando apareció) de tener un fácil manejo de gráficas, que permite visualizar procesos típicos de programación, que hasta aquel entonces permanecían implícitos en los demás lenguajes. LOGO se crea con la premisa de que su aprendizaje produciría en los estudiantes habilidades matemáticas y lógicas en la resolución de problemas (Furzeig y Papert et al, 1969).

La programación en LOGO puede introducir al estudiante a una forma matemática de

pensamiento, la cual una vez aprendida facilitará el aprendizaje del álgebra y la geometría (Papert, 1980)

El que LOGO posea o no esta virtud, es algo que hasta hoy se cuestiona y que por desgracia no se cuenta con una buena evaluación al respecto (Solomon, 1987).

Sin embargo, cabe anotar que desde los inicios de la aplicación de la computadora en la enseñanza este ha sido uno de los puntos más atractivos para los investigadores. Taylor (1980), en uno de los primeros intentos por clasificar la computación en la enseñanza, menciona que ni como tutor ni como herramienta, la computadora adquiere un mayor relieve que cuando se utiliza como pupilo. Agrega, el autor, que aquí se trata de enseñar a la computadora a realizar determinado propósito o proyecto, para lo cual el estudiante o profesor necesita aprender muy bien el tema a programar, para poder “enseñarle” a la computadora. Concluye, Taylor, que LOGO es uno de los lenguajes más adecuados. A su vez Hatfield (1983), en la subcategoría, Programación de una computadora por parte de los estudiantes, plantea el hecho de que numerosos profesores han encontrado una conexión entre el trabajo de elaborar, corregir, realizar pruebas y refinar sus propios programas de computación por parte de los estudiantes, con aspectos del pensamiento matemático. O’Shea & Self (1983) por su parte, mencionan que LOGO generó una controversia entre quienes veían que los intentos anteriores introducían la computación sin cambios significativos en el sistema educativo. En cambio, aseguraban que con LOGO los alumnos serían los constructores de sus propias estructuras intelectuales. “Aprender sin que se enseñe”. Pero no todo es miel sobre hojuelas, y uno de los primeros obstáculos es que, bajo mi experiencia personal, no siempre profesores y/o alumnos tienen el deseo de aprender a programar una computadora. Lo cual, se complica más, cuando el lenguaje a enseñar no es sencillo. Tal es el caso de LOGO, en donde muchos han entrado en confusión al suponer que manejar algunas instrucciones de la parte gráfica (las que corresponden a la tortuga) es programar. Este júbilo desaparece, o decrece, en cuanto se inician programas que requieran un poco más de instrucciones. Tenemos que recordar que LOGO deviene y hereda las estructuras del lenguaje computacional LISP, el lenguaje utilizado para programar en Inteligencia artificial. De hecho, la aplicación de LOGO en el currículo escolar fracasó precisamente por la dificultad de programación. Sin embargo, ha resurgido con los proyectos Scratch y Minecraft.

Un grupo grande de investigadores han ido desarrollando experiencias didácticas mediante la creación de ambientes de aprendizaje a través de LOGO. O en sus propias palabras: creando “puentes” entre el lenguaje y la enseñanza de conceptos matemáticos mediante la creación de micromundos (Hoyles & Noss, 1987). Incluso, en este mismo artículo los autores proponen la inclusión de LOGO en el currículo de matemáticas en la educación elemental, lo cual como es conocido se llevó a cabo sin éxito, en algunos países. Este uso se sigue desarrollando hasta nuestros días, creando alrededor de LOGO una fuerte corriente de investigación, la cual mediante la creación de micromundos desarrolla lecciones didácticas (Hoyles, 1994). En este mismo rubro, un grupo de investigadores ha desarrollado investigaciones, con la idea de que los estudiantes al aprender a programar en algún lenguaje como VisualBasic, C++, Fortran, Java, etc.; adquieran ciertos conceptos matemáticos, como por ejemplo el de función, variable, límite, sucesión, etc. Ciertamente los lenguajes de alto nivel, como los mencionados, poseen la posibilidad de definir en sus instrucciones funciones y variables, con una estructura francamente sencilla y transparente. Una muestra de la generalización de esta idea la muestra el Profesor Dubinsky, quien ha introducido en sus cursos de matemáticas avanzadas, de nivel superior, con microcomputadoras utilizando el lenguaje: ITSEL (InTeractive SEt Languaje). Dubinsky (1989) afirma que, mediante la programación, o al realizar construcciones en este lenguaje, se realizan los constructos matemáticos paralelos en las mentes de los estudiantes, con el fin de llegar a la interiorización de ciertos conceptos matemáticos. No obstante, a partir de los ejemplos que nos muestra, se observa que este lenguaje efectivamente tiene mucha similitud con la forma usual de escribir las matemáticas y programar en él. Así pues, se crea la paradoja de que, para poder programar en este lenguaje, se tienen que tener claros los conceptos matemáticos a aprender.

## **I.2) Lecciones Tutoriales por Computadora**

Uno de los primeros intentos al utilizar la computadora en la educación, fue precisamente, producir material educativo a través de lecciones tutoriales en la computadora como auxilio en los cursos de matemáticas e idioma.

Dentro de esta línea, una de las personas que destaca es Patrick Suppes (1922-2014) quien, en 1967, juntamente con otros investigadores forma la Computer Curriculum Corporation

(CCC), con la intención de producir material educativo para el aprendizaje de Matemáticas y Lenguaje. El proyecto fue enérgicamente criticado por su filiación conductista, Sin embargo, tuvo éxito con las minorías raciales.

Otro proyecto que inicia la aplicación de la tecnología en educación fue PLATO (Programmed Logic for Automatic Teaching Operations) (Davis, 1979) que impartía cursos de diversas materias, como latín, química, educación, música, esperanto y matemáticas elementales. El responsable de la parte matemática fue Robert B. Davis (1926-1997), un matemático y profesor encargado de un programa para la formación de profesores de matemáticas de las escuelas primarias en los años sesenta, quien tiene una concepción totalmente opuesta a la de Suppes. Para Davis, el mecanismo de aprendizaje es más un proceso de descubrimiento, que el resultado de un esfuerzo (Para un estudio más detallado de Davis y Suppes véase el magnífico estudio de Solomon, 1987). Es importante mencionar que con las lecciones que Davis y su equipo realizaron, abrieron la puerta, hacia investigaciones futuras de la computadora en la educación.

Reconocemos como pioneros en el campo de la computación en la enseñanza, a Robert Davis y David Kibbey quienes, al mostrarnos en el proyecto PLATO programas de muy diversa índole, marcaron la pauta. (Kaput, 1992).

En PLATO, Davis propone una serie de juegos para el aprendizaje de números, operaciones, relaciones, etc. y de hecho esto abre una perspectiva de aplicación que algunos autores como O'Shea y Self (1983); Olds, Schwartz y Willie (1980); Kaput (1992); le confieren un apartado especial en su clasificación. Se clasifican los juegos en dos tipos. Los de contenido (content games) que son juegos cuyo propósito es la enseñanza de un hecho particular de alguna materia, y los de proceso (process games) que pretenden la enseñanza de un cognitivo mayor o de una estrategia para la resolución de problemas aplicable a través de varias materias. Sin embargo, cuando se realice una actividad lúdica, es necesario precisar ¿cuál es el planteamiento didáctico subyacente en los juegos propuestos para la enseñanza? ¿Qué conceptos matemáticos se quiere que el estudiante adquiera?; ¿Es el juego parte de un proceso de enseñanza-aprendizaje más amplio?; ¿Se quiere promover la articulación entre diversos registros de representación?; ¿Qué operaciones intelectuales (de acuerdo con la definición de Piaget) se involucran en este proceso?; etc.

Paralelo al proyecto PLATO surge otro proyecto financiado por la misma institución NSF

(National Science Foundation) a este proyecto se le conoce por sus siglas TICCIT (Time-shared Interactive Computer Controlled Information Television). El objetivo de este proyecto era demostrar que la enseñanza asistida por la computadora puede proporcionar mejor enseñanza a un costo menor que la que ofrece la enseñanza pública. La evaluación del proyecto difiere según los autores. Para algunos, el profesorado se disgustó fuertemente al ser desplazados de principio y también se cuestionó la metodología y contenido. Por otra parte la NSF facilita una evaluación en donde se menciona que el efecto del TICCIT fue positivo en los alumnos tanto en matemáticas como en composición inglesa (Alderman, 1977). Sin embargo, no existe ningún documento concluyente al respecto.

Es necesario señalar que en los sistemas anteriores los autores parten de dos premisas: La substitución total del maestro, lo cual obliga a tener un modelo de enseñanza; y la creación en la computadora de un modelo de estudiante, cuestión que lleva implícito, una teoría del conocimiento.

### **I.3) Sistemas Tutoriales Inteligentes (ITS siglas en inglés)**

Los sistemas tutoriales inteligentes, vienen a ser uno más de los dramáticos resultados, en la exploración e investigación de la computación y el aprendizaje, y nos muestra la creación de un cierto tipo de ambiente de aprendizaje (Cuevas, 1992). Aunque no existe una definición clara de lo que se entiende por un Sistema Tutorial Inteligente (Intelligent Tutoring System (ITS)), se puede contemplar como una extensión de las lecciones tutoriales, es decir, un sistema que contenga una o varias lecciones tutoriales implementadas en una computadora o microcomputadora las cuales, al interactuar con el estudiante, tengan un cierto comportamiento inteligente. Para muchos autores, lo anterior sólo es posible de realizar mediante la combinación de la inteligencia artificial y las ciencias cognitivas. Sin embargo, los ITS vistos como una extensión de las lecciones tutoriales comprenden un rango más amplio.

En estos sistemas, se implementa un modo de enseñanza flexible a través del uso de algún tipo de mecanismo basado en la evaluación de las respuestas del estudiante a preguntas propuestas por el sistema. Dependiendo de esta evaluación se decide si se presenta al estudiante nuevo material o se presenta material remedial. Para guiar apropiadamente la interacción del sistema con el estudiante se implementa internamente un modelo de error

del estudiante, que se anticipa a todos los posibles errores y aciertos, que el estudiante-usuario podría tener al intentar resolver un determinado problema (Anderson, 1986; Burns & Capps, 1988). Existe una gran variación en el nivel de detalle que posee el modelo del estudiante en los diferentes sistemas tutoriales inteligentes.

Dentro de este campo destacan los siguientes sistemas:

The LISP Intelligent Tutoring System, (Anderson, et al, 1987). En donde los autores presentan un tutor inteligente para la enseñanza del lenguaje de computación LISP.

Learning Companion System, (Chang & Baskin, 1990). En este tutorial, los autores mencionan, que, al tradicional ITS, se le agrega un acompañante dado por la misma computadora (ibidem, pag 6). Los componentes básicos de este ITS son: La computadora-profesor, el estudiante humano y el estudiante-acompañante virtual.

Geometría (Anderson, et al, 1985); TAPS, para Aritmética y Álgebra elemental desarrollado por Derry y Hawkes (1989/90); CLORIS (Parkes,1986; Parkes &Self, 1990) la combinación de un ITS con video interactivo; SCENT-3 (McCalla et al, 1990) y el tutor ZEERA, para Estadística Descriptiva.

Una de las principales características de los sistemas tutoriales inteligentes es la separación que hacen del conocimiento tutorial del conocimiento del dominio que enseñan.

La epistemología en que se basan es la tradicional o sensorio empirista (Aebli, 1995) y tratan de aplicar una didáctica de tipo discursiva.

Cabe anotar, que todos estos proyectos fueron desarrollados en macrocomputadoras o mainframe de la tercera generación y por los altos costos de su implementación masiva, los proyectos fueron más una promesa que una realidad, y no fue hasta 1980 que surge la microcomputadora que toman auge las propuestas de la aplicación de la computación en educación matemática. Inicia así, una carrera en la producción de software.

## **Ambientes Inteligentes de Aprendizaje**

Un consenso, entre los educadores, es que el estudiante debe construir su propio conocimiento (NCTM, 1998). Si la computadora se va a utilizar para mejorar la educación, la propuesta anterior, debería considerarse en el diseño de nuevos ambientes educacionales.

Son dos las ideas centrales: La inteligencia deberá ser adquirida por el usuario-estudiante y el eje rector, del diseño del sistema, deberá ser la propuesta didáctica.

*Al diseñar sistemas educativos basados en la computadora, nuestra preocupación primaria no ha de estar con una nueva tecnología deslumbradora, ni debemos extraviarnos románticamente por metas expectativas y poco realistas como reemplazar a maestros, libros de texto, o incluso las actividades físicas y sociales de estudiantes a través de la interacción de la estudiante-máquina (Reusser, 1993)*

Basados en la epistemología genética, desarrollada por Piaget, que describe la adquisición de conocimiento en el individuo como un proceso continuo de construcción de estructuras cognitivas. Donde las estructuras cognitivas son sistemas organizados de representaciones mentales de acciones (operaciones) relacionadas por un modo de ejecución y que tienen asociado un resultado esperado. La construcción de nuevas estructuras o modificación de las que se tienen es iniciada por la aparición de una situación que no puede ser soportada por las estructuras cognitivas con que cuenta el individuo, esto es, por la aparición de una situación desequilibrante. Para construir su conocimiento, el estudiante tiene que involucrarse en algún tipo de actividad que derive hacia la adquisición de una operación. Un concepto puede ser construido a través de la adquisición y conexión de sus operaciones constituyentes y es la organización de grupo de estas operaciones la que le da la flexibilidad para su aplicación en una variedad de situaciones.

Este enfoque de la educación es el que se utiliza en la nueva clase sistemas tutoriales dentro de los ambientes inteligentes de aprendizaje. Sin embargo, cabe anotar que la sola utilización de dichos tutoriales no garantiza que el estudiante realizará las actividades necesarias para adquirir un concepto en particular. Ni que explorará sus relaciones, ni garantiza que el estudiante será capaz de aplicar los conceptos adquiridos en el ambiente. Es conveniente, que el maestro guíe al estudiante en este proceso de construcción de conocimiento a través de planear, extender y seriar las actividades que podrían llevar al estudiante a interiorizar las operaciones relacionadas a un concepto o noción y consecuentemente a la asimilación de este. En este sentido se han desarrollado una nueva clase de sistemas tutoriales inteligentes en donde destacan los siguientes sistemas:

**LIREC.** Sistema para la enseñanza de la línea recta desde el punto de vista de la analítica (Cuevas, 1994).

**CalcVisual.** Sistema de apoyo a la enseñanza del cálculo diferencial (Cuevas y Mejía, 2002).

**FUNCTION(X).** Sistema de apoyo a la enseñanza del concepto de función real (Díaz, 2001).

**TutorEst.** Sistema para apoyo a la enseñanza de la estadística descriptiva (Bueno, 2001).

**ECAEM.** Sistema de apoyo a la enseñanza del cálculo diferencial, una extensión de CalcVisual (Martínez, 2006).

La arquitectura básica de estos ambientes de aprendizaje coincide con la arquitectura de un ITS tradicional (véase figura 1). Sin embargo, existen diferencias substanciales. En primer término, no se pretende sustituir al maestro en forma total. Esto es, son tutores que pretenden ser un apoyo para el profesor en sus cursos tradicionales de matemáticas, compartiendo con el maestro la responsabilidad docente y delegando, al docente, la responsabilidad del grado de análisis requerido en el curso. Esto permite, al profesor, descargar una parte considerable de labor docente. En segundo término, no se pretende emular o proponer la forma en que un individuo aprende (Cuevas, 1995) y en tercer término establece la acción del educando, como el proceso fundamental del desarrollo. Es decir, un tutor no autoritario permite la actividad del alumno sin interrupción y el sistema no interviene hasta que el estudiante lo invoque o de entrada a alguna respuesta.

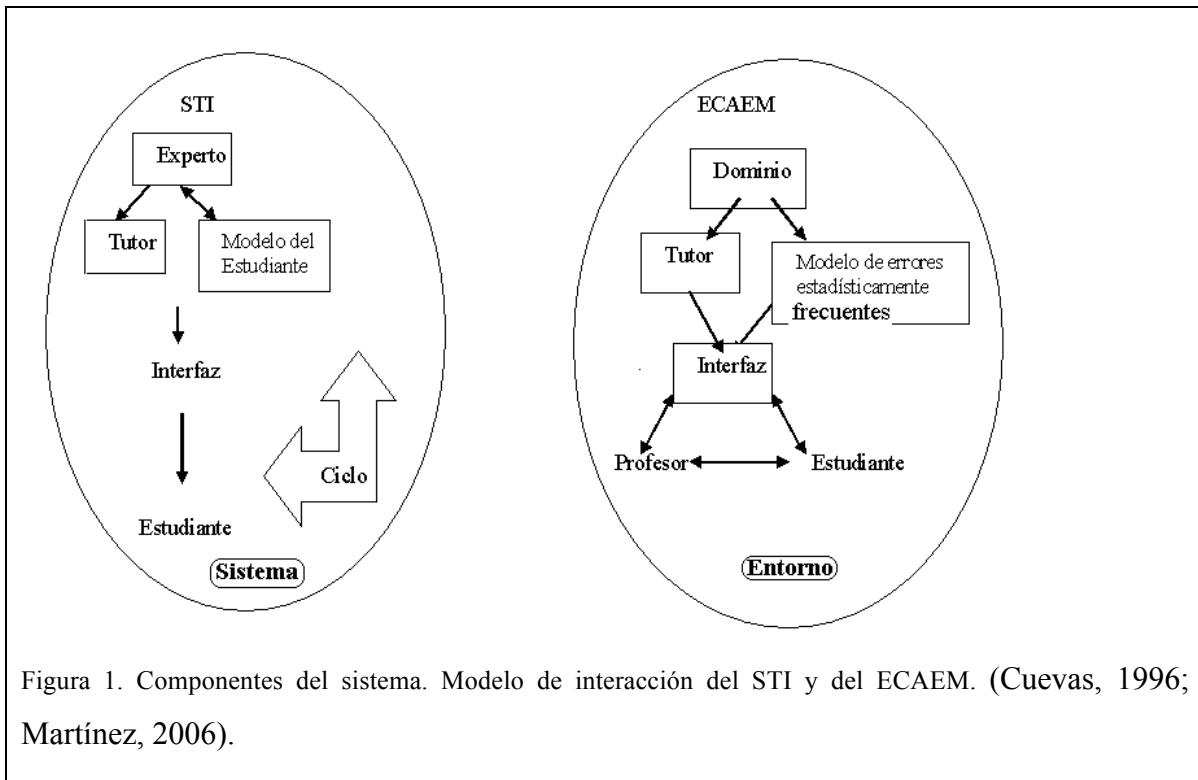


Figura 1. Componentes del sistema. Modelo de interacción del STI y del ECAEM. (Cuevas, 1996; Martínez, 2006).

Un punto muy importante dentro de este apartado lo constituye el uso de la computadora como fabricante o constructor de “herramientas” para el aprendizaje y desarrollo de conceptos matemáticos. Dentro de este uso, podemos anotar a los micromundos, dentro de ellos muchos investigadores han desarrollado funciones u objetos que sean a su vez parte de un constructo cognitivo más amplio. Incluso como mencionan, Olds et al, se han creado lenguajes que facilitan la construcción de este tipo de herramienta a saber: Logo, Function Machines, Boxer, Interactive Physics, Mathematica, Cabri-Geomètre, Geo-Lab. En este mismo sector, podemos agregar a sistemas como Hypercabri (Laborde y Straber, 1990) que son sistemas que realizan una intersección entre un micromundo y un tutorial. Esto es, sistemas que permiten la creación de un micromundo para la construcción de objetos matemáticos y su vez cuando finalizan un determinado problema un tutor les revisa el trabajo realizado. En la siguiente categoría, ubicamos a la computadora como una herramienta de propósito general en la labor cotidiana del docente y/o alumno.

## **II) La computadora como apoyo al trabajo docente y de investigación en la enseñanza de las matemáticas**

Como subcategorías a esta anotamos:

### **II.1) La Computadora como auxiliar del profesor al elaborar y presentar material didáctico.**

#### **II.1.1) Como pizarrón y/o cuaderno electrónico.**

En este uso particular, se tienen uno o más programas que el profesor puede manipular en sus presentaciones. Aquí, se manipulan parámetros o datos dependiendo del programa, y se refleja en la pantalla el efecto de las variaciones en los parámetros o datos. Dentro del actual software utilizable para este fin podemos mencionar los siguientes graficadores y/o manipuladores simbólicos: Derive (1988), Mathlab (1987), Mathematica (1989), Maple (1991) y programas de geometría dinámica como: Geogebra, Cabri, Geometra y GeoLab.

#### **II.1.2) Como herramienta en la elaboración de listas, notas, apuntes, textos, etc.**

Dentro de las tareas más usuales en el medio académico, se tienen: la elaboración de notas de clase, evaluaciones escritas, problemarios que incluyen gráficas, lista de estudiantes y calificaciones, libros de texto, publicación de artículos, edición de revistas, correspondencia, etc., y es precisamente en este renglón, donde la computación ha dotado a la comunidad científica de una herramienta de trabajo invaluable: los procesadores de texto. Facilidades como el elegir tipo y tamaño de letra; combinación de texto y gráficas; símbolos particulares de la especialidad; revisión ortográfica; son algunas de las facilidades que nos provee un procesador de texto. Este uso se ha popularizado tanto en la comunidad académica y científica que en la actualidad es prácticamente, la única forma de comunicación científica. Los procesadores más usuales son: Word, Scientific Word, Mathcad, etc. en este apartado cabe destacar a *TEX*, aunque este último no es precisamente un procesador de texto, sino un lenguaje tipográfico.

### **II.2) La microcomputadora como apoyo al trabajo docente y de investigación en la enseñanza de las matemáticas o materias afines**

#### **II.2.1 Uso de manipuladores simbólicos**

Uno de los primeros usos de la computación en la enseñanza de las matemáticas y materias

afines lo constituyó el uso de paquetes de programas de computación que proporcionaban en forma inmediata los cálculos requeridos para un determinado proceso. Así, surgen paquetes: de: estadística (Stat Graphics, Statpal); de investigación de operaciones, incluyendo simplex, ruta crítica (Lindo); de resistencia de materiales (v. gr. PCSTRAN.). Y los llamados manipuladores simbólicos que realizan operaciones para; cálculo de raíces de polinomios y de operaciones aritméticas complejas. Además de realizar operaciones de álgebra matricial, operaciones algebraicas, derivación e integración en forma simbólica y numérica con un alto grado de precisión, resolución de ecuaciones diferenciales, graficación sofisticada, etc. En este apartado destacan MuMath, Mathcad, Derive, Matemática y Maple. Claramente, una de las mayores dificultades al usar los manipuladores simbólicos, en el proceso de enseñanza, es que al resolver un determinado problema, el proceso de solución permanece oculto y muchas de las veces el rescatar este proceso es precisamente lo más importante.

### **II.2.2 Escenarios didácticos**

Posiblemente la primera forma de comunicación del ser humano fue el lenguaje figurativo o de señas, en donde a través de gestos, movimientos corporales y figurativos el ser humano lograba comunicarse. A esta forma, le sigue el lenguaje pictórico o comunicación a través de dibujos, las pinturas rupestres son una muestra de ello. Posteriormente, cuando se empiezan a construir palabras que describen hechos se pasa al lenguaje hablado. Esta etapa a sido descrita por los juglares y cuentistas. Le sigue, a esta forma de comunicación, el gran invento: el lenguaje escrito, es decir, la construcción de símbolos concatenados con una cierta estructura que nos permitía comunicarnos de una manera simbólica (Británica, 1999). El día de hoy somos testigos de una nueva forma de comunicación que empieza a surgir: el lenguaje visual-interactivo. Y una muestra elocuente de esta forma de comunicación nos lo muestran Abreu y Ontiveros, con la producción de los applet's: Descartes 2 y Descartes 3, que permiten la redacción de lecciones o textos de matemáticas interactivos. Es decir, en una página web se permite: escribir la definición de un objeto matemático y a la vez instalar una ventana (applet) con el objeto matemático definido (Gráfica, función, proceso, etc.) al cual podemos manipular al tiempo de estar leyendo sus propiedades (<http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig5/PresentacionCinvestav.html>).

Esto, sin lugar a duda, crea un paradigma y a la vez una etapa más dentro de la

comunicación entre los seres humanos. Por otra parte, programas de geometría dinámica, como Cabri o GeoGebra, permiten la creación de escenarios didácticos, que después de construidos da la posibilidad de convertir a un applet, que se ejecuta sin la necesidad del ambiente en que se creo (Cuevas et al, 2005). GeoGebra eliminó en poco tiempo esta posibilidad, creando su propia nube en donde se depositan los escenarios o programas producidos con este software,

**c) La microcomputadora como una "super-calculadora" que realiza una serie de operaciones en sólo un paso.**

En este renglón, el diseñan paquetes o programas de cómputo con la finalidad de que realicen las operaciones necesarias para llevar acabo un determinado proceso, sin necesariamente dar la solución al mismo. En otras palabras, simular en la microcomputadora una "super-calculadora" que realiza una serie de operaciones en sólo un paso. Por ejemplo, con Matlab se pueden realizar una cierta programación que simule operaciones elementales en la matriz asociada a un sistema lineal de ecuaciones, campos de integración, etc. Destaca también en este uso Caliman, un programa que nos permite operar con imágenes, con una correspondencia al cálculo diferencial. Este paquete fue desarrollado por J. L. Marroquí, como apoyo a sus cursos de procesamiento de imágenes.

Un uso más reciente, y por cierto sorprendente, es la utilización de los paquetes ideados para la administración, como las hojas de cálculo y los manejadores de bases de datos (v. gr. Lotus, Excel.). Estos programas, contemplados desde el punto de vista educativo, se pueden llegar a convertir en una poderosa herramienta que nos auxilie en el problema de la enseñanza. Por ejemplo, en una hoja de cálculo tenemos definidas en forma natural operaciones matriciales, con la posibilidad de crear entradas (de la matriz) dependientes una de otras mediante procesos iterativos. Esto aunado a que podemos elaborar gráficas también de manera muy simple, nos proporciona una herramienta de suma utilidad en la educación. De aquí que resulte natural apoyarse en este tipo de paquetes para diferentes cursos de matemáticas, como, por ejemplo: Aritmética, Álgebra, Estadística Descriptiva, Álgebra Lineal, Investigación de Operaciones, Análisis Numérico, Cálculo, etc. Aquí la computadora-hoja de cálculo viene a ser como una gran "calculadora" que puede realizar operaciones que contienen uno o más procesos relativamente complejos, desde el punto de

vista operativo, desarrollados en un solo paso. Esto nos permite evaluar o ejercitarse en algoritmos matemáticos, que hechos de otra manera, por lo terriblemente laboriosos, caen en la perdida o extravío del verdadero concepto que se pretende enseñar. Además, precisamente por lo laborioso, los estudiantes no logran realizar una cantidad adecuada de ejercicios, que les permita tener una visión completa del problema o algoritmo en cuestión.

Las computadoras son cada vez más accesibles en las clases de matemáticas, por lo cual es muy importante encontrar un buen software que anime a los estudiantes a explorar y expresar sus ideas matemáticas. Creemos que las hojas de cálculo nos dan este potencial (Healy & Sutherland, 1991).

Otra enorme ventaja de la utilización de los paquetes computacionales es que la mayoría de ellos no requiere de un entrenamiento largo y riguroso, al menos para los usos que se pretende, por lo cual se pueden implementar fácilmente en los cursos de matemáticas. También ha introducido la microcomputadora en los cursos de estadística descriptiva, mediante la utilización de la hoja de cálculo. Este uso, le ha permitido desarrollar y plantear problemas del mundo real a los estudiantes. La hoja de cálculo nos ofrece la posibilidad de procesar toda la información, que el problema genera y que los estudiantes recaban, para de esta forma encontrar a la par: la definición y sentido de las diversas medidas de tendencia central parte de este trabajo se puede encontrar en (Plata, 1996). Con la hoja de cálculo les fue posible formular las diversas medidas de tendencia central, evitando tan sólo los engorrosos cálculos numéricos asociados.

Finalmente, la tercera categoría sitúa a la computadora como una herramienta capaz de generar una nueva forma de enseñar.

### **E-LEARNING y educación a distancia**

En efecto, en los últimos desarrollos de la aplicación de la computadora a la instrucción, se ha venido desarrollando una nueva forma de enseñanza con tecnología, a la cual se han incorporado muchas universidades del primer mundo. Esta forma se describe a continuación.

El vertiginoso desarrollo tecnológico ha revolucionado las formas de comunicación del siglo XX, las distancias y lenguas se han reducido. Internet se ha convertido en la mayor y primera fuente de información para diversos temas. Hoy día, sólo basta encender la

computadora (con conexión a red) y buscar dicho tema en Internet, con lo cual podemos decir que el Internet se ha vuelto una herramienta valiosa y casi fundamental en nuestra sociedad, y en algunos casos hasta necesaria. Aprovechando la gran influencia que tiene esta gran red internacional de comunicación, se han desarrollado nuevas tecnologías en educación para ella, teniendo así los llamados e-learning.

## LA DEFINICIÓN DE E-LEARNING

El e-learning (aprendizaje electrónico) es un término que procede del inglés y en particular del e-mail, correo electrónico, y puede definirse como el uso de las ventajas del aprendizaje a través de Internet (Educación Virtual). En otras palabras, es la adaptación del ritmo de aprendizaje al alumno y la disponibilidad de las herramientas de aprendizaje, independientemente de límites horarios o geográficos. Las herramientas que componen esta estrategia de educación son, por un lado, diferentes utilidades para la presentación de los contenidos (textos, animaciones, gráficos, videos) y por otro, herramientas de comunicación entre alumnos o entre alumnos y tutores de los cursos (correo electrónico, chat, foros). Pero, más allá de las herramientas ocupadas, el e-learning, como todo proceso educativo, requiere de un diseño instructivo o instruccional sólido y que tome en cuenta, además de las consideraciones pedagógicas, las ventajas y limitaciones de Internet y el comportamiento de los usuarios de la misma. Hasta hace algunos años se destacaba el e-learning por su propuesta de capacitación “Justo a tiempo” (Just in time), por bajar los costos de capacitación, por poder realizarse en cualquier momento y cualquier lugar. Esto en la práctica ha resultado poco realista y sin duda ha llevado a un atraso en la incorporación de la tecnología para educación. El e-learning, al menos a baja escala de número de alumnos, no es más barato que la educación presencial, toda vez que exige la producción previa de materiales didácticos en una estructura definida por un diseño instructivo ad-hoc al objetivo del programa académico correspondiente y su público objetivo. Por lo demás, dado el comportamiento de los usuarios en Internet, se exige mayor disponibilidad y por tanto mayor conectividad del profesor tutor, ocupando -en programas académicos bien realizados y que se orientan a la interacción con el profesor tutor y entre los alumnos- esté más horas que las que dedica de forma presencial.

En la actualidad se está pasando del concepto de educación por medio de herramientas

tecnológicas al de tutorización con apoyo tecnológico, realizando la labor pedagógica de tutores y profesores para construir el conocimiento. Cuando la práctica se realiza ocupando fundamentalmente Internet, se habla de e-learning puro u on-line. Y cuando se realiza bajo un diseño instructivo que mezcla clases y/o actividades pedagógicas presenciales con clases y/o actividades 100% on-line, se ocupa el término b-learning (por blended learning o aprendizaje mezclado). El b-learning (blended learning); formación combinada, es una modalidad de enseñanza-aprendizaje semipresencial, que incluye tanto formación presencial como e-learning.

Este modelo de formación hace uso de las ventajas de la formación 100% on-line y la formación presencial, combinándolas en un sólo tipo de formación que agilizan la labor tanto del formador como del alumno. El diseño instructivo del programa académico para el que se ha decidido adoptar una modalidad b-learning deberá considerar tanto instancias on-line como presenciales, pedagógicamente estructuradas, de modo de lograr el aprendizaje buscado.

## CARACTERÍSTICAS DE E-LEARNING

Hay una serie de características típicas de la enseñanza a distancia, y claramente diferenciadoras respecto a la enseñanza presencial tradicional:

Separación física entre profesor y alumno.

Uso masivo de medios técnicos.

El alumno como centro de una formación independiente y flexible.

Tutorización.

Comunicación de doble vía asíncrona.

Precisamente estas características son las que nos ayudarán finalmente a definir qué es e-learning.

Separación física entre profesor y alumno.

En la enseñanza a distancia, el profesor está generalmente separado físicamente de sus alumnos, los cuales recurren generalmente a las enseñanzas de sus profesores gracias a material impreso, audiovisual, informático etc. y, por lo general, rara vez mediante un

contacto físico. Por tanto, estamos, a diferencia del aula presencial, ante una dispersión geográfica importante de profesores y alumnos.

Uso masivo de medios técnicos.

Generalmente se afirma que los centros que imparten enseñanza a distancia son los centros de los medios, lo cual es bastante acertado. Si nos fijamos en las Universidades a distancia Europeas y Norteamericanas, observamos cómo han sido siempre pioneras en la utilización de los medios en sus enseñanzas. El uso masivo de medios técnicos, en la enseñanza a distancia, ha dado lugar a que se hayan superado las dificultades surgidas de las fronteras de espacio y tiempo, de tal manera que los alumnos “pueden aprender lo que quieran, donde quieran y cuando quieran”.

El alumno como centro de una formación independiente y flexible.

Mientras que en la enseñanza presencial es el profesorado el que determina casi exclusivamente el ritmo de aprendizaje, pues decide la cantidad de materia que se explica cada vez, en la enseñanza a distancia es el alumno el que tiene que saber gestionar su tiempo y decidir su ritmo de aprendizaje. En definitiva, el alumno a distancia es mucho más independiente, y se le exige una mayor autodisciplina respecto a los alumnos presenciales. De ahí que se afirme que lo primero que tiene que aprender un estudiante a distancia es, precisamente, a aprender, pues de ahí dependerá su éxito.

Tutorización.

A diferencia de la enseñanza convencional, en la enseñanza a distancia, aparte de los contenidos de un curso, que no son transmitidos por un profesor presencial, sino que, por regla general, son distribuidos en medios impresos, audiovisuales y telemáticos, existe una labor de tutorización, generalmente llevada a cabo por personal diferente al que ha elaborado los contenidos del curso.

Por tanto, a la vista de lo expuesto, podemos definir el e-learning, de la siguiente manera: Enseñanza a distancia caracterizada por una separación física entre profesorado y alumnado -sin excluir encuentros físicos puntuales-, entre los que predomina una comunicación de doble vía asíncrona donde se usa preferentemente Internet como medio de comunicación y de distribución del conocimiento, de tal manera que el alumno es el centro de una

formación independiente y flexible, al tener que gestionar su propio aprendizaje, generalmente con ayuda de tutores externos. Aunque el término más extendido en castellano es e-learning, existen otros términos que significan prácticamente lo mismo: formación on-line, educación virtual, teleformación, etc.

## VENTAJAS DEL USO DE LA WEB EN LA ENSEÑANZA

El e-learning está basado, por tanto, en un uso masivo de la Web como medio de comunicación. Por tanto, es útil conocer las ventajas e inconvenientes del uso de la Web en la enseñanza a distancia.

Muy fácil de usar.

Una vez que se tiene acceso a la Web, trabajar en ella es tan sencillo como pulsar el ratón, pues no se exige ningún conocimiento de informática adicional.

Sistema de comunicación multimedia.

Cuando se está conectado a la Web, se puede acceder a todo tipo de documentos multimedia: no solamente texto, sino también información sonora y audiovisual (el usuario puede recibir, por ejemplo, un fichero con un libro o también una secuencia de vídeo).

Medio de comunicación mundial, donde, en comparación con otros medios -teléfono, fax, correos-, la distancia entre el emisor y receptor de información no es relevante, incluso en la tarificación. Cuando se accede a una página de la Web, desconocemos con frecuencia dónde está ubicado físicamente el ordenador que nos la ha enviado: puede estar situado a unos metros de nuestro propio ordenador, a miles de kilómetros. Esto no ocurre con el correo ordinario ni con el teléfono, donde la tarificación va en relación directa con la distancia: cuanto más distantes están el emisor y receptor, mayor será el precio a abonar. Precisamente ha sido esta característica de la Web la que ha dado lugar a que las barreras geográficas hayan desaparecido para el intercambio de información.

Costos muy bajos para el alumnado y para el profesorado que genera contenidos. Dado que Internet funciona como una cooperativa internacional sin ánimo de lucro, donde cada socio asume solamente los gastos de mantenimiento y de conexión al nodo más cercano, los costes son reducidos para todos.

Conexión a la Web de la gran mayoría de centros de investigación y universidades.

Este es uno de los grandes valores añadidos de la Web. Además, tenemos que pensar que para el alumnado a distancia, es precisamente este uno de los factores más importantes respecto a sus contenidos, pues accede a la mayor biblioteca de publicaciones electrónicas jamás soñada.

Enormes posibilidades de interactividad mediante lenguajes tipo Java, o programas como Flash o Shockwave de Macromedia.

Expansión vertiginosa como medio de comunicación universal.

La Web se ha convertido, en los países industrializados, en un medio de comunicación casi universal como lo puede ser el fax o el teléfono.

## INCONVENIENTES DEL USO DE LA WEB EN LA ENSEÑANZA A DISTANCIA

En la Web también se aprecian aspectos críticos en la enseñanza a distancia que comentaremos a continuación:

Desorientación general en el acceso a la información.

El procedimiento para acceder a la información de la Web es el de un hipertexto, es decir, cada página de la Web puede contener numerosos enlaces (links) a otras páginas, que vienen señalados generalmente con otro color o con un subrayado. De ahí que precisamente uno de los aspectos críticos de la Web sea que el alumno pueda desorientarse, pues la única manera de navegar en la Web es ir seleccionando referencias cruzadas.

Desorientación en el significado de educación

Si bien la enseñanza presencial hasta el día de hoy es un problema no resuelto, en donde se pueden encontrar diversas aproximaciones, derivadas de diversas teorías del aprendizaje y didácticas. La enseñanza vía web le añade a esta problemática el problema del autoaprendizaje. Sin embargo, tal parecería que este problema no lo percibe la inmensa mayoría de la comunidad y se encuentran más preocupados por los problemas de orden técnico. i. e. la producción de manejadores de objetos de aprendizaje, el uso de plataformas que permitan el e-learning, etc. que en diseñar verdaderos materiales que contribuyan a una mejor comprensión. Hasta el día la producción se orienta hacia material que son los llamados “pasa hojas” materiales escritos dispuestos en la web.

Predominio casi absoluto del inglés.

Para una gran parte del alumnado el hecho de que un porcentaje altísimo de documentos esté solamente en inglés supone un gran obstáculo, agudizado además por el hecho de que además la información sobre los países de habla inglesa –muy especialmente, EE.UU. de América- sea totalmente predominante.

Possible uso para fines poco constructivos y delictivos.

Todavía hay voces críticas sobre el uso de Internet con fines poco decorosos y, en algunos casos, incluso delictivos: lugar de contacto para la propaganda de ideas fascistas, pornografía, etc.

Lentitud en el acceso a la Web.

Debido al crecimiento desmesurado de la Web, es evidente que en algunos casos pueda resultar inoportuno hablar de autopistas de la información, pues la impresión que se tiene algunas veces es que dichas autopistas están casi siempre colapsadas (se habla, por ello, irónicamente de la World Wide Wait o “espera de ámbito mundial”).

El uso fundamental y de hecho la segunda aplicación del e-learning, la primera es al ejército, se da en la empresa, en donde se han diseñado diversas aplicaciones, pero fundamentalmente para “entrenar” al personal, la extensión a “enseñar” deja mucho que desear

Los e-learning son un sistema vanguardista de enseñanza tecnológica, los cuales presentan una gran cantidad de inconvenientes aun por resolver, como los antes mencionados, a los cuales podemos agregar uno; el costo elevado de tener una conexión a red junto con todo lo que ello conlleva; como una computadora con requerimientos físicos sino novedosos, al menos actualizados. Una de las mayores desventajas que podemos anotar al proyecto e-learning, es la necesidad de un sofisticado y costoso equipo de cómputo.

Conclusiones

Compartimos la tesis de que la elaboración de software educativo, o más precisamente software para la enseñanza de las matemáticas debe de ser una tarea o labor interdisciplinaria. Sin embargo, no es sencillo crear los “puentes” entre los sicólogos, computólogos y matemáticos, la especialización en cada uno de estos campos ha creado

una cierta barrera de comunicación, en donde los propósitos de cada uno de ellos no son los mismos. Esto ha dado lugar, a que necesariamente algunas de los investigadores que nos dedicamos a la producción de software educativo tengamos que estudiar sicología del aprendizaje, la computación y la matemática. Tal vez, y guardada toda proporción, esto fue en parte lo que motivo que el propio Piaget tuviera que estudiar matemáticas, a fin de poder dar una interpretación a sus ideas sicológicas acerca de la formación de la inteligencia.

¿Existen mecanismos de evaluación para el software educativo?

Dada la diversidad de producción de software educativo es difícil encontrar recomendaciones generales para la producción se software educativo. Y creo que en general se pueden separar en dos grandes ramas: El uso de software y la producción de este.

Una primera y única recomendación, es la dada al inicio de este documento. Cuando se examine un determinado software educativo, no olvidar a ninguna de las tres componentes, en la evaluación. Examinar la propuesta didáctica, el contenido matemático y lo amigable del software.

### Recomendaciones para la elaboración de software **educativo**

Para Taylor, la computadora era un medio no muy eficiente para llevar a cabo tareas de educación, ¿en qué sentido? En el sentido que cuesta mucho tiempo y esfuerzo realizar programas que pongan en práctica algunas de las tareas educativas. Una recomendación didáctica en general es tratar de ofrecer al estudiante, los diversos registros de representación semiótica asociados a un concepto. Proponer actividades en cada uno de ellos que permitan la visualización simultanea. Esto, desde el punto de vista de la programación, ofrece dificultades muy serias al momento de crear interfaces en donde los diversos mundos involucrados puedan interactuar. Además, es necesario la creación de filtros (parsers) o reconocedores de expresiones matemáticas, con dos condiciones: La primera es que la expresión, escrita en la computadora, se refleje en la pantalla en forma muy semejante a la escrita con lápiz y papel. Esto es, no debemos agregar a la complejidad de aprender matemáticas, la complicación de escribir expresiones matemáticas con una sintaxis particular. Y dos, elaborar filtros que permitan una evaluación sintáctica antes de proceder a la evaluación semántica. Es decir, que el sistema sea capaz de reconocer si la expresión escrita, es sintácticamente correcta, antes de evaluar a la misma semánticamente.

De no ser correcta sintácticamente, se requiere que el filtro nos indique con precisión el tipo de error cometido.

### **Sugerencias para la implementación de software educativo.**

Establecer con claridad el contrato didáctico en el curso a enseñar. Es decir, precisar en qué forma y tiempo intervendrán: la computadora y/o software en el curso; el profesor con las explicaciones pertinentes y el alumno. Es necesario aclarar el rol de cada uno, antes de incorporar a la computadora en el aula.

Se debe tener claridad en qué conceptos matemáticos se van a enseñar y para cada concepto a enseñar a través del software se deberá de plantear una serie de actividades cuyo propósito es guiar al estudiante para que a través de sus acciones adquiera las habilidades deseadas, así como la comprensión del concepto. Es responsabilidad del profesor identificar tales operaciones y conectarlas bajo la guía de un planteamiento didáctico, transparente al estudiante, pero explícito para el docente. Sería deseable que la motivación para la realización de las actividades, se pudieran plantear problemas que sean de interés para los estudiantes de acuerdo con su nivel escolar y social, y cuya solución conlleve la construcción del concepto matemático a enseñar.

- Diseñar las diversas actividades aprovechando la posibilidad de la computadora para que el estudiante visualice y manipule diferentes registros de representación de los conceptos bajo estudio;
- Apoyar la formación de esquemas de visualización que permitan al estudiante construir su conocimiento acerca del dominio que se cubre; y
- Considerar a la computadora como una herramienta cognitiva más que como una herramienta auxiliar para realizar cálculos numéricos y/o simbólicos.

### **BIBLIOGRAFIA**

- Aebli, Hans. (1958). *Una Didáctica Fundada en la Psicología de Jean Piaget*. Edit. Kapelusz S.A., Buenos Aires.
- (1995). Doce Formas de Enseñanza; Una Didáctica Basada en la Psicología. 2a. Edición. Marcea S. A. de Ediciones. Madrid. España.
- Abelson, H. & Disessa A. (1986). The computer as a Medium for Exploring Mathematics. MIT Press

- Allison, L. and N. Hammond. (1990). Learning Support Environments: Rationale and Evaluation. *Computers Education* 15, No. 1-3: 137-143.
- Anderson, J. and B. Reiser. (1986). The LISP Tutor. *Byte* 10:159-175.
- Anderson, J. R. (1989). Project Report to the NSF Advanced Technology Program. Project Directors Meeting, Harvard University.
- Anderson, J. R., Boile, C. F., Reiser, B. (1985). Intelligent tutoring systems. *Science* 228
- Anderson, J. R., Boyle, C. F., Yost, G. (1985) The Geometry Tutor. Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence. Los Angeles. USA
- Anderson, J. R., P. F. Boyle and G. Yost. (1985). The Geometry Tutor". In *Proceedings 9<sup>th</sup> International Joint Conference on Artificial intelligence*. Los Angeles Cal., 1-7
- Andreu, M.E. & Cuevas, A. (1995). CALDIFE, Grupo Editorial Iberoamérica. México
- Apple Computer, Inc. (1991). Hypercard [Software]. Cupertino, CA.
- Balacheff, N. (1994). Artificial Intelligence and Real Teaching". In *Learning Through Computers: Mathematics and Educational Technology*. C. Keitel and K. Ruthvens, eds. Springer Verlag, Berlin, 131-158.
- Balacheff, N., Kaput, J. (1996). Computer-Based Learning Environments in *Mathematics. International Handbook for Mathematics Education*, 469-501. A.J. Bishop et al Eds. Kluwer Academic Publishers.
- Barclay, T. (1985). Guess my rule [Software]. Pleasantville, NY: HRM Software.
- Britannica Encyclopaedia (1999) versión CD. Evolution of Writing Systems.
- Britannica Encyclopaedia. (1999). versión CD. Types of communication
- Bueno, G. (1999). Tutorest, un tutor computacional para la enseñanza de la estadística descriptiva. Especialidad: Matemática Educativa. 12 de noviembre 1999. DME-CINVESTAV del IPN
- Burns, Hugh L. and Capps Charles G. (1988). *Foundations of Intelligent Tutoring Systems*; edited by M. Polson and J. J. Richardson, Lawrence Erlbaum Associates Publishers. USA.
- Caftori, Netiva. and Paprzycki, Marcin. (1997). The Design, Evaluation and Usage of Educational Software. *Technology and Teacher Education Annual* 1997. Eds. J.D. Price, R. S. McNeil and J. Willis. Association for the Advanced of Computers Education (CD-ROM edition).
- Carbonell, J. R. (1970). Mixed-Initiative Man-Computer Instructional Dialogues. BBN Rep. N. 1971. Bolt Beranek and Newman, Inc., Cambridge, Mass.
- Chan, Tak-Wai; Baskin, Arthur B. (1990). Learning Companion System., edited by Claude Frasson, Gilles Gauthier: *Intelligent Tutoring System: at the crossroad of artificial intelligence and education*: Ablex Publishing Corporation. Norwood, New Jersey, USA.
- Clancey, W. J. (1979). Transfer of Rule-Based Expertise Through a Tutorial Dialogue. Rep. N. STAN-CS-769. Computer Science Dept. Stanford University, Ca.

- Cuevas C. A. (1998). Hacia una Clasificación de la Computación en la Enseñanza de las Matemáticas. *Didáctica, Investigaciones en Matemática Educativa II*. Editor F. Hitt. Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V.
- Cuevas, A. (1994). Sistema Tutorial Inteligente LIREC. Ph. D. Thesis MEXICO; Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I. P. N.
- Cuevas, C. A. (1996). Sistemas Tutoriales Inteligentes. *Didáctica, Investigaciones en Matemática Educativa*. Editor F. Hitt. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Davis, R. B. (1979). What classroom role should the PLATO computer system play (Montrale N. J., USA: AFIPS press.)
- Derry, S. (1989). Strategy and expertise in word problem solving. In M. Pressley, C. McCormick, & G. Miller (Eds.). *Cognitive strategy research: From basic research to educational applications*. New York, NY: Springer Verlag.
- Díaz, J L. (2001). Diseño y construcción del sistema tutorial inteligente función (X). Especialidad: Matemática Educativa. 15 de noviembre de 2001. Universidad Autónoma del Estado de Morelos.
- Dreyfus, T. & Eisenberg, T. (1990). On the Reluctance to Visualize in Mathematics, in *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*. Mathematical Association of America, p 25 - 37.
- Duval, R. (1988). Graphiques et équations: l'Articulation de deux registres. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, Francia, 235 - 253.
- Duval, R. (1993). *Sémiosis y Noésis*, Conférence A. P. M. E. P., I. R. E. M., Francia., Trad. Lecturas en didáctica de las matemáticas: Escuela Francesa, 118 – 137
- Duval, R. (1999). *Sémiosis y Pensamiento Humano, Registros Semióticos y aprendizajes intelectuales*, Trad. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Santiago de Cali, Colombia.
- Dwyer, Thomas. (1980). Some Thoughts on Computers and Greatness in Teaching. *The Computer in the School*. Teachers College Press. USA
- Feurzeig, W. & Richard, J. (1991). Function Machines [Software]. Cambridge, MA: BBN Labs.
- Glase, R., K. Raghavan and L. Shauble. (1988). Voltaville, a Discovery Environment to Explore the Laws of DC Circuits. In *Proceedings of the ITS-88 Conference* (Montreal, Canadá).
- Goldenberg, P. (1990). *The Difference Between Graphing Software and Educational Graphing Software*, Visualization in Teaching and Learning Mathematics, Math. Association of America, p 77 -86
- Grandbastien, M. (1992). Intelligent Tutoring Systems on Scientific Subject: Are Prototypes Ready for Broad Experimentation? *Computer Education*, 18 No. 1-3: 63-70.
- Hatfield, L. (1984). *Computers in Mathematics Education*, 1984 Yearbook. Eds. Viggo P. Hansen and Marilyn J. Zweng. National Council of Teachers of Mathematics. USA.

- Healy, L. & Sutherland, R. (1991). *Exploring Mathematics with Spreadsheets*; (GB: Blackwell Education)
- Heid, K. (1984). *Resequencing Skills and Concepts in Applied Calculus through the use of the computer as tool*: Ph. D. Thesis USA, Pennsylvania State University.
- Hoyle, C. & Noss R. (1987). Synthesizing mathematical conceptions and their formalization through the construction of a Logo-based school mathematics curriculum. *Journal Mathematical Education*, 1987 vol. 18, no. 4, 581-595.
- Hoyle, Celia. (1994). Microworlds/Schoolworlds: The transformation of an Innovation. *Learning Through Computers: Mathematics and Educational and Technology*. Berlin: Springer Verlag. USA
- Jackiw, Nicholas. (1991-97), The Geometer's Sketchpad, Dynamic Geometry for Windows, version 3.0. Visual Geometry Project. Ed. Key Curriculum Press.
- Kaput, James. (1992). Technology and Mathematics Education: *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*; A Project of the National Council of Teachers of Mathematics. Editor D. A. Grows, MacMillan Publishing Company, USA.
- Knowledge Revolution. (1990). Interactive physics [Software]. Chapel Hill, NC; Knowledge Revolution Inc.
- Laborde, J. M. (1986). Proposition d'un Cabri-géomètre, Incluant la Notion de Figures Manipulables. *Sujet d'anée Spéciale ENSIMAG*, France.
- Laborde, J. M. Strasser R. (1990). Cabri-Géomètre: a micro-world of geometry for guided discovery learning. *Zentralblatt für didaktik der mathematik*. Alemania.
- Malone, T. W. (1980) What makes things fun to learn? a study of intrinsically motivating computer games, unpublished PhD thesis, Dept. of Psychology, Stanford Univ.
- Martínez, M. (2005). Diseño de un prototipo de entorno computacional para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, para un curso de cálculo diferencial a nivel superior". Especialidad Matemática Educativa. Diciembre del 2005. DME-CINVESTAV del IPN.
- McDonald, B. (1977) "The educational evaluation of NDPCAL", Brit. J. Ed. Tech., 8
- Mejía H. (1996). *Un Sistema Interactivo Guiado para la enseñanza de las Matemáticas: CUADRATX*, Tesis Doctoral, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav del I.P.N., México.
- Moreno L. y Sacristán A. (1996). Representaciones y aprendizaje. *Investigaciones en Matemática Educativa*, Editor F. Hitt, Grupo Editorial Iberoamérica. México.
- Moreno, S. (1997). Experimentación educativa en el aula: Uso del Sistema Tutorial Inteligente LIREC versus la enseñanza tradicional en el curso de Matemáticas III del sistema CCH-UNAM. Tesis de Maestría, CINVESTAV-IPN
- NCTM. (1998). Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft. National Council of Teachers of Mathematics. USA.
- Nicaud, J. F. (1989). APLUSIX: un système expert pédagogique et un environnement d'apprentissage dans le domaine du raisonnement algébrique. *Technique et Science*

Informatique. Francia.

- Nicaud, J. F. (1992). A general model of algebraic problem solving for design of interactive learning environments. in Ponte J. P. et al. (Eds.) *Mathematical problem solving and new information technologies*. NATO ASI series n°89. Berlin: Springer Verlag. USA
- O'Shea, Tim and Self, John. (1983). Learning and Teaching with Computers. *Artificial Intelligence in Education*. Prentice-Hall. USA.
- Olds, H. Schwartz, J. y Willie, J. (1980). *People and computers: Who teaches whom?* Newton, MA: Educational Development Center.
- O'Shea, T. and Self, J. (1983). Teaching and Learning with Computers: *Artificial Intelligence and Education*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.
- Papert S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. New York Basic Books, New York.
- Papert, Seymour. (1981). Desafío a la Mente, Computadoras y Educación, Ediciones Galápago, Argentina.
- Pea, R. (1983). *Logo Programming and Problem Solving*, Informe Técnico n. 12 New York: Bank street College of Education, Center for Children and Technology. USA.
- Py, D.; and Nicolas, P. (1990) Menthoniezh: a geometry I.T.S. fot figure drawing and proof setting. *Journal of Artificial Intelligence and Education*. Vol. 1, n°3, pp. 41-56.
- Reusser, K. (1993). "Tutoring Systems and Pedagogical Theory: Representational Tools for Understanding, Planning, and Reflection". In: *Problem Solving. Computers and Cognitive Tools*. S. P. Lajoie & S. J. Derry, eds. Lawrence Erlbaum Associates Publisher's, Hillsdale, N. J.
- Solomon, Cynthia. (1987). *Entornos de Aprendizaje con Ordenadores; Una reflexión sobre teorías del aprendizaje y la educación*. Paidós España.
- Taylor, Robert P. (1980). *The Computer in the School*. Teachers College Press. USA
- Thompson, P. W. (1987). Mathematical Microworld and Intelligence Computer Assisted Instruction. *Artificial Intelligence and Instruction: Applications and Methods*, G. E. Kearsley Ed. Addison-Wesley, New York, 83-109
- Wings for Learning. (1991). STEP [Software]. Scotts Valley, CA: Wings for Learning, Inc.
- Wolfram Research Inc. (1989). Mathematica [Software]. Champaingn, IL: Steve Wolfram.
- Zimmermann, W., Cunningham, (Ed.) S., 1990, *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, Mathematical Association of America