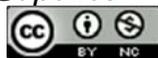


## La culpa la tiene Hipatia

**Elena Soledad Jiménez Ayala**

*Departamento de Matemática Aplicada y Estadística,  
Universidad Politécnica de Cartagena,  
C/ Dr. Fleming s/n (Campus Muralla del Mar),  
e-mail: elena.jimenez@upct.es*

Presentado en eXIDO18 (2018)



### RESUMEN

Vivimos en una sociedad donde las ciencias están en todo lo que nos rodea, particularmente las Matemáticas. Sin embargo, cuando entramos en las aulas nos encontramos ante situaciones que nos pueden resultar un tanto comprometidas o incluso, muy complicadas de resolver. El “para qué debo estudiar ecuaciones si no las voy a usar nunca” es una barrera a veces muy difícil de superar. Esto, como profesores, nos plantea el siguiente reto: inculcar el gusto por las ciencias, y en este caso, por las Matemáticas. Ello debe hacerse desde edades muy tempranas, y en particular, que las descubran por si mismos suele ser la mejor estrategia. Así pues, a lo largo de este trabajo se verán métodos que nos han resultado útiles para alcanzar nuestro objetivo. A través de películas como *Hipatia de Alejandria* o *Dentro del Laberinto*, se presentaran conceptos como: el cono de Apolonio, cónicas o grafos. Estos trabajos han sido realizados tanto por alumnos de secundaria, en este caso de 2º de la ESO, como por profesores de secundaria de diferentes materias, ya que, por experiencia, sabemos que lo interdisciplinar funciona mejor. Como resultado obtuvimos un aumento en las solicitudes de alumnos en las ramas de ciencias y una visión de las Matemáticas más amplia por parte del profesorado involucrado.

**Palabras clave:** Interdisciplinar, cono de Apolonio, cónicas, grafos, Hipatia de Alejandria, Geocentrismo, Heliocentrismo, laberinto, backtracking.

### Objetivos

- Acercar al alumnado y al profesorado a la investigación científica dentro y fuera del aula.
- Proporcionar herramientas para comenzar y continuar haciendo este tipo de proyectos.
- Motivar en la búsqueda de apariciones, aplicaciones e implicaciones de las Matemáticas en la realidad que nos rodea.

- Presentar, a modo de ejemplo, varios de los trabajos realizados por alumnos de 2º de la ESO (IES Juan Sebastián Elcano e IES Isaac Peral de Cartagena) donde las Matemáticas conectan con la realidad.

### Contenidos

Los contenidos que se desarrollarán a lo largo de este artículo son:

1. La investigación científica: qué significa investigar, pasos a seguir en una investigación científica.
2. Investigando con alumnos de la ESO: pasos a seguir.
3. Trabajos de investigación elaborados con alumnos:
  - IES Juan Sebastián Elcano: “*Hipatia, filósofa y maestra*”; “*Centrum*”, “*Instrumentos matemáticos. El cono de Apolonio*”.
  - IES Isaac Peral: “*Dentro del Laberinto*”.
4. Conclusiones.
5. Agradecimientos.

#### 1. La investigación científica. ¿Qué significa investigar?

La investigación es un proceso que, mediante la aplicación del método científico, procura obtener información relevante y fidedigna (digna de fe y crédito), para entender, verificar, corregir o aplicar el conocimiento.

En nuestro caso, la investigación científica consiste en la búsqueda intencionada de conocimientos o de soluciones a problemas de carácter científico y tiene como base el método científico. Éste es fundamental para el estudiante y para el profesor, puesto que ayuda a mejorar el estudio y además permite establecer contacto con la realidad, de manera que podamos conocerla mejor.

Su finalidad es:

- Formular nuevas teorías o modificar las existentes.
- Incrementar los conocimientos.
- Llegar a elaborar nuevas teorías.

Es importante tener en cuenta que un ambiente favorable puede estimular al investigador en los momentos de desánimo. El clima científico, el ambiente de trabajo, con frecuencia, suplen con creces otras carencias.

#### Pasos a seguir en una investigación científica

1. Elegir el tema.
2. Plantear los objetivos que se quieren alcanzar.
3. Delimitar el tema.
4. Plantear el problema a tratar.

5. Investigar el marco teórico.
6. Determinar la metodología a seguir.
7. Elaborar el informe final con los resultados obtenidos.

## 2. Investigando con alumnos de la ESO.

El problema, en la mayoría de los casos, surge cuando se desea realizar una investigación con alumnos de la ESO, para ello es muy importante que, aunque sea el profesor el que les guíe hacia un tema, sean ellos los que finalmente decidan sobre qué quieren aprender, teniendo en cuenta sus posibilidades para abordarlo y el tiempo que van a poder dedicarle y, sobre todo, que disfruten haciéndolo, ya que de lo contrario será un fracaso.

### **Pasos a seguir con el alumnado**

- Elegir y delimitar el tema: Como hemos comentado al empezar este apartado, debe ser un tema que el alumnado tenga ganas de abordar. Si no se les ocurre nada, puede buscar en bibliotecas, Internet, preguntando a los amigos o al profesor que les va a dirigir el proyecto... Otra idea, es hacer una tormenta de ideas entre los que van a formar un mismo grupo y ver qué sale. Y por último e importantísimo, delimitar el tema, si no se hace corremos el riesgo de que se desanimen porque no vean fin al trabajo a investigar.
- Planificar los pasos: Primero hay que pensar en los objetivos a alcanzar, para ello es bueno hacerse un guión con los pasos que se van a seguir. Para hacer un buen plan es bueno que el alumno o grupo pida ayuda a la persona que se lo va a dirigir. El plan debe de estar abierto a los posibles imprevistos que puedan surgir. Es bueno que este plan se revise de vez en cuando para ver si se están cumpliendo los objetivos que se tenían programados.
- Diagrama: Una vez elegido el tema es bueno hacer un diagrama con los posibles subtemas relacionados con la idea a investigar, y anotar aquellas preguntas de las que se quiera buscar una respuesta.
- Antecedentes: Se deben revisar aquellos conceptos y conocimientos previos que ya conocen sobre el tema y ver de qué se quiere aprender más.
- Fuentes de información: Hay que valorar cuáles son las principales, entre ellas encontramos las bibliotecas, los libros de texto, Internet... Es bueno no quedarse con lo primero que se encuentre, hay que buscar y contrastar la información obtenida a través de las diferentes fuentes.

- Selección de los documentos: Una vez se tienen todos los documentos, es necesario hacer una selección de cuáles pueden servir y cuáles no, desechando los no válidos. Se debe de apuntar el autor y procedencia de los documentos seleccionados para así poder citarlos luego en el trabajo.
- Completar el diagrama: Una vez seleccionada la información se debe elaborar un guión del trabajo, rellenando el diagrama que se hizo anteriormente y contestando a aquellas preguntas que surgieron al principio. Será imprescindible que haya un orden claro y que esté bien estructurado, ya que supone el esqueleto del trabajo a investigar.
- Elaboración de informe: Primero se ha de decidir de qué manera se va a presentar el trabajo, si es a través de un artículo, de un póster científico, de una exposición oral... puesto que, según el caso, se debe presentar el trabajo con una estructura u otra. Es importantísimo que la presentación de este informe, sea clara, ordenada, concisa y limpia.

### **3. Trabajos de investigación elaborados con alumnos.**

#### **IES Juan Sebastián Elcano.**

Las ideas surgieron tras el visionado de la película “Ágora” de Alejandro Amenábar, y el grupo elegido fue 2º de la ESO. Un grupo con unas características óptimas para este tipo de trabajo, formado por alumnos académicamente normales, pero muy activos.

En un comienzo se les propusieron varios temas después de ver con ellos la película y de hacerles una serie de preguntas sobre ella, con idea de ver si realmente habían atendido y comprendido lo que habían visto. Pero estos no terminaron de convencerles. Así que se planteó hacer una *brainstorm*, es decir, una tormenta de ideas. Fue entonces cuando surgieron varios temas como: el por qué del movimiento de los planetas, qué era el cono de Apolonio, las Matemáticas y la moda, quién era Hipatía de Alejandría en la realidad... Así que reagrupamos a los alumnos según los temas que más les interesaban.

El resultado del trabajo fue bueno en los tres casos, si bien, para lograr que fuesen constantes en su trabajo en algunos casos fue difícil, llegando en algún caso a abandonar, dado que se dieron cuenta que el tema no les interesaba de verdad. Otros sin embargo disfrutaron muchísimo y al terminar comenzaron a pensar, por su cuenta, en qué tipo de proyectos nuevos se querían embarcar.

Véanse uno a uno los tres proyectos y la utilidad que tuvieron para relacionar las Matemáticas con la realidad y para fomentar la curiosidad científica.



**Alumnos de la ESO enseñando a profesores universitarios las cónicas**



**Algunos alumnos y profesores que participaron en los proyectos**

### **Hipatia, filósofa y maestra**

Este trabajo fue el punto de partida de los otros dos. En él se introduce la figura de Hipatia, su vida y obra, un recorrido a través del arte: Pintura, Literatura y Cine. Por último, se hace un breve comentario sobre la Biblioteca de Alejandría.

**Hipatia, filósofa y maestra**

María Dolores García Jiménez, Yolanda Martínez Mendosa, Elena Soledad Jiménez Ayala, Irene Caparrós Martínez, Mónica Liarte Bernal, Elisa Loren López, María Luero Prado, Juan Rodríguez Casado

IEP Juan Sebastián Elcano  
agregacionmatematica@gmail.com

En este trabajo se hace referencia a la figura de Hipatia en la vida y obra, se hace un recorrido a través de la vida, obra y legado de Hipatia en la historia de la matemática y la filosofía.

**Introducción**  
Alejandría fue fundada por Alejandro Magno en el 332 a. C., quien fundó el imperio por sus dotes culturales y la búsqueda del conocimiento, con el fin de conectar en el mundo del comercio, la cultura y el saber. Destacando en Bibliotecas, se correspondían matemáticas y su fin.

**Una mirada a través del arte: Pintura, literatura y un guiño al cine**  
Podemos encontrar diferentes manifestaciones artísticas que nos hacen imaginarnos como era Hipatia, según los relatos de historia de la época.  
Vamos a ver: Una imagen de la filósofa en un fresco que podría datar de época romana y otra del Quattrocento, *Alpina* y *los filósofos de Alejandría*, en una pintura de Murillo.

**En el siglo XV, podemos ver a Hipatia a través de los ojos de Rafael Santes en su obra *La escuela de Atenas* y en el XIX, observamos una representación de otros los habitantes ajenos a Hipatia hasta un arte, la *democracia y el asmatismo* (ilustración del libro *Viva los nuevos filósofos*).**

**Metodología**  
A través de varias sesiones se ha estado trabajando con el grupo de alumnas, realizando búsquedas y mostrando la información obtenida. A continuación se a trabajar en equipo y adquirir responsabilidades.

**Hipatia: Vida y obra**  
El nombre de Hipatia significa la más grande. La filósofa cuenta que fue una joven y bella matemática que tuvo una muerte violenta que sigue un rito en la cultura de la época. Poco sabemos sobre su vida y obra, aunque se pueden afirmar que se convirtió en el epítome de la vida de la filósofa por su papel en la cultura. En el 412, cuando el emperador de Alejandría Cirilo y sus seguidores Cirilo, aunque discípulo de Hipatia, ambos se enfrentaron en un duelo por el poder político y social. No se sabe exactamente la vida en la que nació Hipatia ni tampoco su muerte, por ello, mostramos varias teorías sobre su nacimiento y su muerte. Celsus, historiador en los días de Malabar (sobre el siglo VI), afirmó que nació siendo ya una mujer mayor y así se hizo conocido del siglo. Varios, basados en Herodoto (siglo XIX) da como fecha de nacimiento el 370 aproximadamente, considerando que nació alrededor de los 40 años. Por último, Kibigley nos dice al nacimiento en el 360, poco antes que nació su hijo.  
Soranus describe su muerte de la siguiente manera: "La atracción de su cuerpo cuando se dirigía a su trabajo en el Museo sacó de la gran Biblioteca de Alejandría, la atracción a la Iglesia llamada Cirilo, la Iglesia totalmente dedicada, la atracción la piel y las manos con carnosidad afilada, hasta que el último día su cuerpo; demencia su cuerpo; hacia los pedales a un lugar llamado Cirilo y se quemó hasta convertirse en cenizas."  
Su padre fue Teón, Agnata perteneciente en la época por ser el único director o conservador de la denominada segunda Biblioteca de Alejandría. Fue quien se ocupó matemática y astronomía. Ella a su vez, impartió clases de lógica, aritmética y geometría. Entre sus discípulos están Simón, Heráclito, Olimpio, Teodoro, Gregorio, además, además con su padre en el libro *Comentarios matemáticos de Proclus* y escribió obras como *Comentarios a la aritmética de Diofantos*, *Comentarios astronómicos* y *Comentarios a las obras de Apolonia*. Por otro lado también escribió las teorías filosóficas neoplatónicas.

**La Biblioteca de Alejandría**  
Alejandría, centro del comercio, la cultura y el saber, poseía una gran biblioteca, que probablemente contara con 500.000 volúmenes escritos en papiro. Debido al gran volumen de libros, se tuvo que crear una segunda biblioteca, situada en la ribera del puerto de Baucis, en el antiguo templo de Serapis, que servía a la lectura tras el incendio que hubo en Alejandría. Su último director fue Teón el padre de Hipatia. Y fue destruida por una gran inundación, destruida con orden religioso dirigida por Cirilo, en el año 391. La pérdida fue irreparable.

**Conclusiones**  
Con este trabajo se ha podido conocer un poco más la figura de esta filósofa y matemática, quién era y qué hizo, la vida que de ella tenían los artistas de diversas épocas y a través de la Biblioteca de Alejandría. Como resultado, mostrar que, actualmente, existen que importantes teorías matemáticas que datan su creación a la filosofía. "Hypatia: Remains Reader", que se publica en Atenas desde el año 1984, a "Hypatia: A Journal of Feminist Philosophy", que se publica desde el 1996 por la Indiana University Press.

**Agradecimientos**  
Este trabajo ha sido posible gracias al IEP Juan Sebastián Elcano, el CPN de Charly y la Universidad Politécnica de Cartagena. Por último agradecer a Javier Miel y Antonio Mito del IEP Juan Sebastián Elcano su colaboración.

**Referencias**  
[1] <http://www.wikipedia.org>  
[2] <http://www.wikipedia.org>  
[3] <http://www.wikipedia.org>

**Cherche el siglo XX, se han hecho retratos de Hipatia, por ejemplo, el que hizo Chate Quattrocento (siglo XIX) o el de la virgen, Rosana Pina. Actualmente, podemos decir que su imagen ha cambiado según las épocas. Así, mientras en la ilustración era presentada como una heroína de la revolución a la religión, en el Neoplatonismo era considerada como un símbolo del pagantismo que se**

¿Qué hemos conseguido con él?

- Aprender un poco de la historia de las Matemáticas. Saber que existieron en la Antigüedad mujeres que, en época de hombres, no solo las estudiaban, sino que también las enseñaban.
- La aparición e importancia de la Matemáticas a través del arte. Han aprendido como, según las distintas épocas, Hipatia de Alejandría es representada de una manera o de otra.
- La influencia en la literatura. A lo largo de los siglos han sido múltiples las teorías acerca de su muerte, ha sido utilizada como imagen del feminismo... Por otro lado, no solo se han escrito libros relacionados con Hipatia, sino que hay revistas que actualmente llevan su nombre.
- La influencia en el cine. No solo en el cine actual, como ocurre con la película "Ágora", sino también en películas más antiguas como "Hypatia", del año 1900, donde la actriz Mary Anderson la interpretaba.
- Por último, ha sido la excusa perfecta para que aprendan un poco más sobre la Biblioteca de Alejandría y la importancia que tuvo.

**Centrum**  
Eva Arcoja Cervera, Fernando Medina Vidal, Elena Soledad Jiménez Ayala, José Calviarte Muñoz, Irene Caparrós Martínez, José Ignacio Legaz Martín, Rosa Ortega García, Christian Ortega Mayordomo, Jorge Ortega Plantón, Christian Pedro Selma Marques, Mario Giovanni YungLoja.  
IES Juan Sebastián Elcano  
aportacionesmatematica@iiesjuelcano.com

<p><b>Resumen</b></p> <p>En este trabajo presentamos la teoría del geocentrismo y del heliocentrismo para explicar el movimiento de los planetas. Para ello tenemos un modelo de cada uno de ellos.</p> <p><b>Introducción</b></p> <p>A través de los siglos las teorías que explican el movimiento de los cuerpos celestes y de sus posiciones han variado. En este trabajo hacemos un recorrido desde el geocentrismo hasta el heliocentrismo, mostrando cuáles fueron las primeras ideas que aparecieron y su evolución a través de los siglos hasta llegar al nuestro.</p> <p><b>Metodología</b></p> <p>Durante diversas sesiones se ha trabajado con los alumnos, buscando información y actividades. También se les ha dado espacio para que expresaran el punto de vista filosófico, matemático y físico de sus modelos geocéntricos. Desde las primeras cuestiones han comenzado sus propias respuestas de los días sucesivos y sus planes avanzados al que ellos mismos han diseñado, así se lo que quieren explicar.</p> <p><b>Conclusiones</b></p> <p>Actualmente la mayoría de los grupos religiosos creen en la teoría del heliocentrismo, si bien en ciertos que estos grupos como la Asociación Católica o como la Asociación Católica Pro Earth Society que está dentro de ella. Las investigaciones más recientes, en su mayoría realizadas que interpretan de los escritos antiguos que la Tierra es el centro del Universo. La Flat Earth Society, Sociedad de la Tierra Plana, es originaria de Inglaterra y defendió la teoría de que la Tierra no es redonda, sino plana. Ningún grupo religioso o científico apoya dicha idea. El movimiento más reciente pro-Tierra plana lo originó el inglés Samuel Butler Borchgrevink (1838-1941); su último presidente Charles K. Johnson murió en febrero del 2002, después de su año al frente de la sociedad. Es posible encontrar páginas en Internet que siempre pretenden a dicho movimiento, siempre en base en datos de veracidad.</p> <p><b>Referencias</b></p> <p>[1] <a href="http://www.flatearth.org">http://www.flatearth.org</a> [2] <a href="http://www.flatearthdefense.com">www.flatearthdefense.com</a> [3] <a href="http://www.flatearthdefense.com">http://www.flatearthdefense.com</a></p> <p><b>Agradecimientos</b></p> <p>Este trabajo ha sido posible gracias al IES Juan Sebastián Elcano, al CIB de Calatayud y al Centro del Profesorado de Aragón. Por último queremos agradecer a: María Llorca, Ana López, Victoria García, Ana J. Caparrós, J. Manuel Ortega, Remedios Martínez y Beatriz Rodríguez por su ayuda y colaboración.</p>	<p><b>Resultados</b></p> <p><b>Teoría geocéntrica</b></p>  <p>Esta teoría sitúa a la Tierra en el centro del Universo y los otros, incluyendo al Sol, que gira alrededor de ella. La astronomía en la antigüedad y hasta el siglo XV se basó en ella. En el siglo XVI, Copérnico se propuso que la Tierra estaba rodeada como el resto de los planetas por círculos de cielo. A su vez los pitagóricos decían que la Tierra era esférica, pero no el centro del Universo. En el siglo IV a. C. Platón ya describió los órbitas de los planetas que la Tierra era una esfera en el centro del Universo. Pausanias, la Tierra era una esfera que flotaba en el vacío del Universo. Los astrónomos y filósofos griegos alrededor de la Tierra en órbitas circulares, rodeando en el espacio vacío (parte del exterior del mundo): Luna, Sol, Venus, Mercurio, Marte, Júpiter, Saturno, desde estrellas. Fue Ptolomeo de Alejandría, quien trabajó con Platón, el que desarrolló una explicación matemática y más sistemática del movimiento de los planetas basados en órbitas de Platon modificando que todos los movimientos en los círculos puede explicarse con el movimiento circular uniforme. Aristóteles explicó con detalle el sistema de Ptolomeo. En el sistema los cuerpos celestiales desfilando la Tierra esférica así en el centro del Universo. Todos los cuerpos celestes están pegados a 10 esferas concéntricas que giran alrededor de la Tierra. La Luna está en la esfera más cercana a la Tierra. Debido a que ciertos movimientos de los planetas, difíciles de explicar, así como los cambios en la intensidad de su brillo, eran difíciles de explicar, por lo que se fueron introduciendo cambios en la teoría geocéntrica. El modelo más acabado y complejo fue dado por Ptolomeo (Epitome, siglo II d. C.) en su obra Almagesto. Los planetas se movían alrededor de la Tierra (deflexión) y otro círculo dentro de una esfera (epiciclo). Explicando así el retroceso y adelantamiento a la Tierra y los diferentes de brillo.</p> <p><b>Teoría heliocéntrica</b></p> <p>Esta teoría sostiene que la Tierra y los demás planetas giran alrededor del Sol. Propuesta en la antigüedad por el grupo Afirmante de Samos, que defendían un tamaño mucho mayor del Sol que de la Tierra, a través de medidas sencillas de la distancia entre la Tierra y el sol. Se retomaron al geocentrismo. En el 1543 es reformulado por Nicolás Copérnico en su obra De Revolutionibus Orbium Coelestium, quien empleaba cálculos matemáticos más sencillos que los de su predecessor. Con un libro de matemáticas la revolución científica, que generaría otras cosas como una revolución en el campo de la astronomía. Esta teoría no se impuso de inmediato, fue con Galileo Galilei, tras la invención del telescopio, el que marcó esta teoría.</p>  <p>Cualquiera como Copérnico o Galileo (1564-1642) redujeron desde entonces a teorías de su libertad por presentar, con pruebas científicas, esta teoría, ya que se basaban, y así en día las grupos religiosos que la creen, manteniendo las Escrituras. A este último la Iglesia lo condenó por hereje, fue excomulgado por la Iglesia, si bien finalmente se retractó de sus teorías, fue el papa Juan Pablo II el 26 de Octubre de 1992, quien pidió perdón por la condena de Galileo y la redobló 350 años después. Posteriormente Claudio Beccari (1948-1992) propuso un Universo simple al que hasta entonces se creía, propugnando la existencia de otros posibles universos además como el nuestro. Fue Johannes Kepler entre el 1581 y 1619 quien pensó el heliocentrismo y descubrió que los planetas se movían en órbitas elípticas alrededor del Sol, siendo en sus de las leyes de Kepler. Finalmente Isaac Newton en 1687 formuló su ley de la gravitación universal, explicando así la forma de las órbitas y la forma que los planetas. En la teoría de la Relatividad de Albert Einstein la que permite hoy en día conocer la posición y el movimiento de cualquier astro.</p> <p>Estos modelos corresponden a los sistemas geocéntrico y heliocéntrico, pertenecen a la idea Estática de l'Histoire Mécanique de Antoine Lavoisier (1788). El sistema de Galileo Galilei fue planteado por Justus Steyermark en 1936.</p> <p><b>Realización de maquetas</b></p> <p>Para la realización de las maquetas se han utilizado material de materiales como: madera, plástico de colores, papel de aluminio, bolas de modelar y de Navidad, pelotas de ping pong, ... Los alumnos han usado los propios como la Wikipedia y en el libro de ciencias astrónoma del año anterior, haciendo de esta manera la mayoría la más real posible, siguiendo el tamaño de los planetas al de verdad, tratando en cuanto al tamaño del Sol. Para la realización de un Sistema Solar más realista se usó 100 la pelotas de ping pong, siendo en base a estos datos, el tamaño del Sol, se redujeron los tamaños de los planetas y se distanció al Sol. Así, el tamaño del planeta del Sol es de 100 cm, Mercurio tendría un diámetro de 0,38 cm, Venus de 0,98 cm, Tierra de 1,09 cm, Marte de 0,52 cm, Júpiter de 1 cm, Saturno de 0,92 cm, Urano de 0,45 cm y Neptuno de 0,45 cm.</p>
---	--

Una de las obsesiones con las que se nos presenta a Hipatia es la del movimiento de los planetas. Se deduce que los planetas no giraban describiendo circunferencias y alrededor de la Tierra, como en el modelo antiguo de Ptolomeo, sino que describían órbitas elípticas.

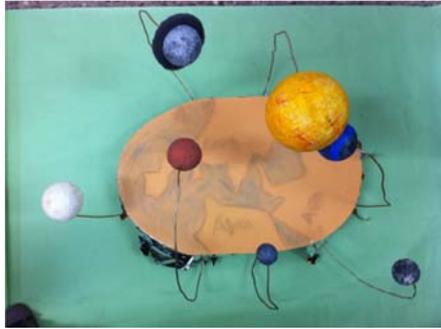
En este trabajo se estudió la teoría del geocentrismo y del heliocentrismo para entender el movimiento de los planetas. Para ello, se hizo un recorrido de una a otra a través del tiempo.

¿Qué hemos conseguido con él?

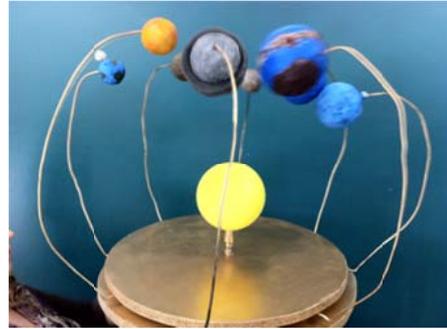
- Dar a conocer parte de la historia de las Matemáticas y de la Astronomía. Saber quiénes eran Pitágoras, los pitagóricos, Aristóteles, Ptolomeo, Nicolás Copérnico, Galileo Galilei... Sus pensamientos y teorías.
- Conocer más a fondo las teorías del Geocentrismo y del Heliocentrismo.
- Hablar de la revolución científica, viendo hasta qué punto fue importante la aportación de las Matemáticas en las ideas de Copérnico, ideas que dieron comienzo a esta revolución.
- Introducir a los alumnos dos de los tipos más importantes de cónicas que existen como son la circunferencia y la elipse.

## Matemáticas y Educación

- La construcción por parte de los alumnos de maquetas de los dos sistemas estudiados: geocentrismo y heliocentrismo (pueden verse abajo las dos imágenes respectivamente).



Sistema Geocéntrico.



Sistema Heliocéntrico.

## Instrumentos matemáticos. El cono de Apolonio

### Instrumentos matemáticos. El cono de Apolonio

María Dolores Cuzco Nieto, José Díez García, Elma Soledad Planter Ayala, Salvador Aguirre Estrada, Pablo Correa Cisneros, Francisco Javier Guerra Carrasco, José Antonio Lorenzo Sánchez, Andrián Martínez Olivares, Santiago Sánchez Pérez, David Madrid Seghíe

IES Juan Antonio Elcano  
apolonio@matemáticasformal.com

Este artículo pretende ser una de las herramientas para el estudio de las curvas cónicas, elipse, la hipérbola y la parábola en el plano. Por tanto, se recomienda que se lea en conjunto con el artículo de Apolonio sobre la construcción de estas curvas.

---

**Introducción**

La idea de este trabajo surgió al ver la película *Agria de Apolonia* a mostrar que vivía antes de la vida de esta tierra, que fue destruido y cubierto de la granada neoplatónica griega de Apolonia a comienzos del siglo V. Pero las cosas fueron en un mundo que fue más dominado por la religión y los fundamentos matemáticos y menos por la razón y la ciencia. Como los grandes filósofos de la matemática griega como la "Armonía" de Platón, "Las Curvas" de Apolonio, el libro III del "Almagesto" de Ptolomeo y otros que, junto a su padre, construyeron otras como los "Elementos" de Euclides y el libro del "Almagesto" de Ptolomeo y otros instrumentos científicos como el astrolabio y el heliógrafo.

A lo largo de la película se nos muestran algunos instrumentos astronómicos que nos permiten visualizar y entender el mundo a los antiguos griegos y desde ahora nosotros el uso de Apolonio como un instrumento para comprender el movimiento de los planetas, que hasta entonces se creía circular.

**Metodología**

Creando un video sobre lo que se está trabajando con el grupo de alumnos, realizando dibujos y realizando la información obtenida. Para la construcción del cono de Apolonio han utilizado un tubo y diversos materiales como son la vitolina o la madera.

---

**El cono de Apolonio**

Apolonio de Perge nació en el año 262 A.C. Pergea (Turquía). Está considerado como uno de los padres de las matemáticas junto con Pitágoras. Tiene un hermano llamado Teón. Sus trabajos se dedicaron a comentar en el sentido de las matemáticas de los antiguos. Las construcciones más importantes que realizó se refieren a la construcción de las cónicas. Las construcciones más importantes que realizó se refieren a la construcción de las cónicas. Las construcciones más importantes que realizó se refieren a la construcción de las cónicas.

**Cónicas**

**Circunferencia**

Es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a la misma distancia de un punto fijo llamado centro. La distancia constante es la misma radio de la circunferencia. Su ecuación general es  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ , donde  $P(x, y)$  es un punto cualquiera de la circunferencia,  $(A, B)$  el centro de la misma y  $r$  el radio. Además se cumple que  $A = -2a$ ,  $B = -2b$ ,  $C = a^2 + b^2 - r^2$ .

Se obtiene cuando el cono de Apolonio con un plano paralelo a la base.

**Construcción:** Píñese una cuerda a un punto (centro) y con el otro extremo anclado un lápiz y gírese manteniendo el mismo fijo.

**Elipse**

Es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de las distancias a dos puntos fijos llamados focos,  $F_1$  y  $F_2$ , es constante, es decir  $d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$ . La ecuación reducida de la elipse es  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ . Además se cumple que distancia entre ambos focos es constante,  $d(F_1, F_2) = 2c$ . Al segmento  $AA'$  lo llamamos eje mayor y al segmento  $BB'$  eje menor de la elipse, y cumplamos que  $a^2 = b^2 + c^2$ .

Se obtiene cuando el cono de Apolonio con un plano oblicuo respecto de la base.

**Construcción:** Píñese una cuerda a dos puntos fijos (focos), con un lápiz y se gira la cuerda en el eje.

**Parábola**

Es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto fijo llamado foco,  $F$ , y de una recta que se denomina directriz dada por  $y = -p$ . La distancia de un punto cualquiera  $P$  al foco es igual a la distancia del mismo punto a la directriz,  $d(P, F) = d(P, A)$ . La ecuación reducida de la parábola es  $x^2 = 2py$ .

Se obtiene cuando el cono de Apolonio con un plano paralelo a la generatriz del cono.

**Construcción:** Píñese una cuerda a un punto fijo (foco) y al extremo de un cordón. Deslizamos el cordón por una línea recta y dibujamos cuando la cuerda.

**Hipérbola**

Es el lugar geométrico de los puntos tal que el valor absoluto de la diferencia de las distancias a dos puntos fijos, llamados focos, se mantiene igual a  $2a$ , es decir,  $|d(P, F_1) - d(P, F_2)| = 2a$ . La distancia entre ambos focos es constante,  $d(F_1, F_2) = 2c$  y  $a, b, c$  cumplen  $c^2 = a^2 + b^2$ .

Se obtiene cuando el cono de Apolonio con un plano oblicuo el eje de simetría del cono, con un ángulo mayor que el de la generatriz respecto al eje de simetría.

**Construcción:** Reflejamos los focos  $F_1$  y  $F_2$  en el extremo de una regla situada una

**Instrumentos**

En la época de Hipatia construyeron algunos instrumentos que debido a su importancia fueron considerados esenciales, como fueron: el reloj de sol y la esfera armilar, utilizada para mostrar el movimiento aparente de los cuerpos celestes de la Tierra o el Sol, inventado por Eratóstenes alrededor del 275 a.C. el astrolabio, donde las partes que representan las esferas terrestres y la proyección astronómica del cielo viene desde una línea horizontal y las partes terrestres simulan la rotación diaria del día. También destacan por su importancia el proceso para destilar el agua (descubrimiento que la destilación es la operación de separar, mediante evaporación y condensación, los diferentes componentes de la mezcla), y el Principio de Arquímedes sobre los cuerpos flotantes. Arquímedes nació en el año 287 a.C. en el puerto marítimo de Siracusa (Sicilia, Italia), una de las ciudades más importantes entre Antigua Grecia como inventó un método para determinar el volumen de un objeto de forma irregular utilizando una corona de oro. Por último comentar que Hipatia descubrió el instrumento llamado de lazo. A continuación vemos dos ejemplos, la primera de una esfera armilar y la segunda de un astrolabio.

**Conclusiones**

En palabras de uno de los alumnos: "Este trabajo me ha servido para trabajar en grupo y aprender cosas nuevas y de muchas formas. Hemos aprendido que en el cono de Apolonio y sus curvas y sus instrumentos que se usaban en esa época. Me gustaría saber más cosas que voy a seguir leyendo y voy a seguir leyendo".

Por otro lado, los alumnos han realizado fotos de los que aparecen abajo en las que se aprecian dichas curvas en la vida real, con el fin de comprobar por ellos mismos que las curvas se encuentran donde nosotros se las suponía.

**Agradecimientos**

Este trabajo ha sido posible gracias al IES Juan Antonio Elcano, el CPD de Cartagena y la Universidad Politécnica de Cartagena.

**Referencias**

[1] <https://www.youtube.com/watch?v=Kj55102> [2] <https://www.youtube.com/watch?v=Kj55102>

Una vez que se había decidido el segundo trabajo, este tercero lo completaba a la perfección. Surgió la duda de si había alguna cónica más y se decidió a través del cono de Apolonio describir cuatro de las más importantes: circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.

Como al principio les costaba entender algunas de ellas y con el propósito de que aprendiesen que se las pueden encontrar por todas partes, se les propuso, tras enseñarles algunos ejemplos sacados de Internet, el buscarlas en los objetos cotidianos y realizar fotos. Algunas de las imágenes son las siguientes.

- Círculos:



- Elipses:



Una vez conocidas las cónicas, se procedió a buscar la manera de dibujarlas, para ello tuvieron que conocer las partes más importantes de ellas y sus propiedades. Posteriormente utilizando regla, compás, una cuerda, ventosas, arena... aprendieron a dibujarlas.

Pero quizá lo más interesante de este trabajo fue la pregunta que surgió a la hora de construir el cono de Apolonio: "Seño, ¿y cómo hacemos para dar los cortes?". Aprendieron que según uno corte el cono con un plano u otro la cónica que sale es distinta y que al final salían las cuatro que ya habían estudiado.

Vemos algunas imágenes del cono construido por ellos y las cónicas que obtuvieron al realizar los cortes:

- Cono de Apolonio:



- De izquierda a derecha: circunferencia, elipse, parábola e hipérbola:



¿Qué hemos conseguido con él?

- Conocer parte de la historia de las Matemáticas. Quién era Apolonio y qué importancia tuvieron él y su cono.
- Aprender cuatro de las cónicas más importantes: circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.
- Observar que dichas curvas se encuentran en nuestra vida cotidiana a través de la fotografía.
- Saber dibujarlas y conocer sus características más importantes.
- Conocer algunos instrumentos más de la época de Hipatia de Alejandría.

## IES Isaac Peral.

### Dentro del laberinto

Las ideas surgieron tras el visionado de la película "Dentro del Laberinto" de Jim Henson (1986) y el grupo elegido fue 2º de la ESO. De nuevo un grupo con unas características óptimas para este tipo de trabajo, formado por alumnos académicamente normales, pero muy activos. Alumnos con los que ya se había trabajado en otro tipo de actividades y que de forma voluntaria se ofrecieron a trabajar en ello.

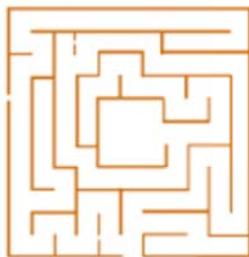
En este caso una vez realizado el visionado de la película, se propusieron una serie de actividades de profundización.

### Ejemplo de actividades:

**Actividad:** Busca qué parte de las Matemáticas estudia la Topología.

#### Clasificación de laberintos:

A laberintos que no contienen circuitos cerrados, tales como el laberinto que se muestra en el siguiente dibujo:



los topólogos los llaman "simplemente conectados". Esto equivale a decir que el laberinto no tiene muros separados.

Los laberintos con muros separados sí contienen circuitos cerrados, y se les conoce como laberintos de "conexiones múltiples"; un ejemplo es el siguiente laberinto.



**Actividad:** Según la clasificación que hemos dado a los distintos tipos de laberintos, ¿qué tipo de laberinto es el que encontramos en la película?

**Actividad:** Busca otras dos películas, donde aparezcan laberintos. Clasificalos.

Tras ellas se les planteó el tema directamente. La idea por parte del profesorado era que, acorde a su nivel, aprendiesen su historia, así como su vinculación con la literatura y el mundo de las ideas y de los símbolos. E introducir de una manera más o menos llamativa y encubierta los métodos de

resolución de laberintos, así como la teoría de grafos. Todo ello, claro está, de una forma amena y divertida.

Una vez terminadas las actividades propuestas para el aula, los profesores involucrados, se reunieron en sucesivas ocasiones para elaborar todo el contenido a trabajar por parte del alumnado. De esta manera se estudiaron los orígenes de los laberintos y su tipología. Los métodos de resolución: método de la mano derecha (recorrer la pared y cada vez que haya un cruce girar a la derecha) y búsqueda en profundidad (algoritmo que permite recorrer todos los nodos de un grafo o árbol, de manera ordenada, pero no uniforme).

Como conclusión del trabajo realizado, dos años más tarde hubo un aumento en el número de matrículas en ciencias en el instituto, y los mismos alumnos, tanto de letras como de ciencias participaron de nuevo en otro proyecto del cual hablaremos en otra ocasión.



¿Qué hemos conseguido con él?

- Conocer parte de la historia de estas construcciones, así como otro tipo de significado de la propia palabra laberinto: "metáfora de la vida, la superación y el esfuerzo como eje fundamental".
- Aprender las distintas tipologías básicas y ser capaces de clasificarlos en unicursales (clásico, romano, medieval y contemporáneo) y multicursales (de conexión simple, de conexión múltiple y tridimensionales).
- Descubrir dos de los principales métodos de resolución: método de la mano derecha y búsqueda en profundidad (DFS).
- Crear grafos a partir de la búsqueda en profundidad.

- Utilizar un programa de generador de laberintos y crear así los suyos propios.
- Saber que los laberintos no solo aparecen novelas y en video juegos sino que los métodos de resolución de laberintos son fundamentales en el desarrollo de la informática, robótica e inteligencia artificial.



**Alumna resolviendo un laberinto en papel**



**Alumnos resolviendo un laberinto en pleno campus de la ingeniería (UPCT)**

### **3 Conclusiones.**

Es muy importante motivar al alumnado para que aprecie que las Matemáticas forman parte de nuestra vida cotidiana, que no son solo un ente abstracto que no sirve nada más que para sumar restar y poco más. Para ello se propone usar la investigación científica y realizar proyectos en el aula. Es tarea del profesor transmitir el amor hacia ellas y buscar la manera de transmitirlo.

Como reflexión:

Si no mostramos entusiasmo por las Matemáticas, difícilmente podremos transmitirlo.

### **3 Agradecimientos.**

Consejería de Educación de Murcia, en particular al CPR y a la Universidad Politécnica de Cartagena.

También agradecer a los profesores del IES Juan Sebastián Elcano: María Dolores García Jiménez, Yolanda Martínez Mendoza, María Dolores Conesa Nieto, José Díaz García, Eva Aroca Cervera y Fernando Medina Vidal. Y del IES Isaac Peral: César Almarcha Olivares, Eugenio Góngora Nieto, Alberto Sánchez-Roca y José Tárraga Sánchez. Por su paciencia y trabajo al frente con los alumnos y porque sin ellos no hubiera podido llevar a cabo dichos proyectos.

Por último y con todo mi cariño a los alumnos de 2º de la ESO, ya que son ellos los principales protagonistas de todo esto. Gracias, por enseñarme tanto.

## REFERENCIAS

### Bibliografía

1. Molina Vargas, Jason; Torres Pinzón, Carlos; Restrepo Patiño, Carlos (2008). *Técnicas de Inteligencia Artificial para la solución de laberintos de estructura desconocida*. Scientia et Technica Año XIV, No 39.
2. Redal, Enrique Juan et al (2010). *Matemáticas I*. España, Ed Santillana.
3. Hernández Fernández, Isabel; Mateos Contreras, Consuelo; Núñez Valdés, Juan. (2010). *¿Perderse en un laberinto? No con las matemáticas*. Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, No 21. Pág. 69-85.

### Webgrafía

1. <http://anagarciaazcarate.wordpress.com/2013/08/20/encuentra-la-salida-el-laberinto-de-areas/>
2. <http://www.astronomia-esp.com/biografias/personajes-histoicos/hipatia>.
3. <http://dibujotecnico09.blogspot.com.es/2010/02/las-conicas-el-cono-de-apolonio.html>
4. <http://ecured.cu/index.php/Laberinto>.
5. <http://enciclopedia.us.es/index.php/Biblioteca-de-Alejandria>.
6. <http://es.wikipedia.org>
7. <http://www.exploratorium.edu/ronh/solar-system/index.html>
8. <http://www.it.uc3m.es/jvillena/irc/practicas/06-07/09.pdf>
9. <http://www.labyrinthos.net>.
10. <http://maze.askdefine.com/>
11. <http://pequenoldn.librodenotas.com/matiaventuras/1374/un-laberinto-con-19-salas>
12. <http://puzzlemaker.discoveryeducation.com/AdvMazeSetupForm.asp>
13. <http://www.webexhibits.org/calendars/year-text-Copernicus.html>