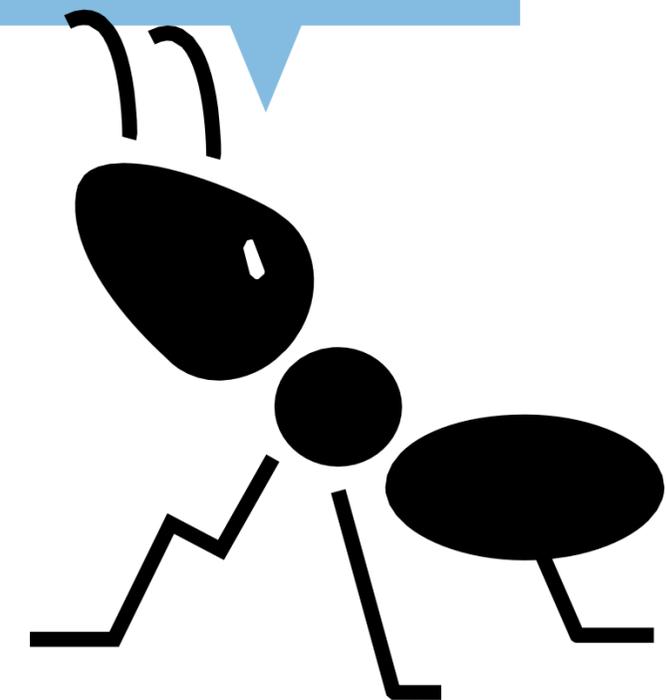
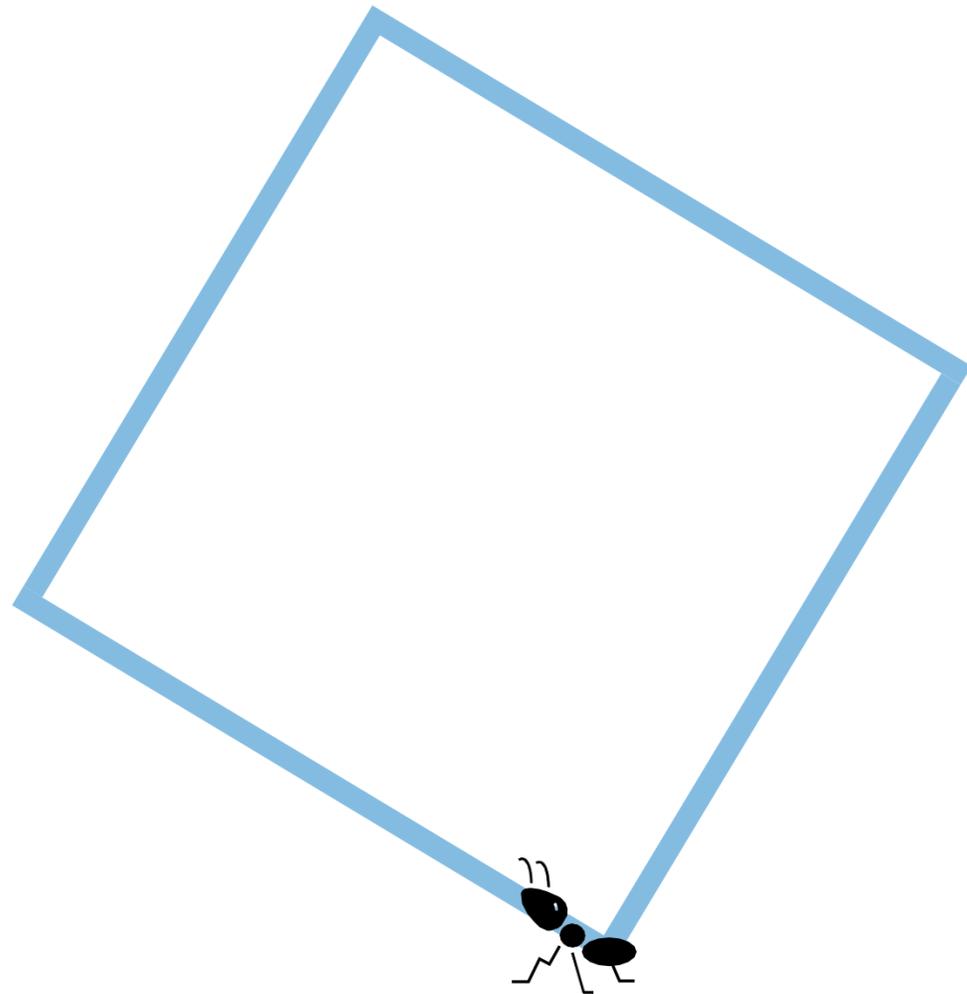


Experiencia Innovadora con FUNCIONES PERIÓDICAS obtenidas del andar de una HORMIGA



Miguel Delgado Pineda miguel@mat.uned.es, UNED, España
Magally Martínez Reyes mmreyes@hotmail.com, UAEMex, UPTex, México

Antecedentes



**EICAL 11, México,
Septiembre 2020**

**EICAL 12, México,
Septiembre 2021**

**eXIDO 21, España,
Octubre 2021**

Actividad:

Taller:

**Explorando
funciones con
simuladores**

Conferencia:

**Una experiencia
con funciones
periódicas**

Ponencia:

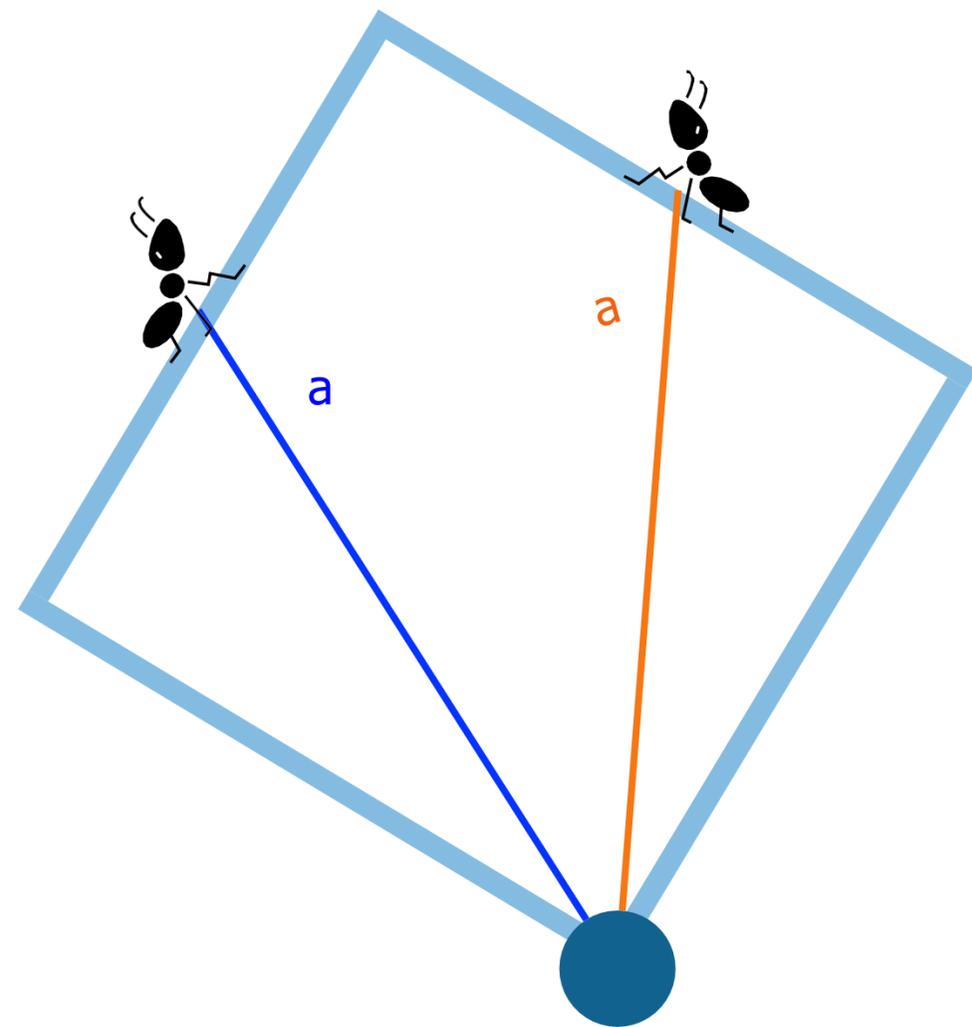
**Taller de
construcción de
funciones
andando**

Antecedente experimental

Nivel Enseñanza Secundaria Telesecundaria

1º 2021 en el Estado de México (1 centro)

2º 2022 en el Estado de México (2 centros)



Nivel Enseñanza Primaria
Curso y Taller NAYARIT,
marzo 2022 (15 centros)

Capacitación a los profesores mediante un Curso-Taller:

Matemáticas visibles.

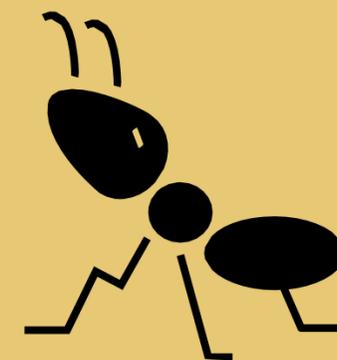
Del andar de la hormiga hasta las funciones periódicas

Experiencia Universitarias

Dos universidades públicas del estado de México,
2022.

Universidad Autónoma del Estado de México
(UAEM); *Ingeniería en Computación.*

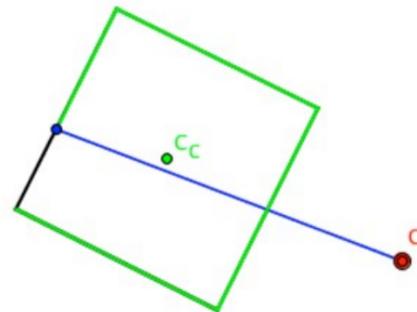
Universidad Politécnica de Texcoco (UPTex), *Ingeniería
en Electrónica y Telecomunicaciones.*



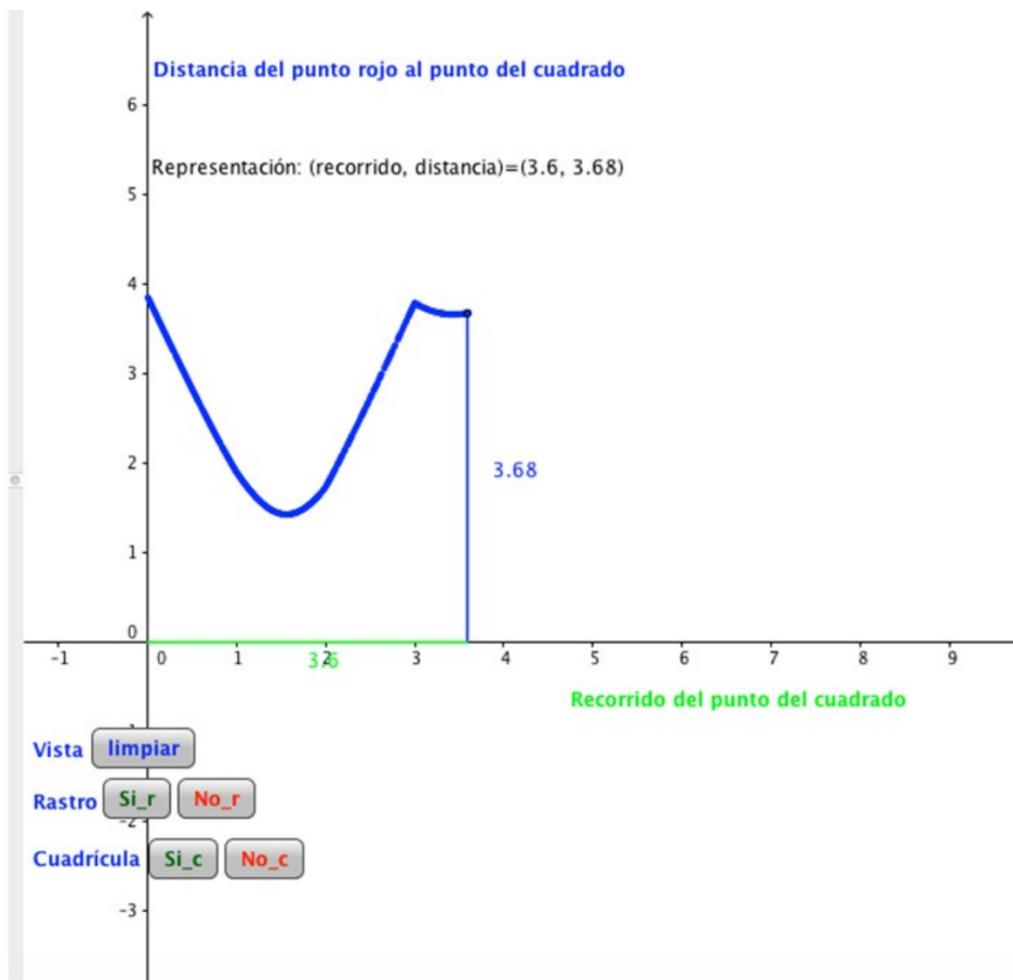
Nuestro Objetivo Principal

Presentar el proyecto de **innovación universitaria** ante la necesidad de **generar actividades atractivas** para experimentar con ideas y conceptos matemáticos hasta llegar a representar una función periódica no tradicional. Una buena introducción al **pensamiento funcional**.

ON/OFF
 Distancia de un punto a otro de un cuadrado
 Modificar el cuadrado Modificar el Punto Longitud del lado=2.24

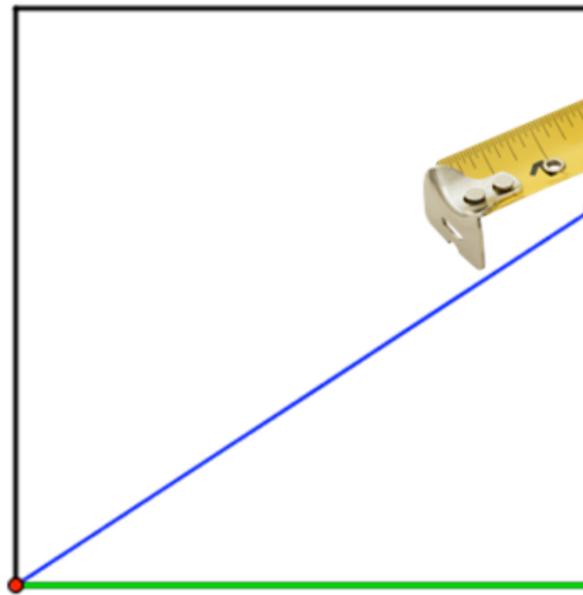
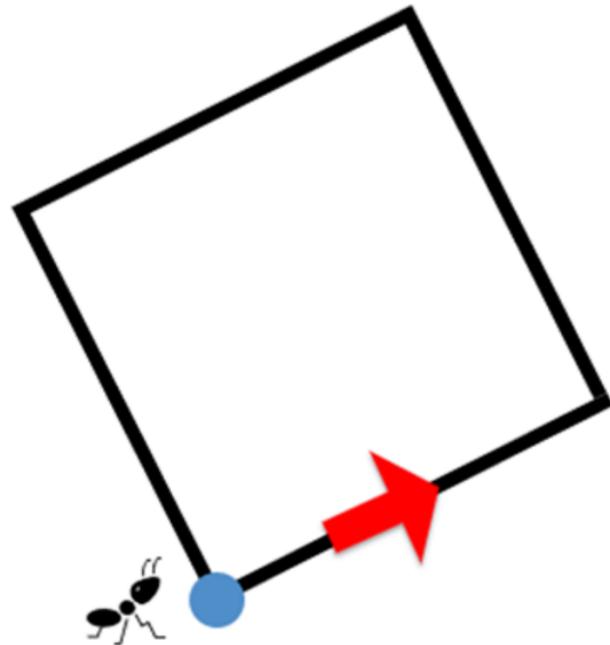


Modifique la posición del deslizador para ver el recorrido del punto.



Esencia de las Actividades

Primero el problema a resolver con herramientas de medir. Luego...

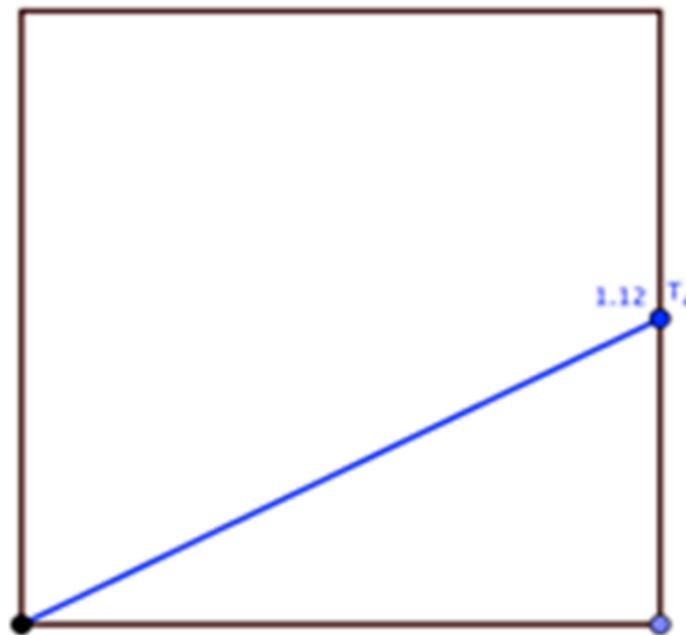


La primera dificultad del estudiante es trazar de un cuadrado, que por defecto lo consideramos unitario.

¿A qué distancia está la hormiga del vértice azul si recorre uno o más lados (1, 2, 3, 4, 5, 6, ...) del cuadrado unitario?

¿Soporte del cuadrado?

1. Hoja blanca, hoja cuadriculada y pizarrón
2. Suelo de patio o de clase, usando escoba, hilo, clavos y gises.
3. Cuadrado de pantalla de computador usando GeoGebra o similar.



Elija una situación

Recorre un lado.

Recorre dos lados.

Recorre tres lados.

Recorre cuatro lados.

$a_4 = 1.5$



Captura de datos

1.2 Dibuje otro cuadrado con las mismas características pero más grande. Nuevamente identifique un punto inicial para hacer el recorrido de la hormiga. Complete la siguiente tabla de valores.

Cuadrado 1			
Lado 1	Lado 2	Lado 3	Lado 4

Cuadrado 2			
Lado 1	Lado 2	Lado 3	Lado 4

EXPERIMENTO 0.3

Espacio recorrido por la hormiga	Distancia al punto marcado	Coordenadas del punto en el plano
0	0	(0,0)

Identificar las propiedades de un cuadrado y cómo empezar a medir el recorrido de la hormiga, fijando un punto inicial.

Se exige que la pieza de experimentación esté bien formada. Se pretende evitar la falta de ajuste de la pieza afecten al experimento.

Captura de datos

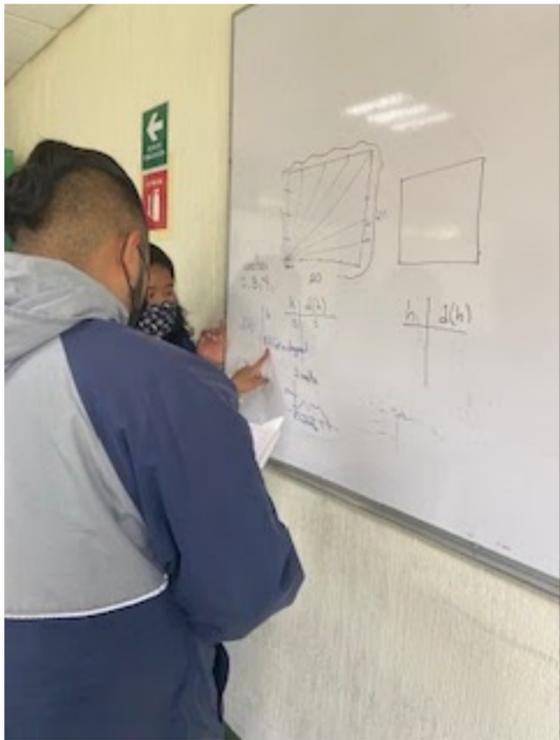
1.2 Dibuje otro cuadrado con las mismas características pero más grande. Nuevamente identifique un punto inicial para hacer el recorrido de la hormiga. Complete la siguiente tabla de valores.

- ¿Cuánto mide el lado del cuadrado? _____
 - ¿Los cuatro lados miden lo mismo? _____
 - ¿Cuál fue su estrategia para trazar el cuadrado? _____
-
- ¿Cumple su cuadrado con las propiedades de los ángulos para esta figura geométrica? _____
-
- ¿Cumple su cuadrado con las propiedades de paralelismo para esta figura geométrica? _____
-

Medir el lado del cuadrado (con regla o con hilo), y luego cambiar el tamaño del cuadrado.

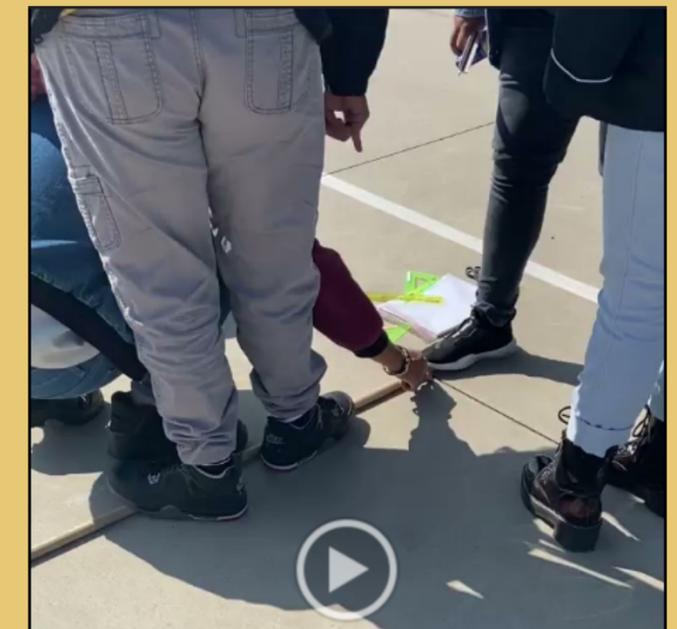
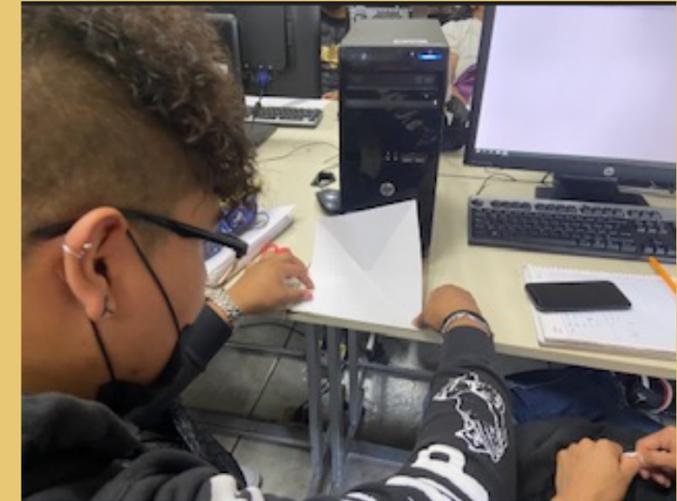
Se insiste en observar que la pieza esté bien formada, para reforzar la necesidad del cuidado y precisión con el que hay que trabajar en Matemáticas.

Experiencia en la UAEM (C.U. Chalco)



- Curso **2021-22**.
- **34** estudiantes de *Ingeniería en Computación*.
- Equipos de 5 o 6 integrantes.
- **1º Sesión** fuera del aula.

- Lo primero la experiencia del trazado del **cuadrado en el patio**, que no fue tan fácil.
- Procedieron a realizar el recorrido, tomar medidas y **registrar en la tabla**, ya sea en la guía o en cuaderno.



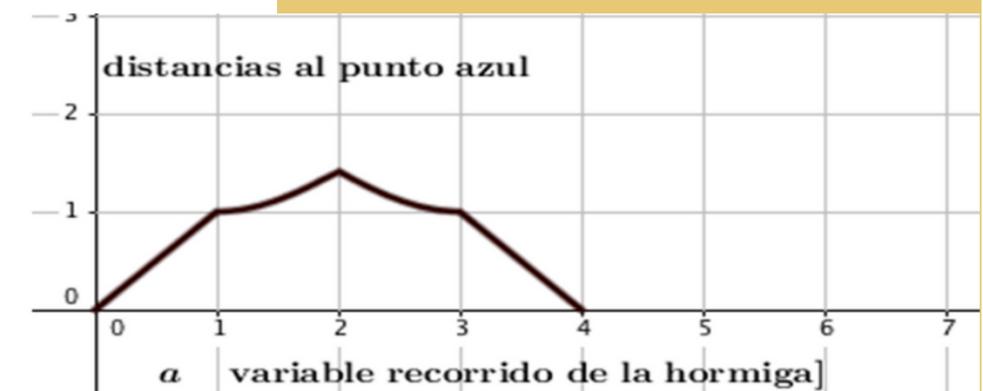
Experiencia en la UAEM (C.U. Chalco)

La Profesora se limitó a realizar el registro de sus observaciones en el formato.

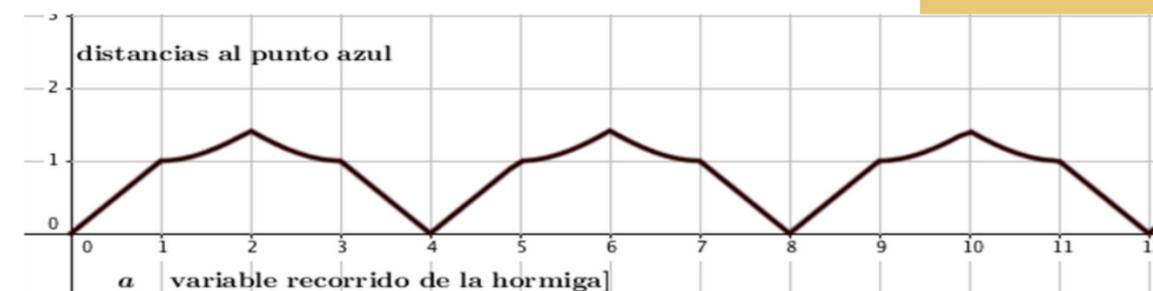
También hace de Observador ante la ausencia de otro profesor.

Da sugerencias respecto a cómo diferenciar entre distancia y recorrido y expresar de manera algebraica la relación.

$$\begin{aligned}d_1 : [0, 4] &\longrightarrow [1, \sqrt{2}] \\ a < 1 &\longrightarrow d(a) = a \\ 2 \leq a < 3 &\longrightarrow d(a) = \sqrt{1 + (3 - a)^2} \\ 1 \leq a < 2 &\longrightarrow d(a) = \sqrt{1 + (a - 1)^2} \\ a \geq 3 &\longrightarrow d(a) = 4 - a\end{aligned}$$

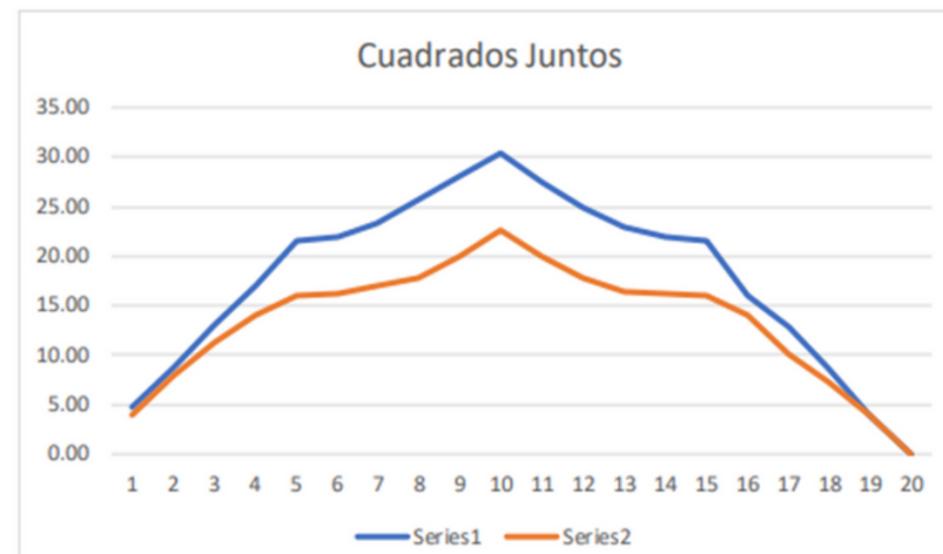


De tres vueltas de la hormiga

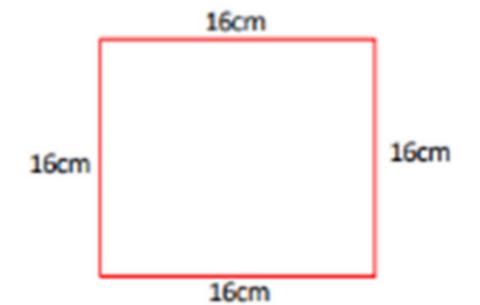
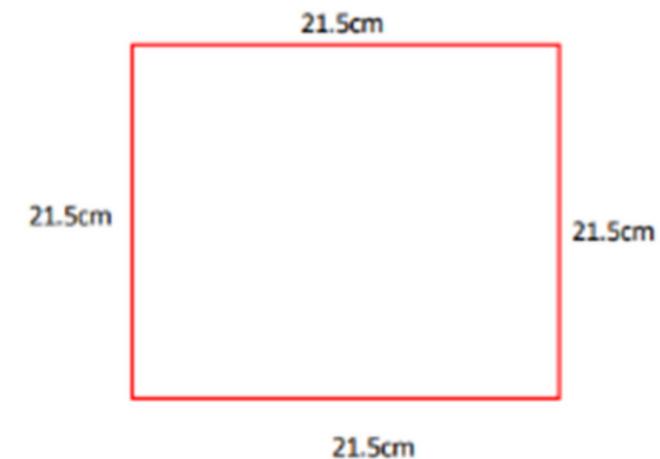


Experiencia en la UAEM (C.U. Chalco)

3ª Sesión. Discusión y presentación de los casos cuando elaboran **dos cuadrados de distintos tamaños**, su sistema de referencia y la representación en GeoGebra.



Experimento con dos cuadrados



Cuadrado 1			
Lado 1	21.5cm	Ángulo 1	90
Lado 2	21.5cm	Ángulo 2	90
Lado 3	21.5cm	Ángulo 3	90
Lado 4	21.5cm	Ángulo 4	90
Diagonal 1	30.40cm		
Diagonal 2	30.40cm		

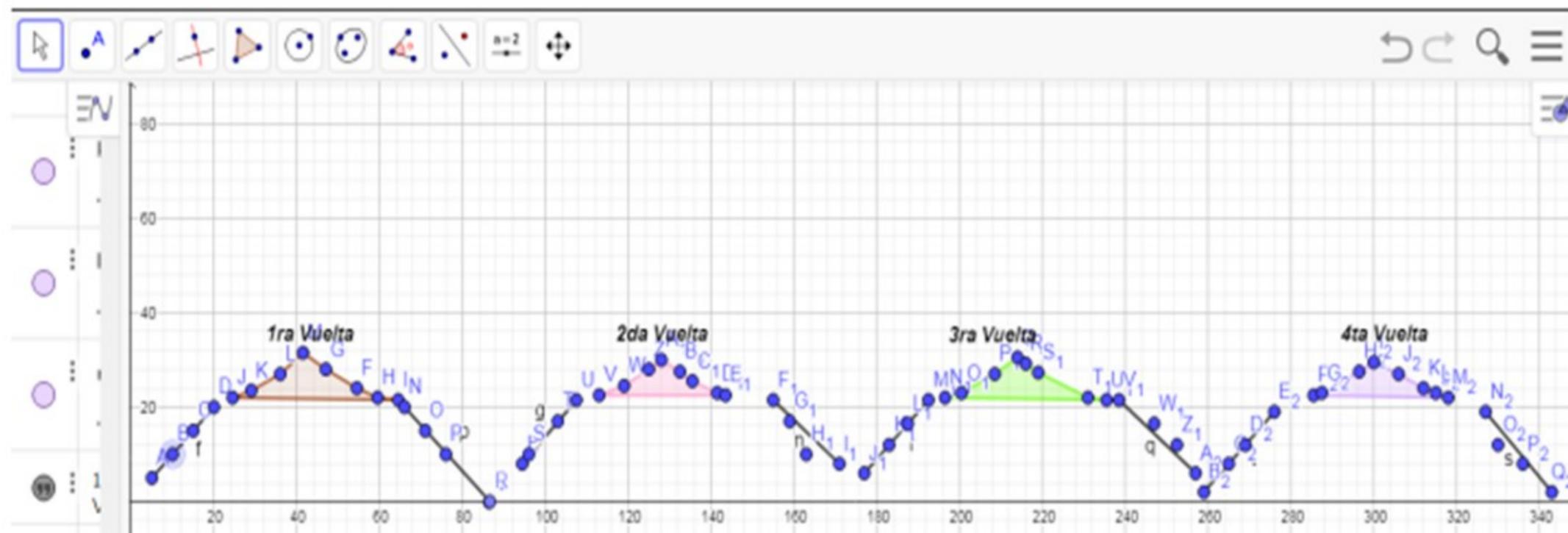
Cuadrado 2			
Lado 1	16cm	Ángulo 1	90
Lado 2	16cm	Ángulo 2	90
Lado 3	16cm	Ángulo 3	90
Lado 4	16cm	Ángulo 4	90
Diagonal 1	22.62cm		
Diagonal 2	22.62cm		

Experiencia en la UAEM (C.U. Chalco)

4ª Sesión en el aula.

- Se obtuvo el cuadrado doblando una hoja blanca.
- El objetivo era expresar la *función recorrido de la hormiga* como una **función periódica**.

REPRESENTACION DE LAS 4 VUELTAS HECHAS POR LA HORMIGA EN UN MISMO PLANO



Experimentación en UPTex

- Curso 2021-22.
- **60** estudiantes de *Ingeniería en Electrónica y Telecomunicaciones*.
- Equipos de 5 o 6 integrantes.

1ª Sesión fuera del aula.

Primera dificultad: el trazado del cuadrado en el pasto, pues no había otro sitio habilitado.

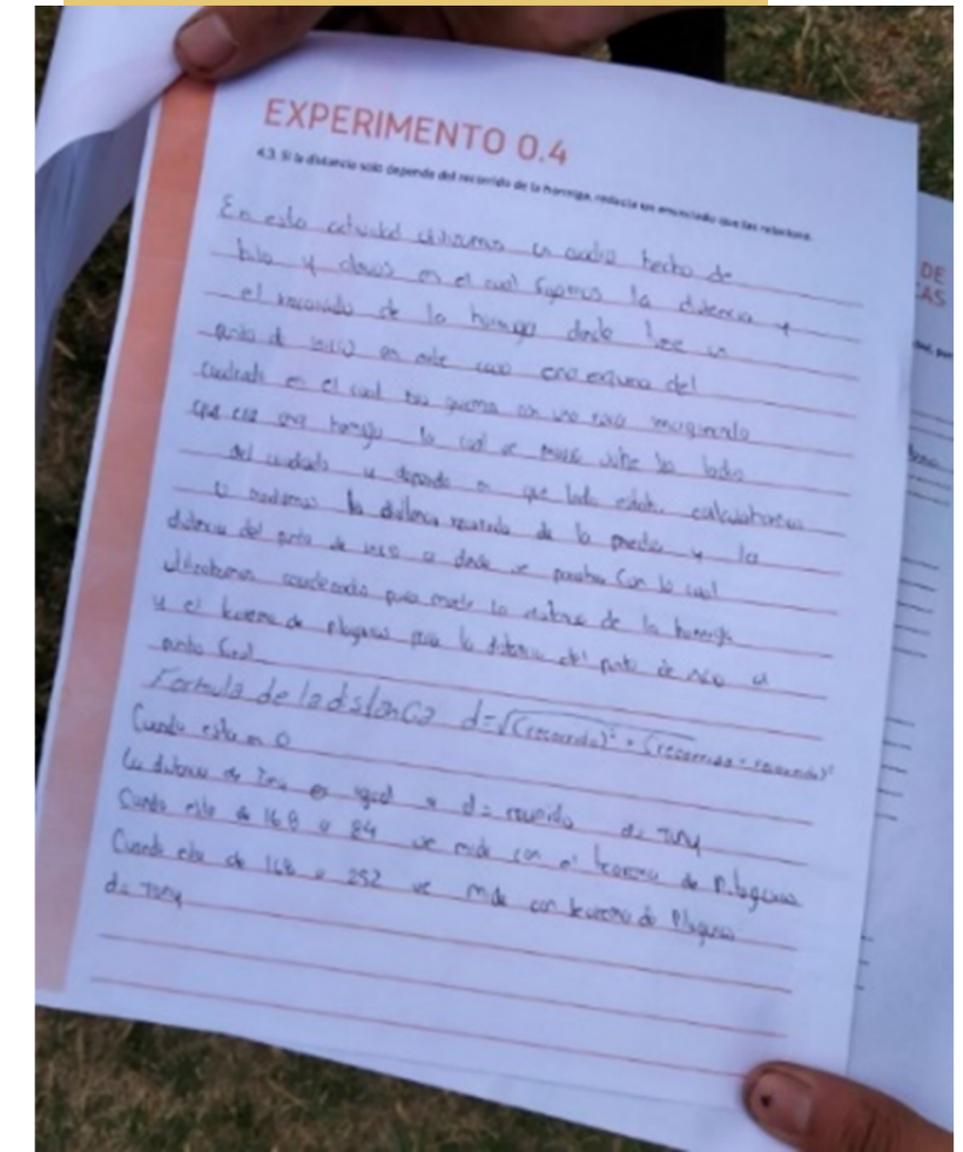
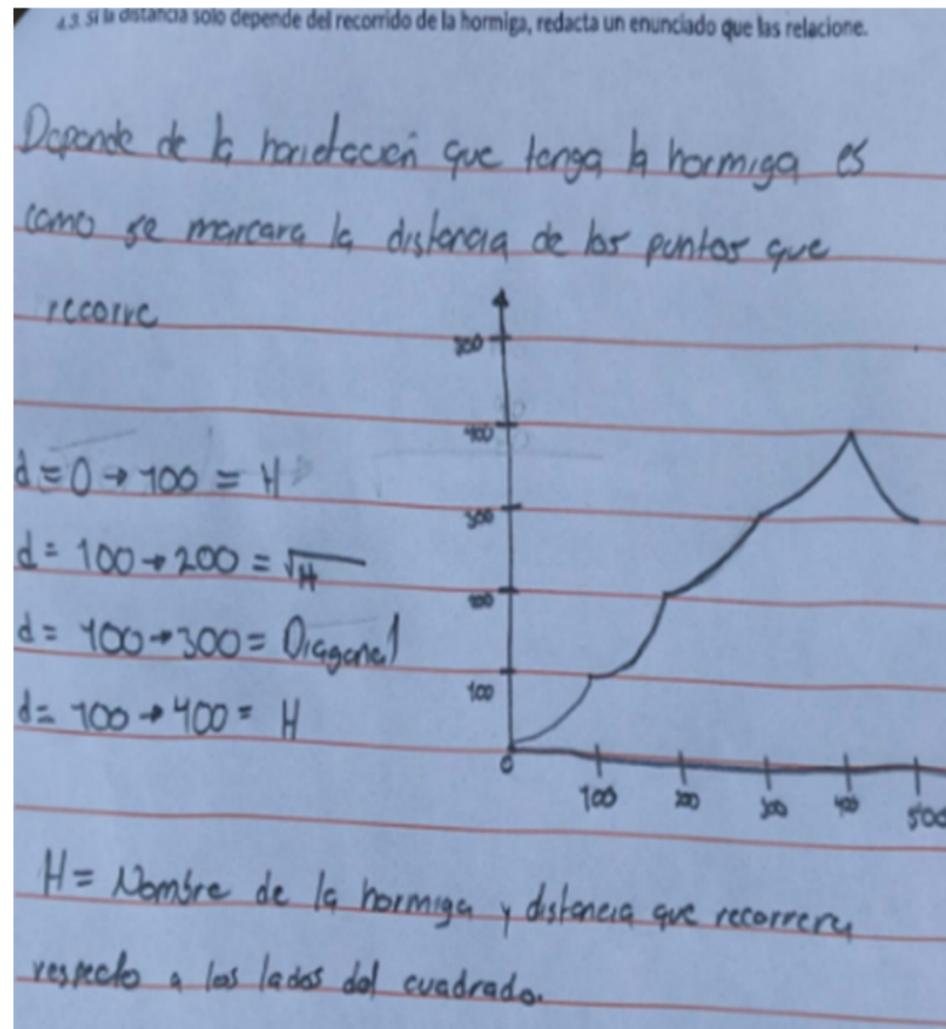
Se obtuvo el cuadrado y se comprobó que cumplía las propiedades.



Experimentación en UPTex

Los estudiantes procedieron a realizar el recorrido, tomar medidas y registrar en la tabla, ya sea en la guía o en cuaderno.

Sólo llegaron a tratar con una expresión verbal.



Experimentación en UPTex

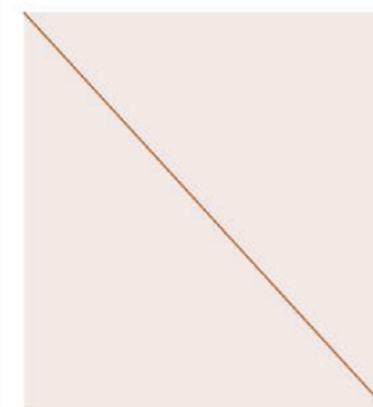
La intervención de la Profesora fue similar al papel en la UAEM y actuó de Observador ante la ausencia de otro profesor.

Dió sugerencias respecto a **cómo diferenciar entre distancia y recorrido** y expresar de manera algebraica la relación.

2ª Sesión en el aula.

Los estudiantes realizaron la actividad en hojas blancas

No se obtuvo la **expresión algebraica de la función periódica.**



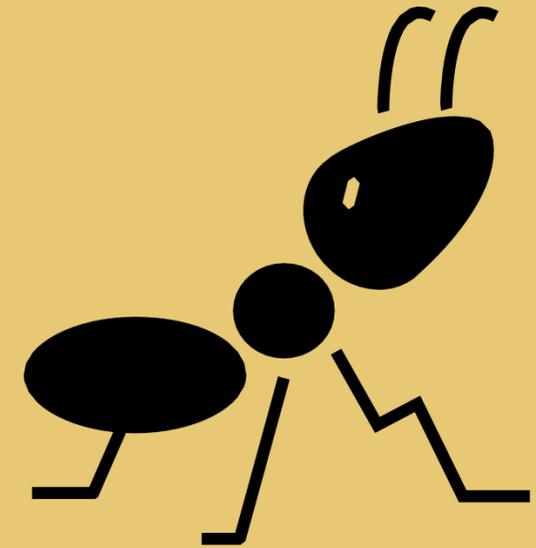
¿Todos los lados miden lo mismo?

Ya trazado el cuadrado, llena la tabla de valores y responde las preguntas.

Cuadrado 1			
Lado 1	21.5	Ángulo 1	90
Lado 2	21.5	Ángulo 2	90
Lado 3	21.5	Ángulo 3	90
Lado 4	21.5	Ángulo 4	90
Diagonal 1	30.5		

Conclusiones

- Las experiencias universitarias muestran la necesidad aún de las actividades lúdicas que les permitan a los estudiantes **pasar de objetos concretos a objetos abstractos** para manejar **diferentes sistemas de referencia**.
- A pesar de su edad y formación previa, realizaron los recorridos por su cuadrado en el pasto o en el patio.
- Fue necesario incentivar **procesos de abstracción** hasta llegar a la **expresión algebraica** de la función e identificarla una **función periódica** no trigonométrica.

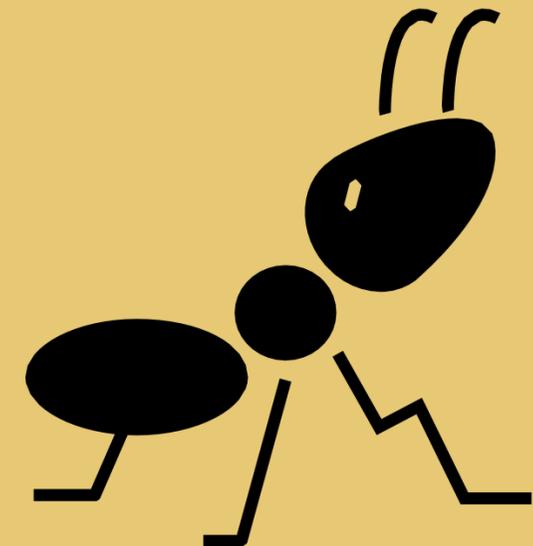


Conclusiones

- Los estudiantes de *Ingeniería en Computación* recurren a
- **simular en GeoGebra,**
- los estudiantes de Ingeniería en *Electrónica y Telecomunicaciones* se mantienen registrando en las guías y la libreta.

Los 94 estudiantes expresan cualitativamente:

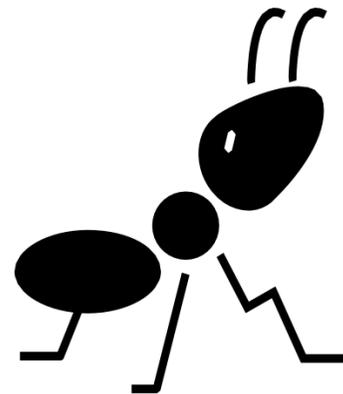
- Se **divirtieron** con la actividad.
- **Aprendieron** la representación funcional y periódica del andar de la hormiga.
- Trabajaron en equipo y **funcionó.**
- Tuvieron los **materiales suficientes.**
- Obtuvieron algunas **sugerencias.**



Opinión de los profesores universitarios o no

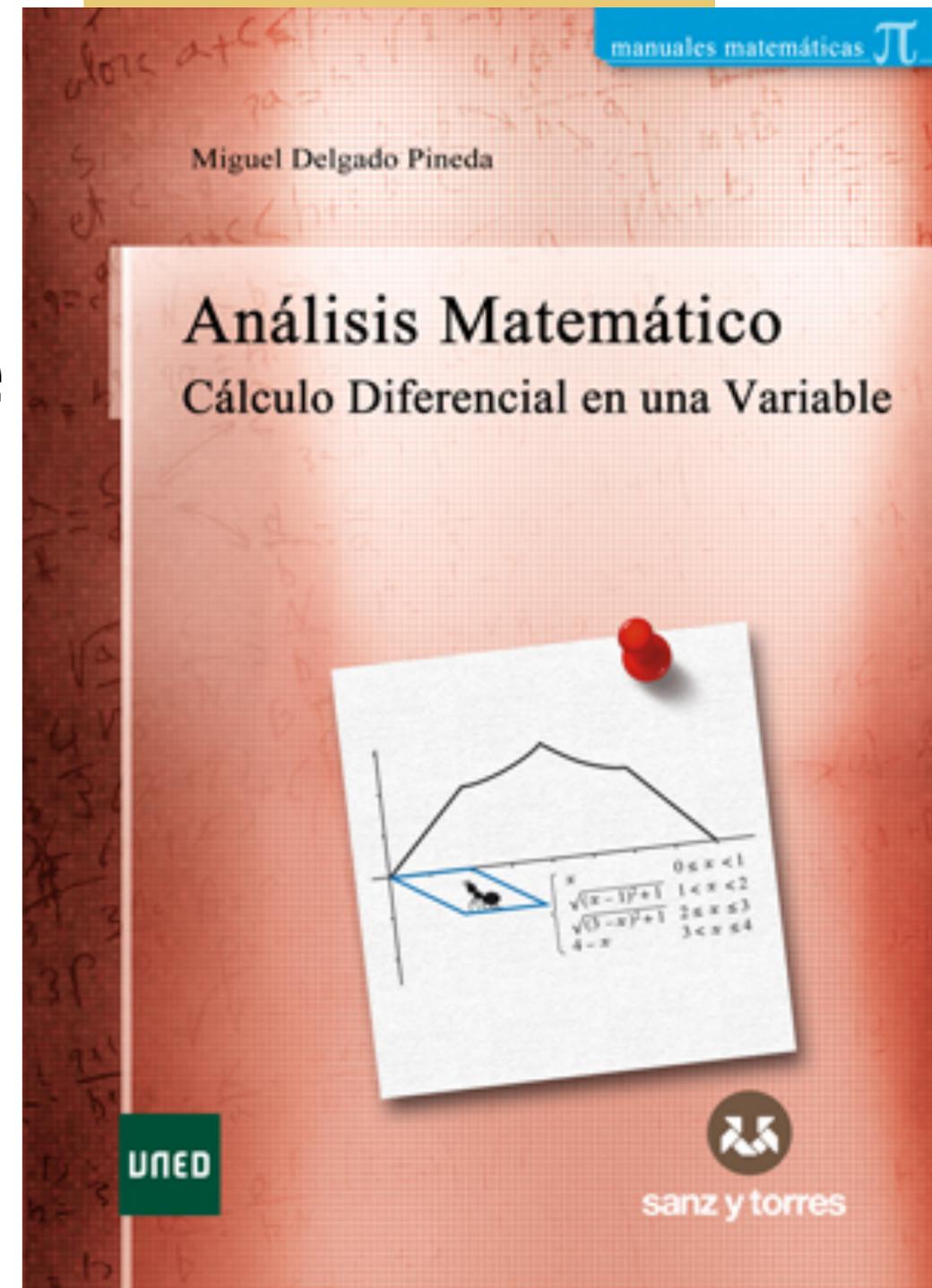
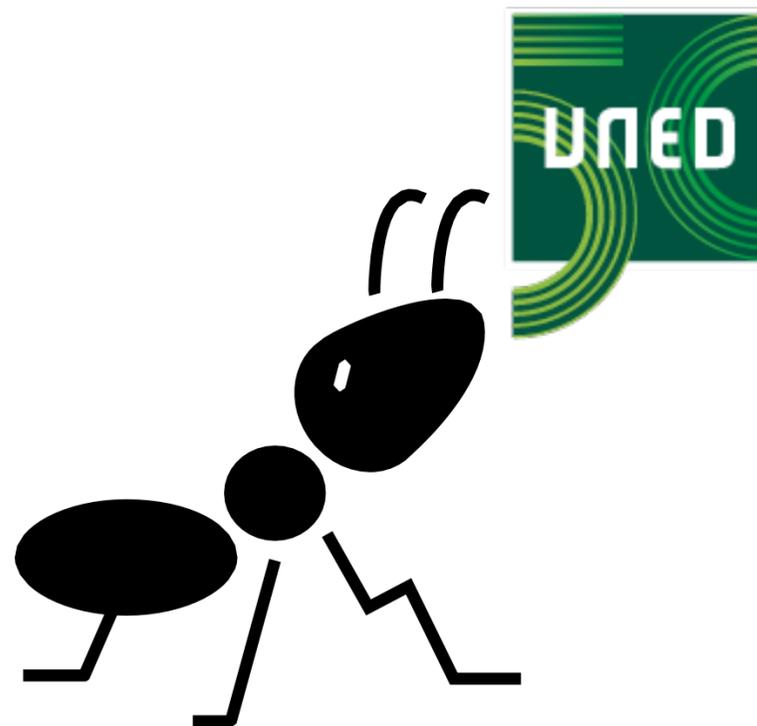
Resaltan la **necesidad de experimentar** con más actividades de este tipo y hacerlo gradualmente ante la falta de algunos conocimientos previos en los estudiantes.

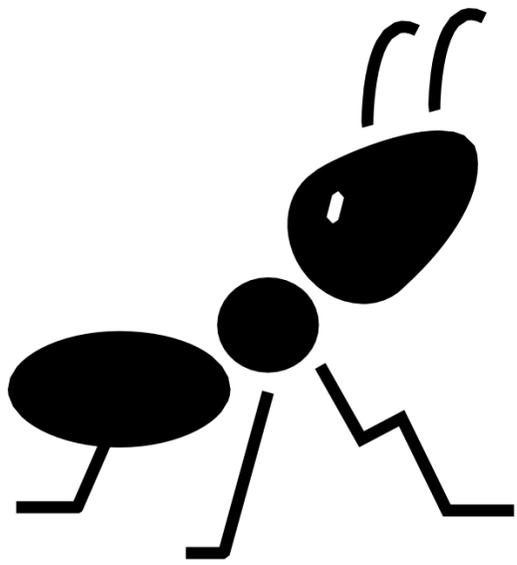
Lo que fue generalizado es el gusto por la actividad, lo divertido y desafiante que resultó tanto para el docente y los estudiantes.



En **UNED**

- Se presentó un Trabajo de Fin de Grado sobre la optimización del recorrido de la hormiga en dos y tres cuadrados.
- Se ha editado un libro que recoge algunos problemas del recorrido de una hormiga.





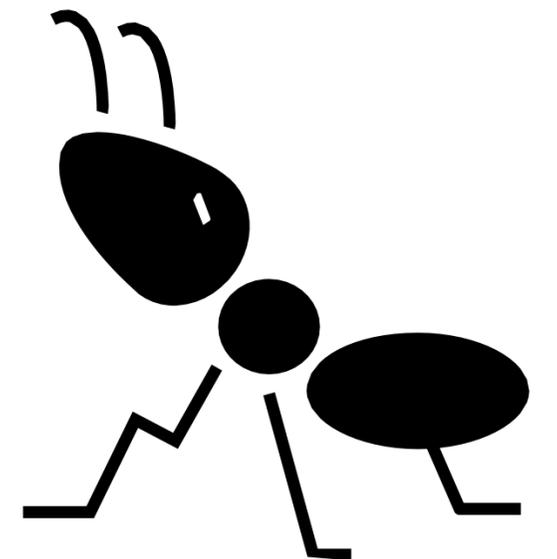
Futuro inmediato de la experiencia

En preparación para emplear estas estrategias innovadoras en otros centros de E.P. y de E.S. en México.

Las Escuelas Formadoras de Profesores; las Escuelas Normales Superiores en México.

Se espera más experiencias a nivel estatal en México.

Se anima a centros en España y Andorra que quieran desarrollar la experiencia.



¡Gracias

!

miguel@mat.uned.es

mmartinezr@uaemex.mx

