Competencia matemática de los estudiantes andaluces: un análisis multinivel de la encuesta PISA 2015

Francisco Javier Ramos[1], Ana María Lara Porras[2], David Molina Muñoz[3]

(1) Departamento de Estadística e I.O., Universidad de Granada, Campus Universitario de Fuentenueva s/n, e-mail: franramosrodriguez14@gmail.com
(2) Departamento de Estadística e I.O., Universidad de Granada, Campus Universitario de Fuentenueva s/n, e-mail: alara@ugr.es
(3) Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Campus Universitario de Ceuta s/n, e-mail: dmolinam@ugr.es

Presentado en eXIDO18 (2018)

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es identificar los factores más importantes que afectan al rendimiento en matemáticas de los estudiantes de Andalucía. Para ello, se han tomado como base los datos del estudio PISA 2015.

Para alcanzar este objetivo hemos seleccionado predictores relacionados con el alumno (género, condición de inmigrante, condición de alumno repetidor y nivel cultural y socio-económico familiar) y con la escuela (tipo de centro –público o privado–, localización –entorno rural o urbano– e índices de responsabilidad del centro en la gestión de los recursos o en el currículum y la evaluación) y hemos elaborado un modelo de regresión de dos niveles.

Los resultados del análisis indican que la mayor parte de las variables con una influencia significativa en el rendimiento en matemáticas del alumnado son características de los propios alumnos tales como, la condición de inmigrante, la condición de alumno repetidor y el género femenino (en sentido negativo) y el nivel sociocultural y económico (en sentido positivo). Y en el ámbito escolar, las variables que presentan una mayor influencia son el índice de responsabilidad del centro en el currículum y la evaluación y la titularidad pública del colegio (ambas en sentido positivo).

Palabras clave: Regresión multinivel, estudio PISA, sistemas educativos, rendimiento en matemáticas, OCDE.

INTRODUCCIÓN

¿Qué es importante que los ciudadanos sepan y puedan hacer? En respuesta a esa pregunta y a la necesidad a nivel internacional de información sobre el rendimiento de los estudiantes, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) lanzó en 2000 la encuesta trienal conocida como *Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes*, o PISA. PISA evalúa hasta qué punto los estudiantes de 15 años de edad, casi al final de su educación obligatoria, han adquirido conocimientos y habilidades clave que son esenciales para la participación plena en las sociedades modernas.

La prueba se centra en las asignaturas básicas de ciencias, lectura y matemáticas. PISA no solo determina si los estudiantes pueden reproducir sus conocimientos; también evalúa si son capaces de aplicar esos conocimientos en entornos desconocidos, tanto dentro como fuera de la escuela. Además, PISA también tiene en cuenta los conocimientos y habilidades que al alumno haya podido adquirir fuera del centro escolar, en contextos más o menos formales. Este enfoque refleja el hecho de que las economías modernas recompensan a las personas no por lo que saben, sino por lo que pueden hacer con lo que saben.

PISA es un continuo programa que ofrece ideas para las políticas educativas, y que ayuda a monitorear la adquisición de conocimientos por parte de los estudiantes en diferentes países y en diferentes subgrupos demográficos dentro de cada país. Los resultados de PISA revelan lo que es posible en la educación al mostrar lo que pueden hacer los estudiantes en los sistemas educativos de mayor rendimiento y mejoría. Por tanto, en PISA se distingue: la **orientación política** (que compara los datos sobre los resultados de los estudiantes con los antecedentes y factores clave que configuran su aprendizaje, dentro y fuera de la escuela), el **concepto de formación** (que se refiere a la capacidad de los estudiantes para aplicar conocimientos y habilidades en materias clave), el **aprendizaje continuo** (los estudiantes informan sobre su motivación para aprender, sus creencias sobre ellos mismos y sus estrategias de aprendizaje) y **la cobertura** (abarca los 35 países de la OCDE y 37 países asociados).

Los resultados permiten evaluar el conocimiento y las habilidades de los estudiantes en sus propios países en comparación con los de otros países, identificar los objetivos logrados por otros sistemas educativos y aprender de políticas educativas de otros lugares. Si bien PISA no puede identificar las relaciones de causa y efecto entre el sistema educativo y los resultados de los estudiantes, puede mostrarles a los educadores, a las autoridades y al público interesado cómo los sistemas educativos son similares y diferentes, y qué significa eso para los estudiantes.

PISA analiza en cada edición una de las tres áreas que evalúa con más detalle. El área principal en 2015 y 2006 fue la competencia científica. En 2000 y 2009 se centró en la competencia lectora y en 2003 y 2012 en la competencia en matemáticas. PISA 2015 también incluyó una evaluación de la competencia financiera.

PISA 2015 evaluó, aproximadamente, a 540000 estudiantes, los cuales representan a unos 29 millones de jóvenes de 15 años de los 72 países y economías participantes. En esta edición se utilizaron pruebas tanto en papel como en ordenador. La prueba se componía de preguntas tipo test, preguntas de respuesta corta y un cuestionario con preguntas sobre ellos mismos, sus hogares, su escuela y sus experiencias de aprendizaje. Los directores de las escuelas completaron un cuestionario con preguntas sobre el sistema escolar y el entorno de aprendizaje. Opcionalmente, en algunos países, se distribuyó un cuestionario a los padres de los alumnos y se les pidió que proporcionaran información sobre sus percepciones y participación en la escuela de sus hijos, su apoyo para aprender en el hogar y las expectativas de carrera de su hijo, particularmente en ciencias.

Nos centramos a continuación en los resultados de PISA 2015 en matemáticas. La puntuación media de cada país y cada comunidad autónoma española en la escala de matemáticas se representa en el **Gráfico 1** junto con el correspondiente intervalo de confianza al 95%. En la comparación internacional, los países con puntuaciones más altas en matemáticas son Singapur (564), Japón (532), Corea del Sur (524) y Suiza (521). España consigue una puntuación media en matemáticas de 486, 4 puntos menos que el promedio de la OCDE (490) y 7 puntos por debajo del total de la UE (493).

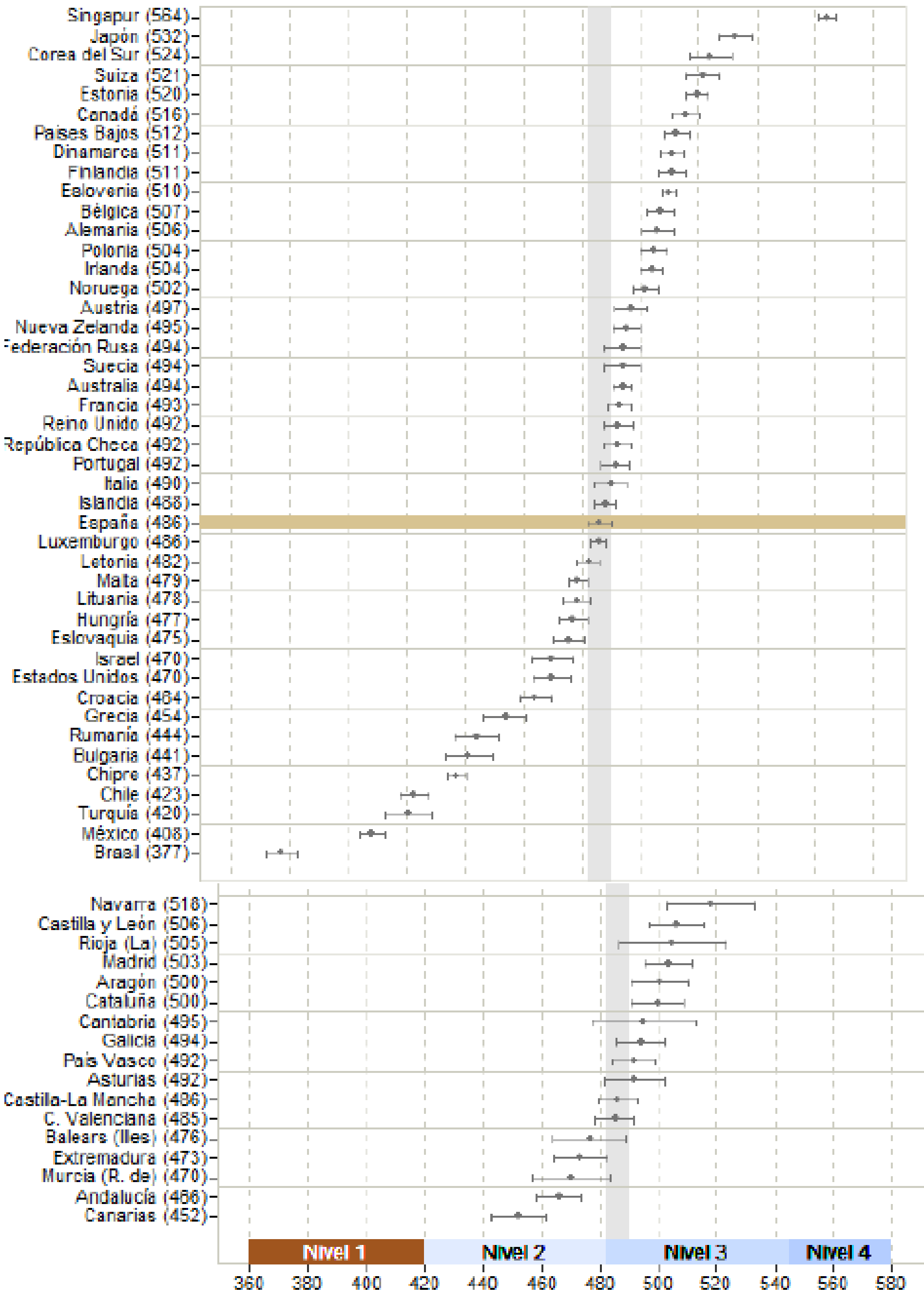

Gráfico 1. Puntuaciones medias en matemáticas e intervalo de confianza al 95% (Fuente: http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa-2015/pisa2015preliminarok.pdf?documentId=0901e72b8228b93c)

El rendimiento de los alumnos españoles oscila, con un 95% de confianza, entre los 481,6 y los 490,1 puntos. De este modo, los resultados de España no se diferencian significativamente de los de Portugal (492), Italia (490), Islandia (488), Luxemburgo (486) y Letonia (482), ya que los intervalos de confianza de estos países coinciden, al menos en parte, con el de España.

En cuanto a las comunidades autónomas españolas, las puntuaciones más elevadas en matemáticas corresponden a Navarra (518) y Castilla y León (506), cuyas puntuaciones son significativamente superiores al promedio del conjunto de los países de la OCDE (490). Las comunidades con las puntuaciones más bajas son Andalucía (466) y Canarias (452).

En función de la dificultad de los ítems que se les presentan a los alumnos se pueden distinguir distintos niveles de rendimiento. En matemáticas se han establecido seis niveles de rendimiento. En el **Gráfico 2** se observa la distribución por niveles de rendimiento en países de la OCDE y países seleccionados para este informe y de las comunidades autónomas españolas. En los países de la OCDE, el 23,4% de los alumnos de 15 años se encuentra en los niveles más bajos de rendimiento en matemáticas (niveles <1 y 1), mientras que en Singapur este porcentaje es tan solo del 7,6%. En España, un 22,2% de los alumnos no alcanza el nivel 2, porcentaje muy similar al promedio de la UE (22,1%). En Andalucía este porcentaje asciende hasta el 30%.

Entre las comunidades autónomas españolas, los menores porcentajes en los niveles inferiores de rendimiento corresponden a de Navarra (12,1%) y a Castilla y León (14,6%). Las comunidades autónomas con mayor porcentaje en los niveles inferiores son Andalucía (30%) y Canarias (36%).

Mientras que la proporción de los alumnos españoles en el área de matemáticas que se encuentran en los niveles inferiores está ligeramente por debajo del promedio de la OCDE, la de los alumnos “excelentes” (5 y 6) es 7,2%, por tanto, inferior en 3,5% al promedio de la OCDE (10,7%) y al de la UE (10,7%).

MODELOS MULTINIVEL

El uso de los modelos multinivel ha permitido en los últimos años superar las limitaciones asociadas a las metodologías que se empleaban tradicionalmente en la investigación educativa sobre el rendimiento y la eficacia escolar, un ámbito donde la estructura jerárquica multinivel que muestran los datos ciertamente justifica y alienta su uso.

En el mundo de la educación donde la naturaleza jerárquica de los sistemas educativos, los estudiantes están agrupados en cursos, los cursos en escuelas y las escuelas en provincias o comunidades autónomas y estas a su vez en países, no presenta observaciones independientes condición indispensable para realizar un modelo de regresión lineal. Esto afecta al supuesto de independencia de las observaciones y de las variables, ignorando todas esas variables de contexto que imposibilita realizar los modelos clásicos lineales.

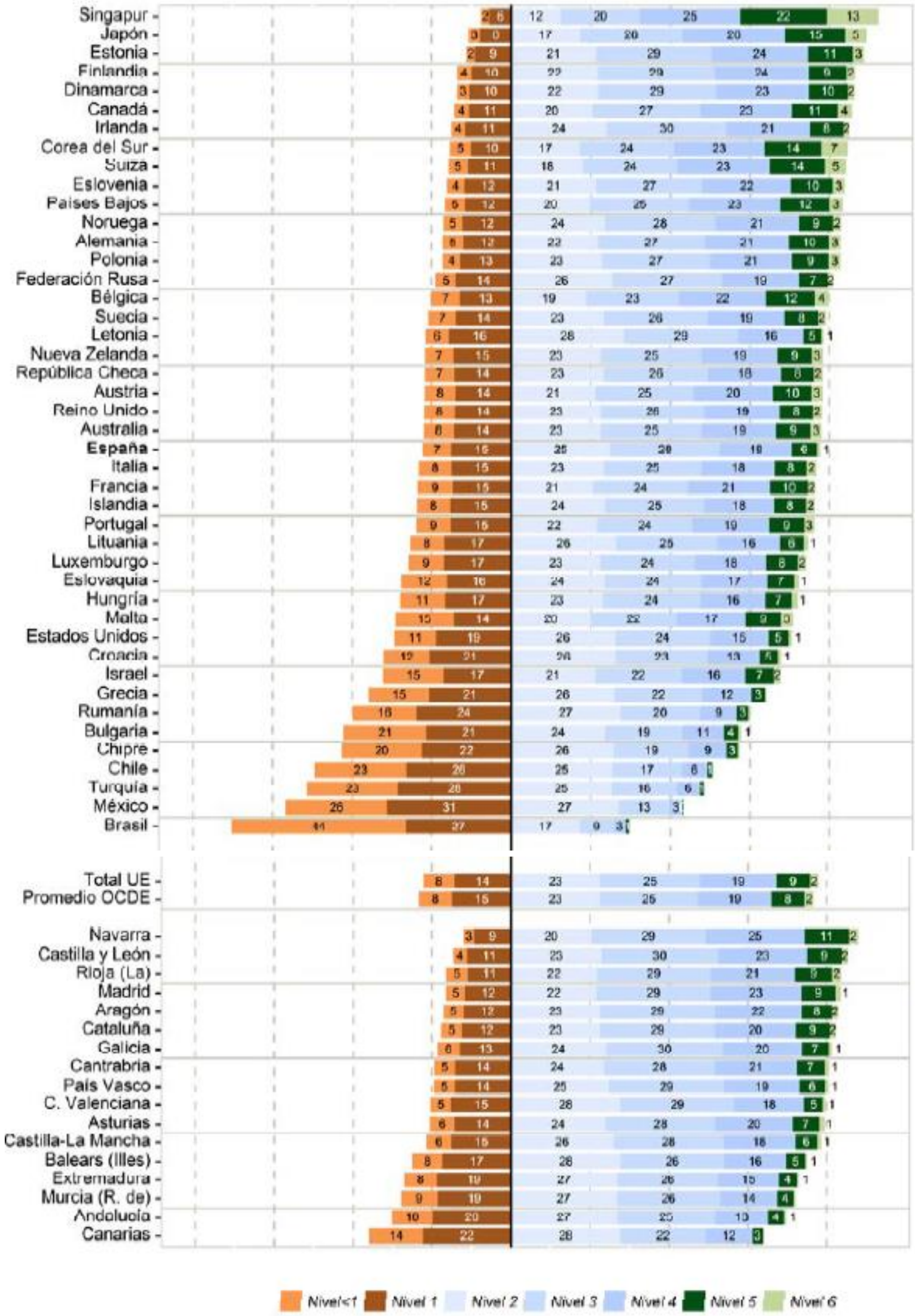

Gráfico2. Distribución de los alumnos por niveles de rendimiento. (Fuente: http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa-2015/pisa2015preliminarok.pdf?documentId=0901e72b8228b93c)

Los modelos multinivel proponen una estructura de análisis dentro de la cual se pueden reconocer los distintos niveles en que se articulan los datos, pues cada subnivel está representado por su propio modelo. Así, los modelos multinivel respetan la organización jerárquica que presentan los datos educativos de forma natural. Cada uno de estos submodelos expresa la relación entre las variables dentro de un determinado nivel y especifica cómo las variables de ese nivel influyen en las relaciones que se establecen en otros niveles, mejorando así la estimación de los efectos atribuibles a cada nivel de asociación de variables, permitiendo la descomposición de la variabilidad de la variable dependiente.

Modelo multinivel de dos etapas

Los modelos multinivel son la ampliación de los modelos estadísticos lineales clásicos, ya que tienen varios parámetros que varían en cada uno de los modelos de cada nivel. De esta forma, los del primer nivel están relacionados con uno de segundo nivel en el que los coeficientes de regresión del primer nivel se regresan en un segundo nivel de variables explicativas y así sucesivamente para los diferentes niveles.

En un modelo multinivel hay dos tipos de parámetros: los parámetros fijos y los aleatorios. Los fijos corresponden a los efectos medios en la población. Los aleatorios corresponden a las varianzas y covarianzas de todos los niveles.

Como ampliación de los modelos clásicos, los modelos multinivel ofrecen la posibilidad de poder recoger la estructura de los datos en sus distintos niveles, en este caso estudiantes e institutos, así como poder calcular con mayor precisión los efectos de cada uno de esos niveles. El modelo incluye la posibilidad de reconocer las similitudes entre los centros educativos, característica fundamental para hablar correctamente de los términos “eficacia escolar” y “calidad de la educación”.

Modelo Nulo

El modelo nulo es el más simple de todos ya que no contiene ninguna variable explicativa. Sirve más como herramienta metodológica y referencia para explicar el modelo siguiente.

En este modelo se describe el rendimiento de un estudiante cualquiera sin utilizar variables explicativas. Así, el modelo nulo para el nivel 1 es el siguiente:

$$\mathrm{Y}_{ij} = \pi_{oj} + \mathrm{e}_{ij} \tag{1}$$

donde:
Y_{ij}: Rendimiento del estudiante i en la escuela j.
π_{oj}: La media de puntuaciones en la escuela j.
e_{ij}: Efecto aleatorio.

La puntuación real de cada estudiante se obtiene al sumar el efecto aleatorio a la puntuación media de su escuela. Este efecto aleatorio es la desviación o diferencia que tiene cada persona respecto de la media del grupo del cual forma parte. Las desviaciones se distribuyen según una normal, con media cero y desviación estándar. $N(0, s^2)$.

Para el nivel 2 (escuelas) la media se puede representar:

$$\pi_{oj} = \beta_{00} + r_{0j} \qquad (2)$$

donde:
β_{00}: La media de las puntuaciones en las escuelas.
r_{0j}: Efecto aleatorio o desviación de cada escuela respecto la media general. Se distribuyen según una normal con media cero y varianza igual a la varianza entre escuelas

El modelo nulo resultante de la combinación de los modelos de los dos niveles es el siguiente:

$$\mathrm{Y}_{ij} = \beta_{00} + r_{0j} + \mathrm{e}_{ij} \qquad (3)$$

Modelo general de dos niveles

El modelo está compuesto por dos submodelos; en la investigación de datos de estudiantes dentro de escuelas tenemos el nivel 1 donde estarían todas las variables relacionadas con el alumno y el nivel 2 las variables a nivel escuela. Por lo que, en total, hay $i = 1, \ldots, n_j$ alumnos dentro de $j = 1, \ldots, J$ escuelas

En el **modelo del nivel 1** se representa la variable dependiente para el caso (alumno) *i* dentro de la unidad *j* como,

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}\beta_{2ij} + \cdots + \beta_{Qij} + e_{ij} \qquad (4)$$

$$Y_{ij} = \beta_{Oj} + \sum_{q=1}^{Q} \beta_{qj}\, X_{qji} + e_{ij} \qquad (5)$$

donde:
β_{qj} (q = 0, 1, …, Q): Coeficientes del nivel 1.
X_{qji}: Predictor del nivel 1 para el estudiante i en la escuela j;
e_{ij}: Efecto aleatorio del nivel 1.
s^2: Varianza de e_{ij}, la varianza del primer nivel. Se supone que el término aleatorio se distribuye según una normal N $(0,s^2)$.

En el **modelo del nivel 2** cada uno de los coeficientes β_{qj} se convierte en una variable dependiente.

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \gamma_{q1} W_{1j} + \gamma_{q2} W_{2j} + \cdots + \gamma_{qSq} W_{Sqj} + r_{qj} \quad (6)$$

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \sum_{S=1}^{Sq} \gamma_{qs} W_{sj} + r_{qj} \quad (7)$$

donde:
γ_{qs} (q = 0, 1, …, S_q): Coeficientes del segundo nivel.
W_{sj}: Predictor del segundo nivel.
r_{qj}: Efecto aleatorio del nivel 2.

Se supone que para cada escuela *j* del nivel 2, el vector (r_{0j}, r_{1j}, …,r_{Qj}) se distribuye de forma normal multivariante. Tienen media cero e igual varianza $\left(Var\left(r_{qj}\right) = \tau_{qq}\right)$. Y por cada par de efectos aleatorios q y q' se tiene: $Cov\left(r_{qj}, r_{q'j}\right) = \tau_{qq'}$

Los componentes de la varianza y covarianza se agrupan en una matriz de dispersión, T, cuya dimensión depende del número de coeficientes del nivel 1 especificados como aleatorios.

Los coeficientes del nivel 1 se pueden modelar en el nivel 2 de tres formas distintas:

- Coeficiente del nivel 1 fijo:

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} \quad (8)$$

- Coeficiente del nivel 1 con variación no aleatoria en las variables del nivel 2:

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \sum_{S=1}^{Sq} \gamma_{qs} W_{sj} \quad (9)$$

- Coeficiente del nivel 1 con variación aleatoria en las unidades del nivel 2:

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + r_{qj} \quad (10)$$

- Con variables del nivel 2.

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \sum_{S=1}^{Sq} \gamma_{qs} W_{sj} + r_{qj} \quad (11)$$

MUESTRA Y DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES

En la prueba PISA 2015 han participado 54 centros andaluces elegidos aleatoriamente, siendo evaluados más de 2100 estudiantes.

El objetivo de este estudio es aplicar modelos de regresión multinivel a los datos del estudio PISA 2015 sobre la competencia matemática, que ponga de manifiesto las relaciones entre grupos de variables, de modo que pueda tenerse una comprensión más profunda de los resultados obtenidos por los alumnos y, sobre todo, de sus causas.

La competencia matemática viene definida según PISA 2015 como la *“capacidad del individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y utilizar e implicarse en las matemáticas de una manera que satisfaga sus necesidades vitales como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.”*

Los datos de PISA están diseñados con el propósito de facilitar la estimación de modelos multinivel y en los informes de cada edición hay un apartado dedicado a esta técnica. Lo usual es la separación de los datos en dos niveles: los estudiantes y las escuelas. Por lo tanto, se consideran variables referidas, por un lado, a las características personales, socioculturales y académicas del estudiante, y por otro, a los centros escolares.

Los resultados publicados por PISA tanto generales como por competencia, se obtuvieron a partir de las medidas de Rasch (1980), en la cual se ordenan los Ítems según su dificultad. Luego se transforman en una escala de media 500 y desviación típica 100.

Las variables que vamos a utilizar en este estudio se muestran a continuación. Distinguimos dos tipos: variables dicotómicas (“*dummy*”) y variables de tipo continuo.

Las variables elegidas en el primer nivel corresponden a las características de los estudiantes:

- **Género**: Variable de tipo “*dummy*” (0: Hombre; 1: Mujer).
- **Condición de inmigrante**. Variable de tipo “*dummy*” (0: No; 1: Sí).
- **Repetidor**. Variable de tipo “*dummy*” (0: No; 1: Sí, uno o más cursos).
- **Estatus socioeconómico y cultural** (ESCS). Variable de tipo continuo. Índice calculado en la evaluación PISA a partir de las puntuaciones de los estudiantes en los siguientes indicadores: máximo nivel de ocupación de los padres, máximo nivel educativo de los padres e índice de posesiones en el hogar.

Las variables elegidas en el segundo nivel corresponden a las características de las escuelas:

- **Estrato** (Tipo de escuela). Variable de tipo “*dummy*” (0: Escuela privada; 1: Escuela pública).
- **Localización de la Escuela**. Variable de tipo “*dummy*” (0: Zona rural; 1: Zona urbana).

- **Índice de responsabilidad en el currículum** (RESPCUR): Variable de tipo continuo.
- **Índice de responsabilidad en los recursos** (RESPRES): Variable de tipo continuo.

En España se evaluó a una muestra de 1177 institutos, 54 de los cuales pertenecían a Andalucía. La muestra ha sido diseñada de tal forma que se puede comparar la información obtenida según la titularidad del centro (privada – pública), ubicación (rural – ciudad), índice de responsabilidad en el currículum e índice de responsabilidad en recursos del centro.

De los institutos seleccionados en la comunidad autónoma andaluza 16 e encuentran en una zona rurales y, de ellos, sólo 1 es privado. De los 38 institutos ubicados en una zona urbana, 23 son públicos y 14 privados.

PROCEDIMIENTO Y RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados obtenidos en la estimación de distintos modelos que se han aplicado, siguiendo la estructura secuencial descrita. Señalamos que hemos estimado un total de 11 modelos diferentes, con el propósito de explicar el rendimiento en la competencia matemática de los alumno/as mediante la inclusión de los distintos bloques de covariables.

Los modelos multinivel se van construyendo a partir del modelo nulo, que, como hemos dicho anteriormente, es un modelo sin variables explicativas. Este modelo constituye una herramienta metodológica, ya que se utiliza como referente para contrastar, por comparación con él, la significación de otros términos. Se puede decir que la estrategia consiste en construir un modelo que explique más varianza que el modelo nulo. Si las varianzas de este modelo no son estadísticamente distintas de cero, no tendría sentido incluir variables explicativas en el modelo en ninguno de sus dos niveles.

Una vez analizada la significatividad de los parámetros estimados en el modelo nulo, la expansión del modelo se realiza incorporando los predictores asociados a cada uno de los niveles. El modelo resultante informa de las covarianzas existentes entre las variables dependientes en los diferentes niveles, escuelas y alumnos, una vez controlado el efecto de las características individuales y familiares de los estudiantes.

El ajuste del modelo se evalúa al comparar el valor del estadístico de verosimilitud en dos modelos en los que el primero esté anidado respecto al segundo, es decir, donde el primero sea un caso particular del segundo en el sentido de poder obtenerlo al igualar a cero algunos de sus parámetros. Por este motivo, el proceso de modelización multinivel se hace respecto al modelo nulo, ya que éste siempre es un caso particular de cualquier otro modelo alternativo. Las estimaciones se han realizado con el software SPSS versión 25.

Para evaluar el efecto del factor escuela comparamos el modelo que incluye ese efecto, que hemos llamado modelo nulo (Modelo A) y el modelo que no lo incluye (Modelo B). La **Tabla 1** contiene la estimación de los parámetros asociados a los efectos fijos y aleatorios del modelo nulo y el valor del estadístico -2LogLikehodd (-2LL) asociado a ambos modelos. La diferencia entre ambos estadísticos, 69,613, se distribuye según una chi-cuadrado con 1 grado de libertad. La probabilidad de encontrar valores chi-cuadrado mayores o iguales que 69,613 es menor que 0,0005; por tanto, se rechaza la hipótesis de que el factor escuela es nulo. La utilidad más importante de este estadístico radica en la posibilidad de comparar el grado de ajuste de modelos alternativos.

Tabla 1. *Comparación de los modelos A y B*

	Parte fija	**Parte aleatoria**		**-2LL**
	Intersección	*Residuos*	*Varianza*	
Modelo A	469,587	6236,151	541,692	21085,896
Sig.	(0,000)*	(0,000)**	(0,000)**	
Modelo B	470,057	6842,503		21155,509
Sig.	(0,000)*	(0,000)**		

* test t-Student
** test Z de Wald

La **Tabla 1** muestra la estimación de la media poblacional de los 54 colegios, 469,587, que indica que en Andalucía la calificación promedio en matemáticas obtenida en las pruebas PISA 2015 es de 469,587 puntos (Sig. < 0,001).

La metodología de los modelos multinivel permite descomponer la varianza de la variable dependiente en función de los niveles considerados ($\sigma^2_{u_0} + \sigma^2_e$, en nuestro caso) y analizar la varianza entre los colegios a partir del coeficiente de correlación intraclase (CCI), el cual se representa por ρ. El CCI se interpreta como el grado de variabilidad existente entre los distintos colegios en comparación con la variabilidad existente entre los alumnos del mismo centro.

$$\rho = \frac{\sigma^2_{u_0}}{\sigma^2_{u_0} + \sigma^2_e} = \frac{541{,}692}{541{,}692 + 6236{,}151} = 0{,}0788 \qquad (12)$$

En este caso, ρ = 0,0788 lo cual indica que la diferencia del rendimiento en comprensión matemática de los estudiantes es explicada en un 7,88% por el efecto escuela. Este porcentaje de la varianza es bastante reducido, por lo que cabe atribuir las desigualdades en los resultados de los alumnos más a sus propias características que a las de los centros en los que cursan sus estudios. Un resultado similar obtuvieron Cordero, Manchón y García (2011) con la muestra de PISA 2009 para el contexto español en general.

Modelo con variables del nivel alumno

Iniciamos el proceso de construcción de los modelos multinivel incorporando secuencialmente predictores del nivel *alumno* a la parte fija y aleatoria del modelo y posteriormente las variables de nivel *escuela*.

Contrastada la existencia de diferencias significativas dentro de los centros escolares, el siguiente paso del análisis consiste en averiguar si hay alguna variable capaz de explicarlas. Aunque hemos analizado todas las variables que hemos mostrado, así como sus interacciones, nos vamos a centrar en aquellas que influyen significativamente en el rendimiento y que se presentan en la **Tabla 2**. En dicha tabla se presentan los valores del efecto de las características individuales de los estudiantes que influyen significativamente en su rendimiento.

Tabla 2. Modelos con variables relacionadas con el alumno.

Modelo		Parte fija		Parte aleatoria		-2LL
		Intersec.	*Coeficiente*	*Residuos*	*Varianza*	
Modelo 1	*Género*	475,827	-12,309	6287,733	542,920	21075.185
Sig.		(0,000)*	(0,001)*	(0,000)**	(0,000)**	
Modelo 2	*Repetidor*	511,034	-98,820	4407,288	208,206	20408.956
Sig.		(0,000)*	(0,000)*	(0,000)**	(0,002)**	
Modelo 3	*Inmigrante*	511,303	-14,735	4397,851	212,884	20405.873
Sig.		(0,000)*	(0,079)*	(0,000)**	(0,002)**	
Modelo 4	*ESCS*	518,558	12,846	4240,637	135,971	20327.322
Sig.		(0,000)*	(0,000)*	(0,000)**	(0,009)**	

* test t-Student
** test Z de Wald

Los resultados sobre el rendimiento en matemáticas de los estudiantes andaluces muestran que las alumnas obtienen un rendimiento medio 12,309 puntos (Sig. < 0,001) inferior al de los alumnos.

Al añadir la variable *Repetidor* se observa el que, una vez controlado el efecto del género, el hecho de repetir curso afecta al rendimiento. En concreto, los alumnos que han repetido algún curso académico tienen un rendimiento promedio 98,820 puntos inferior al de aquellos otros alumnos que nunca han repetido ningún curso (Sig. < 0,001).

Al introducir en el modelo la variable que representa si el alumno es inmigrante, el parámetro asociado resulta negativo y no significativo pero, tras incluir en el modelo el índice ESCS, el parámetro resulta significativo (Sig < 0,05), con un valor de -15,693, indicando que el alumno inmigrante obtiene en promedio un rendimiento de 15,693 puntos menos que el alumno que no es inmigrante.

El status socioeconómico y cultural (*ESCS*) mide diversos aspectos del entorno social y familiar de los sujetos. Dicho índice refleja la ocupación profesional y nivel educativo de los padres, así como los recursos disponibles en el hogar. El valor del coeficiente asociado a esta variable, 12,846, indica que por cada unidad que aumente el valor del *ESCS*, el rendimiento promedio en matemáticas aumenta 12,846 puntos.

Se comprueba que cuando se incluyen todos los predictores asociados al nivel alumno, la varianza inter-escuela no explicada disminuye significativamente con respecto al modelo nulo, pasando de 6236,151 a 4240,637. De la misma forma la varianza entre estudiantes pasa de ser 541,692 a 135,971, lo que indica que las variables incluidas en el nivel alumno sí contribuyen a la explicación de la varianza no explicada. La correlación intraclase en comparación con el modelo nulo presentó una disminución de 7,88% a 3,10% que indica que, del total de la varianza en el rendimiento en matemáticas, el 3,10% corresponde a la variación en el nivel alumno. El introducir variables asociadas al nivel alumno hizo que el efecto escuela se reduzca.

Modelo con variables del nivel escuela

Hemos comprobado que en el modelo aún queda sin explicar varianza entre y dentro de las escuelas, de manera que ahora se va a estudiar la reducción de ambos tipos de variabilidad introduciendo variables independientes del nivel 2 (escuela). Como en el caso del nivel 1, sólo nos vamos a centrar en aquellas que tienen un efecto relevante en el rendimiento en matemáticas.

Tabla 3. Modelos con variables a nivel escuela.

Modelo		**Parte fija**		**Parte aleatoria**		**-2LL**
		Intersec.	*Coeficiente*	*Residuos*	*Varianza*	
Modelo 5 **Sig.**	*Estrato*	484,391 (0,000)*	-19,009 (0,025)*	6220,745 (0,000)**	530,840 (0,000)**	21055,300
Modelo 6 **Sig.**	*Localización*	479,559 (0,000)*	5,150 (0,544)*	6221,185 (0,000)**	524,264 (0,000)**	21054,928
Modelo 7 **Sig.**	*RESPCUR*	477,978 (0,000)*	11,043 (0,044)*	6326,502 (0,000)**	465,963 (0,000)**	21053,125
Modelo 8 **Sig.**	*RESPRES*	509,570 (0,000)*	16,224 (0,266)*	6189,968 (0,000)**	178,858 (0,000)**	20743,545

* test t-Student
** test Z de Wald

Las diferencias observadas en el rendimiento en matemáticas de los alumnos de distintos centros podrían explicarse, al menos en parte, por las diferencias en la titularidad del centro (pública o privada). Por tanto, introducimos como primer predictor del 2º nivel la variable *Estrato*. Según los resultados de la **Tabla 3**, el parámetro asociado a este predictor es negativo y significativo. Esto indica que los alumnos de las escuelas privadas obtienen, en promedio, 19,009 puntos más que los de las escuelas públicas. También observamos como el

índice de responsabilidad en currículum (*RESPCUR*) del centro tiene un efecto significativo sobre el rendimiento en matemáticas de los estudiantes.
El CCI, ρ = 0,0280, indica que, después de controlar el efecto atribuible a los predictores del nivel 2, el 2.80% de la varianza total todavía es atribuible a diferencias entre las medias de los centros. Recuérdese que en el modelo nulo el valor del CCI era 0,0788.

Modelo combinado con las variables de nivel alumno y del nivel escuela

En esta sección estudiamos el efecto conjunto de los predictores de los dos niveles. Las **Tablas 4, 5** y **6** muestran los predictores del modelo definitivo de cada nivel y de ambos niveles.

Tabla 4. Modelo definitivo con variables del nivel alumno.

Modelo	**Parte fija**			**Parte aleatoria**		**-2LL**
Modelo 9	Intersec.	Coeficiente	Sig.	Residuos	Varianza	
Género	518,558 (0,000)*	-19,444	0,000*	4240,637 (0,000)**	135,971 (0,000)**	20327.322
Repetidor		-89,354	0,000*			
Inmigrante		-15,693	0,046*			
ESCS		12,846	0,000*			

* test t-Student
** test Z de Wald

Tabla 5. Modelo definitivo con variables del nivel escuela.

Modelo	**Parte fija**			**Parte aleatoria**		
Modelo 10	Intersec.	Coeficiente	Sig.	Residuos	Varianza	-2LL
Estrato	481,470	-8,461	0,292*	6326,261	469,552	21080,351
RESPCUR	(0,000)*	10,537	0,046*	(0,000)**	(0,000)**	

* test t-Student
** test Z de Wald

En el modelo que incorpora todos los predictores significativos asociados al nivel 1, se aprecia un aumento en la diferencia en el rendimiento entre alumnos y alumnas (pasando de -12,309 puntos a -19,444 puntos). Para el resto de predictores los valores son muy parecidos.

En el modelo definitivo del nivel escuela, cuando se introduce el predictor que describe la localización de las escuelas, la covariable *Estrato* deja de ser significativa.

Tabla 6. Modelo definitivo con variables a nivel 1 y a nivel 2.

Modelo	**Parte fija**			**Parte aleatoria**		**-2LL**
Modelo 11	Intersec.	Coeficiente	Sig.	Residuos	Varianza	
Género	514,403 (0,000)*	-19,258	0,000*	4236,372 (0,000)**	98,283 (0,000)**	20317,214
Repetidor		-89,464	0,000*			
Inmigrante		-17,059	0,038*			
ESCS		13,124	0,000*			
Estrato		12,203	0,044*			
RESPCUR		7,595	0,020*			

RESPRES	5,795	0,209*

Por último, analizamos la relación que con el rendimiento en matemáticas tienen todos los predictores en su conjunto. Para ello, incluimos los dos grupos de variables en la estimación. Según los modelos en los que incorporamos las características individuales de los estudiantes y de las escuelas, recogidos en la **Tabla 6**, se muestran significativas las variables *Género*, *Repetidor*, *Inmigrante*, *ESCS*, *Estrato* y *RESPCUR*. Señalamos el hecho de que el predictor *Estrato* cambia de signo y pasa a ser significativo cuando estudiamos conjuntamente las variables a nivel alumno y a nivel escuela y añadimos los índices *RESPCUR* y *RESPRES*. Es decir, cuando tenemos en cuenta el estatus socioeconómico y cultural (*ESCS*) y los índices de responsabilidad en currículum y de responsabilidad en los recursos de los centros, el rendimiento promedio en matemáticas en los colegios públicos es 12,203 puntos más que en los privados.

Respecto a las características individuales de los estudiantes, tiene un claro protagonismo de la condición de repetidor, que se mantiene como el factor más determinante en todos los modelos, disminuyendo el rendimiento promedio en matemáticas en 89,464 puntos. La influencia de esta variable sigue siendo negativa con un peso que disminuye en unos 9 puntos respecto al modelo en el que se incorporan las variables una a una, cuyo valor es -98,820. El siguiente predictor que alcanza valores altos es *Género*, apreciándose que el rendimiento de las alumnas es 19,258 puntos menor que el de los alumnos.

El coeficiente asociado a la variable *Inmigrante* pasa de -14,735 a -17,059. El estatus socioeconómico y cultural, (*ESCS*), presenta un efecto positivo y significativo sobre el rendimiento de 13,637 puntos (12,846 en el modelo construido exclusivamente con variables del nivel alumno). Respecto a los predictores a nivel escuela, el predictor *Estrato* tiene asociado un coeficiente de 12,203, mientras que el asociado a la variable *RESPRES* es 5,795.

Comparando los resultados del modelo 11, que incluye todas las covariables estudiadas del nivel alumno y del nivel escuela, con los del modelo nulo se puede observar que la varianza entre escuelas se redujo de 541,692 a 98,283. De la misma forma, la varianza intraescuelas disminuyó de 6326,151 a 4236,372. El efecto conjunto de las variables de nivel alumno y de nivel escuela ayuda a explicar en gran proporción las diferencias interclase e intraclase que se habían observado en el modelo nulo, ya que la disminución en la variación residual se puede considerar significativa.

Con la inclusión de los dos grupos de covariables se aprecia una disminución del CCI de 7,88% en el modelo 1 hasta 2,26% en el modelo 11. De esta forma, el efecto simultáneo que tienen los dos grupos de variables hace que la variación entre los rendimientos explicada por la varianza entre las escuelas se reduce, por lo tanto, las variaciones entre los rendimientos dependen ahora en menor medida de las diferencias observadas entre las escuelas.

La evaluación del ajuste del modelo se realiza comparando los estadísticos -2LL asociados a los modelos 10 y 11. La diferencia entre ambos valores (763,137) es estadísticamente significativa (Sig. < 0,001). Por tanto, el modelo definitivo resulta más adecuado para explicar el rendimiento en matemáticas de los estudiantes.

CONCLUSIONES

Se identificó un impacto fuerte de la variable sexo del estudiante sobre los resultados obtenidos en las pruebas de competencia matemática de PISA 2015; este efecto produce un mayor rendimiento en el alcance de logros en matemáticas para los alumnos en comparación al rendimiento logrado por las alumnas, al igual que en la gran mayoría de estudios realizados en España.

El hecho de ser repetidor supone un efecto bastante negativo con respecto a los no repetidores. La condición de inmigrante también afecta, aunque en menor medida.

Es de destacar el efecto de las escuelas públicas, una vez aislado los distintos efectos socio-económicos y culturales (ESCS, Índices de responsabilidad en el currículum y recursos), que en contra de la creencia común es positivo. Y esto a su vez ha sido posible demostrar gracias a los modelos multinivel que hace posible calcular los efectos de las distintas variables en los distintos niveles, como dar resultados más realistas ya que modelan cada nivel de jerarquía, no requieren la hipótesis de independencia entre las medidas de la variable resultado y también dan estimaciones más precisas.

Inicialmente, los resultados de la estimación del modelo nulo indican que un 7,88% de la variabilidad existente en los datos se debe a la varianza existente entre las escuelas. Al incluir todos los grupos de variables asociadas a los niveles de alumno y escuela, se logra reducir esta medida a un 2,26% y la varianza no explicada entre las escuelas se reduce considerablemente. Cabe resaltar que las variables asociadas al nivel alumno contribuyen en mucha mayor medida que las asociadas al nivel escuela.

Para mejorar el rendimiento en matemáticas se deberían crear políticas que contribuyan a reducir las diferencias económicas y sociales a los alumnos en los centros públicos; motivando al alumnado y creando políticas de igualdad para reducir la diferencia de rendimiento en matemáticas entre alumnos y alumnas.

Para lograr la calidad en la educación se requieren grandes esfuerzos de manera colectiva de toda la comunidad educativa, definiendo metas institucionales, contando con un papel activo de los directivos y con sistemas de evaluación periódica de alumnos y maestros, tal como lo muestran la mayoría de las investigaciones internacionales en esta área. Es fundamental realizar estudios de investigación educativa para todos los niveles y poder así realizar investigaciones futuras que proporcionen recomendaciones más precisas.

Fortalecer el capital humano, promover el crecimiento económico y extender las oportunidades educativas a la mayoría de la población son objetivos que se pueden lograr utilizando las recomendaciones presentadas anteriormente, que permiten mejorar la calidad de la educación en matemáticas y disminuir la inequidad en la distribución del rendimiento académico entre los estudiantes tanto en Andalucía como en España.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bickel, R. (2007). *Multilevel Analysis for Applied Research: It's Just Regression*. Guilford Press.

Blanco-Blanco, A. y López, E. (2014). *Aportaciones de los modelos jerárquico-lineales multivariados a la investigación educativa sobre el rendimiento. Un ejemplo con datos del alumnado español en PISA 2009.* Revista de educación, Julio-septiembre 2014.

Cordero, J. M., Manchón, C. y García, M. Á. (2011). *Los resultados educativos en PISA 2009 y sus condicionantes*. XX Jornadas de la Asociación de Economía de la Educación. Recuperado de: http://2011.economicsofeducation.com/malaga2011/Segundo_cordero.pdf.

Gavira, L. y Castro, M. (2005). *Modelos jerárquicos lineales*. Cuadernos de Estadística, 29. La Muralla: Madrid.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2016). *Datos y cifras. Curso escolar 2016-2017.* Recuperado de: https://www.mecd.gob.es/servicios-al-ciudadano-mecd/dms/mecd/servicios-al-ciudadano-mecd/estadisticas/educacion/indicadores-publicaciones-sintesis/datos-cifras/Datosycifras1617esp.pdf

OCDE. (2003). *Manual de análisis de datos de PISA 2003: usuarios de SPSS*. Recuperado de: http://www.mecd.gob.es/dctm/ievaluacion/internacional/pisamanualdatos.pdf?documentId=0901e72b80110555

OCDE. (2016). *PISA 2015. Resultados clave*. Recuperado de: http://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf

Rasch, G. (1980). *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Copenhagen, Danish Institute for educational research, expanded edition (1980), University Chicago Press.

Ruiz de Miguel, C., López Martín, E. y Blanco Blanco, A. (2014). *Aportaciones de los modelos jerárquico-lineales multivariados a la investigación educativa sobre el rendimiento: un ejemplo con datos del alumnado español en PISA 2009*. Revista de educación, 365, 122 - 149.

Salinas, J. y Santín, D. (2012). *Selección escolar y efectos de la inmigración sobre los resultados académicos españoles en PISA*. Revista de Educación, 358, 382 - 405.

Tristán López, A. (2008). Análisis multinivel de la calidad educativa en México ante los datos de PISA 2006. Recuperado de: http://www.inee.edu.mx/images/stories/Publicaciones/Reportes_investigacion/Multinivel/Completo/multinivelcompletoa.pdf

Zambrano, J. C. (2013). *Análisis multinivel del rendimiento escolar en matemáticas para cuarto grado de Educación Básica Primaria en Colombia*. Sociedad y Economía, 25, 205 – 236.