El vídeo post-evaluador como actividad didáctica personal

Miguel Delgado Pineda
Grupo de Innovación en Matemáticas. π-Mat
Departamento de Matemática Fundamentales,
Universidad Nacional De Educación a Distancia, UNED
C/ Senda del Rey 9 (28040 Madrid),
e-mail: miguel@mat.uned.es

Presentado en eXIDO19 (2019)

Resumen

En este trabajo se presenta una forma de afrontar tener que explicar la forma de resolver cada uno de los problemas de las Pruebas Presenciales o exámenes que realiza un estudiante de la UNED. Esta forma es mediante vídeo digital, a los cuales se accede bajo demanda con lo cual el estudiante puede optar por ver cada uno de los vídeos de forma independiente sin tener que dedicarle nada más que unos pocos minutos, en general menos de 5 minutos.

Una actuación docente dentro el márco didáctico que posee interes para el estudiante es constatar cómo se contestaban o resolvian las cuestiones y problemas a las que se hubiese enfrentado en una prueba o examen.

En una universidad no presencial como UNED no podemos seguir la línea que entendemos acertada, por parte de los profesores presencial, consistente en dedicar una clase para explicar cada uno de los problemas que propuso en la prueba. Esto decisión estratágica resulta importante incluso antes de que el profesor hubiera evaluado la prueba, pues tiene que actuarse cuando el estudiante tiene fresco en la memoria todo aquello que escribió. De alguna forma estos vídeos intentan cubrir la distancia en la UNED entre el profesor y estudiante al menor en el momento postevaluación y emular esa trasmisión directa del profesor presencial.

Estos vídeos no están diseñados para enseñar estratégias de resolución como la mayoría de los vídeos disponibles por la red, aunque puedieran ser utilizados de esta forma. Estos videos intentan que el estudiante aprenda la forma en la cual el profesor resuelve el problema al que el estudiante se enfrentó en un exámen. Además, son vídeos que el profesor facilita para que el estudiante se fije en aquello en lo que él se fina, y los resultados teóricos que utiliza. Con estos vídeos el profesor tiene la esperanza de que el estudiante adquiera una mayor competencia de exposición de sus conocimientos.

Introdución

De forma genérica se puede asegurar que un estudiante de alguna materia de matemáticas impartida en la UNED debe realizar una Pruebas Presencial (P.P.) por cada asignatura en la que estuviera matriculado, sobre todo si desea ser evaluado. Es decir, exámenes ante un tribunal de profesores que garantiza la viabilidad y calidad de las pruebas. Es el tribunal el que certifica que lo escrito corresponde al estudiante, puesto que éste debe presentar alguna documentación oficial para ser identificado. Con

esa identificación directa se asegura que quien entrega el examen es aquel al cual se le emitió el examen correspondiente.
Este tribunal no tiene ninguna competencia en la evaluación del estudiante puesto que esto sólo le corresponde al equipo docente de la materia, o en su defecto del profesor encargado de esa docencia.

El estudiante puede realizar en examen de una asignatura optando por dos posibles semanas en la denominada Prueba Presencial Ordinaria (P.P.O.) al final de cada cuatrimestre: P.P. de Febrero para asignaturas de primer cuatrimestre y P.P. de Junio para las asignaturas del segundo cuatrimestre. Además, sólo si el estudiante opto por no presentarse a la P.P.O. o no obtuvo una evaluación mínima de aprobado, el estudiante puede realizar la Prueba Presencial Extraordinaria en la primera semana de Septiembre. Es decir, una vez evaluado positivamente no cabe la posibilidad de presentarse a subir su calificación.

Aunque el catalogo de asignaturas para elegir es muy grande, en este trabajo nos centramos en dos asignaturas de dos grados de la Facultad de Ciencias de la UNED: Matemáticas I del grado de Medio Ambiente que es una asignatura del primer cuatrimestre, y Algebra del grado de Física que también es de primer cuatrimestre.

En cada prueba presencial se solicita resolver cinco problemas o ejercicios práctico. En ningún caso son cuestiones de tipo teóricas.

La calificación obtenida para superar esas asignaturas puede ser el 100% de lo obtenido en la P.P.O o las suma ponderada del 80% de esa prueba junto con un 20% de una Prueba de Tutor (P.T.), si es el estudiante optó por hacerla. La prueba de tutor es una prueba presencial ante el tutor de cada Centro Asociado de la UNED y tiene carácter voluntario. En el caso de la P.T. el estudiante una vez identificado, se enfrenta únicamente a dos problemas de la mitad del temario. La fecha de realización de la P.T. varía entre 15 de Noviembre y 18 de Diciembre según acuerden los estudiante y el tutor de cada Centro Asociado de la UNED.

En el caso de que el estudiante no se hubiese presentado a la P.P.O, la misma forma de calificar se realiza utilizando la P.P.E. y la P.T. En ningún caso la P.T. se aplica dos veces.

Tanto el profesor como el tutor utilizan la misma rúbrica con la cual se califica cada problema con hasta 2 puntos:

- La resolución razonada correcta del problema se valora hasta 1,5 puntos. Con esto se valora la calidad de la forma de resolver el problema y la importancia o transcendencia que pudieran tener los errores numéricos en esa resolución.
- La presentación ordenada y limpia se valora hasta con 0,5 puntos, aunque esto no quiere decir que no pueda tachar algo que no era correcto. Con esto se valora la competencia y calidad expositiva del estudiante en la resolución.

El estudiante dispone de hasta dos horas para la P.P. O. y P.P.E. y de una hora para la P.T. Sin duda, dos horas es tiempo suficiente para hacer tres problemas correctamente para superar la prueba. Igualmente, es tiempo suficiente para redactar los cinco problemas, si bien para este caso los conocimientos del estudiante deben ser más ajustados a tiempo puesto que las posibles líneas equivocadas del estudiante restan tiempo para corregir dicha línea.

Una vez que se finalizaban las pruebas presenciales de estas asignaturas se hacía una propuesta pública del profesor sobre la resolución de la prueba en un fichero pdf . Fichero accesible únicamente con un enlace en la zona virtual de la asignatura. En general, esta propuesta contenía muchas explicaciones puntuales para facilitar la comprensión de posibles fallos del estudiante con más detalles que los que pudiera aparecer en un libro. En cierta medida, la longitud propuesta del profesor no significa que el problema pudiera ser muy largo de resolver.

Matemáticas I Grado de Médio Ambiente F. Ciencias Febrero 2015 **TIPO A**

Material permitido: **Addenda Mat I** Duración: **2 horas.** Atención: **Desarrolle** ordenadamente cada problema.

Pregunta 1 (Valor: 1.5 la resolución correcta y 0.5 la presentación ordenada)

Determine las posible rectas asíntotas de la función definida por la expresión

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$$

Pregunta 2 (Valor: 1.5 la resolución correcta y 0.5 la presentación ordenada)

Estudie si existe una función continua g definida sobre todo $\mathbb{R}$ tal que coincide con la función

$$f(x) = \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$$

en el dominio de f. Es decir, $f(x) = g(x)$ para todo $x \in \mathrm{Dom} f$.
En el caso de existir dicha función g, determine su expresión.

Pregunta 3 (Valor: 1.5 la resolución correcta y 0.5 la presentación ordenada)

Determine los valores de x para los cuales la función

$$f(x) = |x^3 - 12x|$$

posee máximos o mínimos relativos o locales, indicando si corresponden a máximos o a mínimos.

Figura 1: Problemas de una prueba presencial

Estado del arte post-evaluación

En la UNED, el estudiante dispone de la posibilidad de ver aquello que escribió en la prueba una vez identificado en la zona virtual UNED descargándose o visualizando un fichero pdf con la digitalización de su escrito realizada por el tribunal de pruebas presenciales. Esta facilidad de acceso a lo suyo y a la propuesta del profesor le permite comparar lo suyo con lo del profesor. Es en esa comparación donde el estudiante puede y debe comprender aciertos y fallos en su proceder. Este proceso de comparación bien entendido es una parte importante del aprendizaje. Además, en caso de disconformidad con su calificación de un problema, dispone la documentación adecuada para formular una reclamación. Bien sobre uno o más problemas o bien sobre la totalidad de los problemas.

El profesor sólo atiende a lo reclamado por el estudiante que está obligado a notificar aquello que considera insatisfactoriamente evaluado mostrando sus razones apoyadas en la documentación de la que dispone. Es decir, debe fundamentar la reclamación de forma objetiva y con datos.

Si bien, se puede decir que hay pocas reclamaciones después de comparar los archivos pdf, no es menos cierto que de esas pocas reclamaciones nos hacen presumir que el reclamante no compara adecuadamente lo suyo y lo del profesor. En cierta manera simplemente hace alusión a pequeñas coincidencias sin entrar al fondo de comparación de la resolución. En general, se alude a cosas que el no tiene escrito en su fichero como si se tratara de cosas sabidas, es decir, se compara su resolución telegrama con una adecuada redacción de lo resuelto , indicando que es lo mismo.

En estos casos asumimos que se pierde el aprendizaje inducido por el proceso evaluativo y que el estudiante no aprende de la detección de los errores. Por comentarios en distintos ámbitos (foros, correos …) ese tipo estudiante puede creer que el problema tiene una resolución larga al ver el archivo pdf con explicaciones del profesor.

El proyecto innovador post-evaluación

Respecto a las pruebas realizadas de asignaturas aludidas con las respuestas de todos los estudiantes se puede observar en esas respuestas dos tipos de carencias básicas en la formación de un estudiante universitario actual.

La primera tiene que ver con la *Competencia de exposición;* se muestras la debilidad expositivas del método empleado en la resolución de los problemas. En muchas ocasiones es el profesor el que debe interpolar situaciones intermedias entre un punto escrito y el siguiente pues no están presentes ni referenciados.

La segunda corresponde a la *Competencia de redacción;* se contesta como si el estudiante estuviera dando una clase magistral cerca de una pizarrón sin hablar, es decir, escribiendo en una pizarra sólo los mensajes importantes de forma telegráfica.

Muy a nuestro pesar resulta que después de mas de 18 cursos desarrollando las resoluciones en ficheros pdf, cosa que es optativa del profesor, hemos querido paliar en cierta medida las carencias antes mencionadas. Hemos decidido eliminar la confección de los ficheros pdf que mostraba la forma de proceder del profesor. Un fichero pdf abunda en la forma de comunicación correspondiente al libro base de texto. Sin embargo, hemos querido innovar en la forma de presentar las soluciones al estudiante de cada uno de los problemas.

La experiencia innovadora consiste en generar un vídeo didáctico digital por cada problema de la Prueba Presencial Ordinaria. Un micro vídeo por problema con una duración media de 5 minutos pues se optimiza el tiempo que el estudiante debe atender para ver el proceso y descripción de la resolución. ¿Qué estudiante no le dedica 5 minutos a ver si lo que hizo estaba bien?

Esta experiencia vídeo-problema es innovadora en las materias cuya docencia está encargada al Departamento de Matemáticas Fundamentales de la Facultad de Ciencias. Esta innovación implica:

- Editar un número considerable de vídeos en poco tiempo: Cinco vídeos de 1ª semana mas otros cinco de 2ª semana para Matemáticas I, y lo mismo para la asignatura de Algebra.
- Enviar los veinte vídeos al servidor de vídeo bajo demanda de la UNED.
- Esperar a disponer de las direcciones de acceso que otorga a cada vídeo el servidor.

Una vez que se tiene toda esa información deben presentarse los enlaces en la zona virtual, y todo esto dentro del plazo que otorga la universidad para formular reclamaciones. Aunque debemos decir que se descartó ese supuesto plazo legal pues se avisó que se aceptaba cualquier reclamación bien fundamentada fuera de ese plazo.

Estos pasos se desarrollan de la forma indicada por motivos de seguridad y para que no puedan existir filtraciones sobre los problemas del examen. Así pues, los vídeos no pueden ser almacenados hasta después de la segunda semana de P.P.O. pues cualquier estudiante podría buscar en la base de vídeos del servidor por temática y obtenerlo antes del examen si esos vídeos estuvieran en el servidor si se subieran antes de tiempo.

Objetivos del proyecto

Con un vídeo por problema de la P. P. O. se persigue que el estudiante visione el vídeo si quiere comparar lo suyo con lo propuesto del profesor en ese medio. Además, se evita la simple búsqueda de coincidencias puesto que el estudiante lo visiona varias veces poco a poco para detectar esas coincidencias. Como suele ser raro que se comprenda lo dicho con único visionado se está incidiendo en que revise paso a paso dicho vídeo y que aprenda lo que el profesor hace.

Al generar un vídeo por cada problema de la P. P. O. se consigue que el estudiante puede distinguir en lo que se fija el profesor al resolver un problema, puesto que se destaca la importancia de la teoría que puede ser empleada; no sólo vocalmente si no mostrando el texto correspondiente remarcado. El estudiante debe adquirir la conciencia de que conocer la teoría tiene su importancia en esta materia puesto que es la base de conocimientos matemático que fundamenta el algoritmo de resolución del problema. Además, al indicar las ideas predominantes en la elección de la teoría, también se pretende que relacione el problema con otros que pudiera conocer o que están presentes en el texto base, es decir que sea capaz de clasificar el tipo de problema. La posible relación de equivalencia entre dos problemas no se realiza por lo parecido del enunciado si no por la verdades teóricas en las que se fundamentan. De esta forma distintos enunciados quedan reducidos a un mismo tipo genérico. Esto no significa que el enunciado sea una aplicación más o menos directa de tal teoría pues pueden incidir diversos resultados teóricos.

Un ejemplo que puede ilustrar lo dicho hasta ahora es el caso en el que se pide estudiar el comportamiento de la gráfica de una función en el infinito. No es raro que estudiante muestre algunos límites con la variable tendiendo a infinito positivo ($+\infty \ o \ \infty$) y obvie el caso de infinito negativo ($-\infty$). Tampoco es raro que el estudiante resalte en la tendencia al infinito un límite con la notación + y – infinito ($\pm\infty$), incluso cuando difieren los resultados de esos límites.

En general, la respuesta del estudiante consiste en reproducir una mecánica memorizada sin analizar adecuadamente la situación. Por ello, en muchos casos el estudiante plantea un límite en el infinito positivo sin el requerido estudio del dominio de la función. Con un vídeo se resalta la necesidad de saber el dominio de la función y asegurarse que la función está definida en una semirrecta del infinito positivo. Análogo es el caso del infinito negativo.

No es raro que el estudiante detecte la existencia de una asíntota horizontal para una función en uno de los dos lados y continúe comprobando la existencia de asíntota oblicua por ese lado indicando que no existe y remate con el estudio de rama parabólica por ese mismo lado indicando nuevamente que tampoco existe. Con esta forma de proceder volvemos a darnos cuenta del proceder mecánico del estudiantes. Quizás el lector entienda que es lo que ha aprendido ese estudiante de los contenidos matemáticos en este caso y por qué el estudiante puede quejarse de que el problema era muy largo. Con el vídeo se puede resaltar las condiciones necesaria para las posibles existencias de esos comportamientos y cuando deben hacerse dichos cálculos de límites, y las condiciones suficientes.

Un caso paradigmático para este tipo de ejemplos es el comportamiento del estudiante con el caso de una función racional. El estudiante realiza su estudios de límites sin observar el cociente entre el polinomio numerador y el polinomio denominador y los límites de otra función racional cuyo numerador es el resto y mismo denominador. Con el vídeo se puede indicar cada uno de las situaciones y la elegida por el profesor en cada caso.

El profesor intenta mostrar, de forma asincrónica, usando estos vídeos personales al estudiante el método de resolución que utilizó y, consecuentemente, que lo intente entender y aprender con tantos visionados como fuesen necesarios. También intenta hacer entender que es igualmente importante la exposición y redacción de la solución del problema. Con el vídeo se aporta un discurso como si el estudiante estuviera en una clase, si bien el discurso es unidireccional. En cierta medida se fomenta la necesaria actividad de imitación que el estudiante debe ejercer para aprender este tipo de materias, cuestión que en la enseñanza presencial ese carácter imitador está implícitamente admitido. No se trata de generar imitación simiesca como aparece en el ejemplo comentado, si no una imitación con comprensión puntual de cada uno los pasos dados por el profesor y la búsqueda del por qué de cada una de sus decisiones. La imitación simiesca nace de la reiteración sin análisis de los pasos, los pasos se memorizan pero no se entienden.

Cabe recordar que el profesor de la UNED debe propone un texto base adecuado a los conocimientos de los que se evaluaran a los estudiantes, y es difícil que un escritor haya redactado su libro con un claro carácter de generar imitación en el estudiante.

En clase el profesor realiza un discurso adecuado a lo que queda reflejado en el pizarrón, y con el vídeo se consigue que el estudiante (no presencial) no se quede en ver sólo lo relativo al pizarrón. Es decir, que ese estudiante comprenda que no se trata de redactar resoluciones telegrama o con mensaje simple. Una resolución requiere un discurso adecuado que el debe redactar cuando afronta cada problema.

Una de las cuestiones más importantes que el profesor debe enseñar es la fortaleza a fallos que tiene un método aplicado. En una exposición presencial un fallo elemental en algún cálculo queda subsanado con una frase bastante lapidaria: “reproduzcan todos los pasos que he dado y realicen nuevamente los cálculos. En un texto esa vía es imposible aplicarla se hace necesario una revisión de erratas. Si la errata producida tiene bastante trascendencia, entonces el texto no se repara hasta una nueva edición. Con la comparación de lo expuesto en el vídeo con su escrito el estudiante puede apreciar la importancia que pudieran tener sus supuestas erratas. El vídeo abunda en que el estudiante valore la fiabilidad de los cálculos que se hacen en la resolución y que valore la trascendencias de posibles errores numéricos aparentemente simples. Una evaluación adecuada no debe estás únicamente centrada en si se conoce un método de resolución o no, si no en si se conoce y aplica fiablemente cada paso y cálculo.

El elemento base de la innovación

En una parte de [5] Medina escribe

> "*El vídeo es un paso más a la hora de emular el desarrollo de una clase, que presenta ventajas e inconvenientes sobre ésta. Sin embargo, pueden servir para que el alumno repase los contenidos, y reducir el número de problemas que tengamos que presentar en el aula, por lo que se dispondría de más tiempo para impartir el programa de la asignatura*."

Y en otra parte indica sobre los vídeos que utilizan los estudiantes

> "*Nuestra intención es crear un material lo más parecido posible a lo que es un*
> *desarrollo de una clase en la pizarra, centrándonos en los contenidos*."

En [2] Díaz Perea se hace presenta una clasificación por objetivos del video en el marco educativo.

> "*a) Instructivos. Su objetivo es guiar o lograr que los estudiantes alcance el dominio de los contenidos de una asignatura.*
> *b) Cognoscitivos. Pretenden dar a conocer a los estudiantes diferentes aspectos relacionados con la temática que se esté estudiando.*
> *c) Motivadores. Su intención es preparar al estudiante de manera positiva hacia la realización de una tarea específica.*
> *d) Modelizadores. Son lúdicos o expresivos destinados a los estudiantes con el objetivo que puedan aprender y comprender el lenguaje audiovisual.*"

Quizás fuera necesario hacer un conjunto de citas mayor para ver cómo el vídeo es tratado en el contexto educativo, pero con estas dos nos basta como muestra de lo existente en la literatura acerca del vídeo. Así pues, cabe preguntarse:

¿Cómo es posible que el vídeo sea el elemento innovador con la cantidad de vídeos hay en Internet?

La mayoría de vídeos didácticos de matemáticas accesible por la red son de tipo instructivo es decir afronta la supuesta enseñanza del contenido tratan en cada vídeo. Por ejemplo los vídeos de las plataformas *lasmatemáticas.es*, *khanacademy*, o *unicoos*, véase [4], [3] y [1]. Estos son vídeos instructivos y la finalidad de cada vídeo es enseñar la resolución más o menos acertada de una cuestión que el que lo ve no se ha planteado ni intentado resolver nunca. Son vídeos que pretenden suplantar la clase presencial, y que intentan que el visionario imite el proceder de quien dirige dicho vídeo.

Nuestra respuesta es clara y rotunda:

- Nuestros vídeo no están elaborados con la finalidad de enseñar procesos .
- Son vídeos que pretenden que el estudiante aprenda.
- Son vídeos accesibles únicamente cuando el estudiante ya se ha enfrentado con el problema.
- No son recursos abiertos en Internet para ver cuantas descargas hay de dichos vídeos.
- Son vídeos para nuestros estudiantes a los que se accede vía zona virtual de la asignatura.
- Son vídeos para aprender de los aciertos o fallos que tuvo el estudiante.

Algunos profesores (UNED) insertan el accesos a algunos vídeos educativos con enlaces en la zona del escritorio de la Zona Virtual, incluso generan un listado acumulativo de accesos a vídeos. Ahora bien, tener muchos vídeos a disposición eleva el nivel de dedicación del estudiante (UNED) puesto que no sólo debe estudiar el texto si no que debe visionar los numerosos vídeos. Eso si, aparentemente, el profesor hace una labor magnífica poniendo a disposición mucho material, cuestión que hoy en día está muy de moda ante posibles evaluaciones profesionales y la valoración que le hace el estudiante .

Con nuestros vídeos no se pretende generar por acumulación un listado numeroso de estos recursos para mayor gloria del profesor. La realidad es que no pretendemos hacer vídeos que enseñan, ni acumular vídeos que enseñan y, por supuesto, todos nuestros vídeos no requieren disponer de la imagen del profesor pero si de su voz. Nos guía la ilusión de que otros profesores comprueban lo relativamente fácil que es hacer un vídeo de los nuestros y comience a editarlos.

En las asignaturas citadas esos vídeos sólo están disponibles en el curso corriente desde febrero a octubre, por ello, en cada una de las zonas virtuales tienen un foro de vídeos del profesor con mensajes que contienen los enlaces a esos vídeos. La razón de hacerlo de esta forma es porque al replicar la zona virtual para el siguiente curso, el contenido de cada foro se borra automáticamente al inicio de cada curso. Ya hemos incidido en que el objetivo no es tener un listado de vídeos con problemas.

En el caso de los problemas de P.P.E. de Septiembre no tiene sentido hacer los correspondientes vídeos puesto que se está a menos de 15 días del inicio de un nuevo curso y finaliza la labor docente en poco tiempo. Sólo tendría sentido para facilitar posibles reclamaciones, pero para ello un simple archivo pdf es suficiente.

La forma de elaborar un vídeo de calidad profesional es de un elevado costo de personal, de medios y de tiempo, por ello, nuestros vídeos son más o menos caseros. En un vídeo profesional la voz del relator, o voz en off, es de profesional radiofónico. Además, en el caso de que aparezca la imagen del profesor se intenta que este muestre una muy buena imagen. En nuestro caso podemos hacer los vídeos en chanclas y con la voz que tenemos como si tratase de un profesor presencial. Únicamente mantenemos una restricción en nuestros vídeos que consisten en no escribir a mano en ningún dispositivo; ni pizarrón, ni pizarra táctil, ni tablet. Aunque la voz no sea idónea, el texto debe tener un carácter profesional como el de un libro o una presentación. Por ello, hacemos uso de dos elementos tecnológicos básicos para crear un vídeo de problema:

- Un editor de LaTeX con el modelado (template) Beamer con el cual generar una secuencia de transparencias (fichero pdf) con lo que deseamos que aparezca escrito.
- El programa de autor Camtasia para capturar vídeo y sonido, junto con otros efectos. Una vez concluida la edición se genera un fichero mp4.

El primer elemento no es necesario de una manera estricta pues bien podrían hacerse las transparencias a mano, pero esto está en contra de la única restricción que nos hemos impuesto. Del segundo elemento hacemos constar que es preferible disponer de una versión igual o superior a la 2.0, pues nos permite editar y combinar varias pistas de vídeo o imagen con varias pistas de audio. También, hemos introducido una segunda restricción consistente evitar en lo posible los efectos sobre una parte de la imagen, principalmente por que el estudiante no podría reproducir este efecto en su escrito sin sobrecargar su texto.

En una pista de vídeo o de audio uno puede insertar otro vídeo u otro audio disponible sin tener que capturarlo nuevamente, es decir, se puede hacer toda clase de mestizaje de vídeos (mp4) y audios (mp3) que son los que nosotros usamos, si bien pueden ser de muchos otros tipos.

El producto que generamos con Camtasia son simples elementos mp4 con el tamaño gráfico estándar y peso de archivo normal optimizado para descargar de archivo bajo demanda. Pueden ser elegidos otros tamaños y calidades de imagen pero inciden en el peso de archivo y al fin y al cabo la mayor parte visual de nuestros productos es texto . Incluso se puede optar por un tamaño optimo para teléfonos tipo smartphone.

Elementos básicos de un vídeo de problema

Estos vídeos post-evaluación son muy específicos por el motivo para el cual se crean, pero sólo son una parte de los vídeos que hemos confeccionado a lo largo de los años. La especificidad del contenido; una propuesta de resolución de un problema del que se evaluó el estudiante, nos hace adaptarnos a los vídeos cuyo contenido es la resolución de algún problemas. Por tanto, todos los vídeos reproducen el esquema siguiente:

1. Enunciado.
2. Posible enunciado alternativo.
3. Observaciones.
4. Ideas.
5. El algoritmo de resolución, paso a paso
6. Posible representación gráfica.

El *Enunciado* recoge el mismo texto al que el estudiante se le entregó en su examen, y se presenta con texto negro dentro de una caja con fondo de un color pastel amarillento. Esta caja permanece visible mientras se considera que se afronta una primera disección del problema. Por ejemplo, si el enunciado es algo relativo a una función, entonces esta caja de enunciado está presente mientras se está determinando el dominio de dicha función.

Enunciado

Estudie el comportamiento de la función f en el infinito

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^4+1}}{x^2-1}\ .$$

Figura 2. Caja con enunciado de un problema.

En algunos casos, y después de mostrar algunas observaciones e ideas que el profesor seguirá en su exposición, cabe la posibilidad de que ese enunciado quede precisado de una forma alternativa en otra caja del mismo tipo; *Enunciado Alternativo* . Por ejemplo, en el caso del comportamiento de la función en el infinito de la función mostrada en la figura 2, puede incluirse una redacción alternativa más tradicional, o precisa, del enunciado inicial. En este caso una redacción alternativa podría ser: *"Estudie la existencia de rectas asíntotas horizontales, asíntotas oblicuas y ramas parabólicas de la función f."*

Esta variación de la redacción del enunciado abunda en la necesidad de que el estudiante adquiera la destreza de relacionar enunciados y que se inicie en clasificar el tipo de problema simplemente por el enunciado. Disponer de esta destreza es un síntoma de reconocimiento de patrones y le permite optimizar el tiempo del que dispone para hacer su examen. Dado el tiempo máximo de dos horas para realizar todos los ejercicios, esa destreza es deseable, aunque esta misma destreza pudiera adquirirla con el estudio del texto base pues los problemas de cada prueba son del mismo tipo y nivel que los que contiene dicho texto.

Un vídeo puede contener una *Observación* o varias observaciones que son igualmente remarcadas en una baja del mismo tipo. La presencia de estas cajas es puntual. Su contenido es relativo a algo que el profesor considera necesario que el estudiante adquiera como costumbre, como algo esencial. Por ejemplo, en el enunciado de la figura 2, la primera observación del profesor se corresponde con la expresión de la función; una función cociente y con la definición del dominio de dicha función como se muestra en la figura 3.

Observación 1: Función cociente $f = \dfrac{f_1}{f_2}$

$$\text{Dom } f = \Big(\text{Dom } f_1 \cap \text{Dom } f_2\Big) - \{x \in \mathbb{R} | f_2(x) = 0\}.$$

Figura 3. Caja con el contenido de una observación.

En el contenido de una observación la referencia siempre es genérica, tal y como suele ser un enunciado de un teorema, una proposición o un corolario. La observación suele ser, en esencia, la presencia del contenido teórico que el estudiante debe tener en su base de conocimiento matemático. Una observación no hace referencia a cómo debe adquirirse ese conocimiento, si no que es un aviso de un conocimiento que debe usarse.

En las cajas de observación aparece aquello que en los textos parece obviarse por conocido y que no se escribe pues ya se describió con anterioridad en él. Las observaciones sólo son visibles mientras se considera necesario. En el caso de la observación de la figura 3 está presente mientras se determina el dominio de el numerador y del denominador de la función del enunciado inicial. En ocasiones esto corresponde a varias trasparencias puesto que se requieren, como en este caso, estudiar un ecuación o una inecuación, u otra cosa.

Una *Idea* es aquello que nos permitirá resolver una parte o la totalidad del problema. Si nos ceñimos al enunciado de la figura 2 o al enunciado alternativo, podemos entender que la primera idea deberá comprobar si existen rectas asíntotas horizontales. Ahora bien, hay que disponer del conocimiento que asegura la posible existencia de este tipo de rectas como lo descrito en la figura 4.

Idea: Rectas asíntotas horizontal

Existe recta asíntota horizontal de ecuación $y = k$ si y sólo si existe alguno de los límites $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ 0 $\lim_{x \to \infty} f(x)$, y toma el valor k.

Figura 4. Caja con el contenido de una idea de actuación.

Lo remarcado en una idea se traslada de forma inmediata al algoritmo de resolución de una parte del problema, hasta que se hace necesaria otra nueva idea tras alguna observación. En general, las cajas de las observaciones aparecen antes que las cajas de las ideas.

El *algoritmo de resolución* correspondiente a la idea de la figura 4 que se muestra en la figura 5 la trasformación de la expresión de la función. Se hace observar que las trasformaciones algebraicas de las expresiones que son válidas son aquellas que mantiene el dominio de la expresión inicial para esta nueva expresión. Por ejemplo, en algunas ocasiones la trasformaciones que realizan los estudiantes cambian ese dominio, y aunque algebraicamente aparenta ser válido, no lo es así.Por ejemplo, si al estudiante se le presenta la expresión $f(x) = \mathrm{x} + \ln x^2$ y utiliza la expresión $x + 2\ln x$ entonces se está restringiendo a la semirrecta positiva, en lugar de toda la recta real menos el 0.

Se tiene que

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^4+1}{x^4-2x^2+1} = 1, \ \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \ \lim_{x \to \infty} \frac{x^4+1}{x^4-2x^2+1} = 1, \ \lim_{x \to \infty} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Luego, al aplicar las propiedades de los límites en el infinito se tiene

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \left(\lim_{x \to -\infty} \frac{x^4+1}{x^4-2x^2+1} \right)^{\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{2}} = 1^{\frac{1}{2}} = 1$$

y

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \left(\lim_{x \to \infty} \frac{x^4+1}{x^4-2x^2+1} \right)^{\lim_{x \to \infty} \frac{1}{2}} = 1^{\frac{1}{2}} = 1.$$

La recta $y = 1$ es recta asíntota horizontal por ambos lados; $-\infty$ e ∞.

Figura 5: Algoritmo de resolución correspondiente a la idea de la figura 4.

En el caso del ejemplo de la figura 2 el vídeo concluye haciendo un resumen de resultados y mostrando la *Representación Gráfica* de la función para el estudiante pueda detectar la interpretación gráfica de lo que calculó.

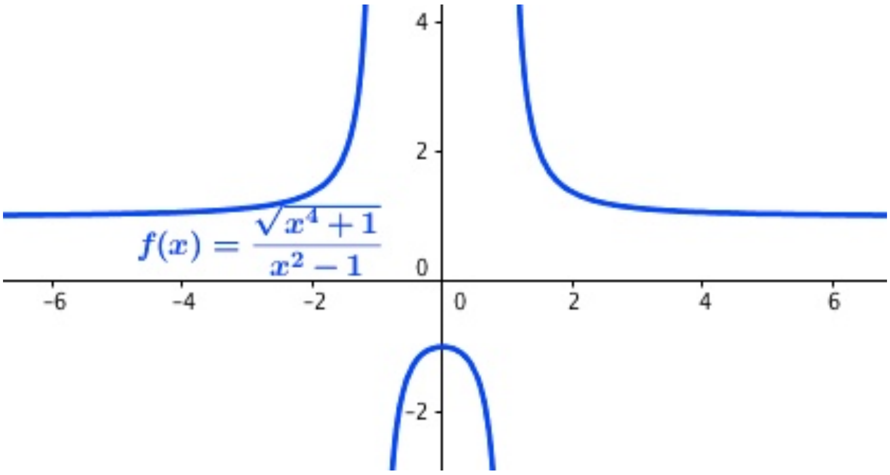

Figura 6: Representación gráfica de la función.

Conclusiones

Es razonable pensar que si al estudiante se le propone un texto base para que estudie una materia matemática, al estudiar ese texto aprenderá los contenidos expuestos en él. También es razonable suponer que la posibilidad de que ver un texto con la resolución de todos los problemas facilitará al estudiante entender en dónde se equivocó o en dónde acertó cuando hace un problema. Pensar sobre lo que es razonable, o no, con un texto, no nos asegura la comprensión del problema puesto que hay una variable que suele obviarse que tiene que ver con las preguntas ¿cuándo aprendió el estudiante a leer un texto matemático?, y una vez leído ¿cómo aprendió a comprenderlo? Estas preguntas se las tendríamos que formular a los estudiantes de Enseñanza Secundaria, y a los estudiantes universitarios de universidades presenciales. Si el lector osa hacer esa pregunta comprobará que el estudiante responderá que nadie le enseñó, y seguramente apostillará que el atendía a lo que decía el profesor y tomaba apuntes. En el fondo el libro de matemáticas es un gran desconocido salvo para los estudiantes UNED.

Sin duda, la resolución escrita de todos los problemas reproduce, en el mejor de los casos, la forma de los libros, y por tanto la forma de entender el contenido.

Está suficientemente estudiado que el cerebro asocia de forma autónoma nuevas imágenes y nuevas secuencia de imágenes, por analogía, con otras imágenes memorizadas y secuencias almacenadas. Es decir, realiza una tarea de relacionar unas cosas nuevas con otras conocidas. La gracia de nuestra innovación estriba en que al utilizar el vídeo por problema de algo que el propio estudiante solventó, obliga tener que relacionar nuestras imágenes con las suyas, aunque esas imágenes sean expresiones matemáticas con alto contenido simbólico y textual. El vídeo obliga al estudiante a escuchar los razonamientos que hace el profesor, los aspectos teóricos en los que se fija y que usa, y recordar si él hizo algo similar o totalmente distinto. El vídeo no se queda en la simple algorítmica de la resolución, puesto que presenta los problemas de forma activa y altamente sensorial. La estructura de cada vídeo prioriza las acciones relativas al sentido de la vista remarcando los conocimientos que se emplean, y del oído con la narrativa.

Esta experiencia desarrollada en el curso 2017-18 inducía al estudiante a valorar su trabajo pre-evaluación. Además, se obligaba a visualizar cada vídeo para poder comprender cada uno de los problemas si el estudiante quería reclamar. En ese caso, el estudiante se veía en la obligación de ver varias veces el vídeo para poder formular el escrito fundamentado de su reclamación, y esto le ayudaba a comprender lo hecho.

El objetivo fue fomentar el aprendizaje post-evaluación tanto si superaba la asignatura como si no. Para ello, el medio usado fue el conjunto de vídeos individuales por ejercicio de aquellos a los que se enfrento el estudiantes antes de la evaluación. Esos vídeos no se diseñaron para realizar una enseñanza de algo nueva para el estudiantes, si no de algún problema con lo que ya había tenido contacto en el exámen.

El análisis experimental y valoración de la propuesta experimentada no nos interesó en un principio, sin embargo cabe resaltar un primer elemento: La ausencia de reclamaciones por discordancia en la valoración del profesor de cada problema. Y un según elemento constituido por unos pocos mensaje de estudiantes que se presentaron a P.P.E agradeciendo el acceso a los vídeos. Si hubo bastantes estudiantes que solicitaban la valoración problema por problema según la rúbrica, y que decían estar sorprendidos de la calificación final. No todos los que aludían a esa sorpresa eran estudiantes que no superaron la asignatura en esa convocatoria.

Queramos o no, los elementos matemáticos requieren cierto grado de imitación por parte del estudiante, y que esos elementos le "entre por los ojos", con interpretación sonora, antes de ser "entendidos".

Bibliografía

[1] Calle, David. unicoos. https://www.unicoos.com/

[2] Díaz Perera, Juan José; Recio Urdaneta, Carlos Enrique; Saucedo Fernández, Mario. El video en el desarrollo de competencias matemáticas, caso: Universidad Autónoma del Carmen. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo. Vol. 2 Núm. 3, 2011

[3] Khan, Salman. kjanacademy. https://es.khanacademy.org/

[4] Medina Molina, Juan. lasmatemáticas.es.
http://www.dmae.upct.es/~juan/matematicas.htm

[5] Medina Molina, Juan. Un método para la generación de vídeos docentes. XVI Jornadas ASEPUMA – IV Encuentro Internacional Rect@ Vol Actas_16 Issue 1:619