UNA REVISIÓN DE CONCEPTOS Y MÉTODOS PARA INVESTIGAR CON DATOS LONGITUDINALES

A REVIEW OF CONCEPTS AND METHODS FOR RESEARCH WITH LONGITUDINAL DATA

EDUARDO ESTRADA[1], PABLO F. CÁNCER[2*] Y NURIA REAL-BRIOSO[1*]

Cómo referenciar este artículo/How to reference this article:

Estrada, E. Cáncer, P. F. y Real-Brioso, N. (2025). Una revisión de conceptos y métodos para investigar con datos longitudinales [A review of Concepts and Methods for Research with Longitudinal Data]. *Acción Psicológica, 22*(1), 73–86. https://doi.org/10.5944/ap.22.1.43402

Resumen

En Psicología, entender cómo los fenómenos se influyen unos a otros y se desarrollan a lo largo del tiempo es clave para comprender sus causas, consecuencias y mecanismos subyacentes. En este artículo, presentamos una revisión de los aspectos fundamentales para investigar procesos de cambio longitudinal. Comenzamos explorando los tipos de preguntas que guían este tipo de investigaciones, diferenciando entre el interés por los resultados finales de un proceso (e.g., ¿se reducen los síntomas tras la terapia?), el propio desarrollo del fenómeno (¿cómo evolucionan las capacidades cognitivas durante la infancia?), las diferencias entre individuos (¿por qué algunas personas aprenden más rápido que otras?) y los procesos individuales de cambio (¿cómo fluctúa el afecto de un individuo a lo largo del tiempo?). Posteriormente,

Correspondence address [Dirección para correspondencia]: Eduardo Estrada, Departamento de Psicología Social y Metodología, Universidad Autónoma de Madrid, España.
Email: eduardo.estrada.rs@gmail.com

ORCID: Eduardo Estrada (https://orcid.org/0000-0003-0899-4057), Pablo F. Cáncer (https://orcid.org/0000-0001-9279-8440) y Nuria Real-Brioso (https://orcid.org/0000-0002-3890-5062).

[1] Universidad Autónoma de Madrid, España.
[2] Universidad Pontificia Comillas, Madrid, España.

Agradecimientos: Trabajo financiado por la Agencia Estatal de Investigación española (PID2023-148585NB-I00/MCIN/AEI/ 10.13039/501100011033 /FEDER, UE). NRB financiada por Ayuda FPU (FPU22/03300), Ministerio de Universidades.

Nota: * Ambos autores han contribuido por igual.

Recibido: 18 de noviembre de 2024.
Aceptado: 23 de enero de 2025.

abordamos la naturaleza dinámica de los fenómenos y sus posibles patrones de cambio, como trayectorias de crecimiento o fluctuaciones en torno a un equilibrio. También discutimos los diseños de investigación adecuados para capturar estas dinámicas. Finalmente, repasamos los principales modelos estadísticos disponibles para estudiar el funcionamiento y desarrollo de estos procesos. Esperamos que esta revisión y las referencias a la literatura proporcionadas sean de utilidad para investigadores interesados en el estudio de procesos de cambio.

Palabras clave: investigación longitudinal; cambio; medidas repetidas.

Abstract

In psychology, understanding how phenomena influence one another and develop over time is key for grasping their causes, consequences, and underlying mechanisms. In this article, we present a review of the fundamental aspects involved in investigating longitudinal processes of change. We begin by exploring the types of questions that guide such investigations, distinguishing between interest in the outcomes of a process (e.g., do symptoms decrease after therapy?), the development of the phenomenon itself (how do cognitive abilities evolve during childhood?), differences between individuals (why do some people learn faster than others?), and individual processes of change (how does an individual's affect fluctuate over time?). We then address the dynamic nature of phenomena and their potential patterns of change, such as growth trajectories or fluctuations around a stable equilibrium. We also discuss research designs appropriate for capturing these dynamics. Finally, we review the main statistical models available to study the functioning and development of these processes. We hope that this review and the references to the literature provided will be useful for researchers interested in studying processes of change.

Keywords: longitudinal research; Change; Repeated measures.

En numerosos ámbitos relacionados con la Psicología, la Educación, la Medicina, y otras Ciencias Sociales y de la Salud existe un gran interés por estudiar el cambio. De hecho, cuando realizamos cualquier acción sobre nuestro entorno, incluyendo una intervención psicológica, educativa o sanitaria, generalmente esperamos provocar algún cambio (o detener uno que ya se está produciendo). Por lo tanto, evaluar el cambio resulta fundamental para responder a preguntas de investigación de todo tipo. En este trabajo hacemos una breve revisión de métodos disponibles para evaluar el cambio, centrándonos en preguntas habituales en investigación en Psicología.

Tipos de preguntas en investigación longitudinal

Por *pregunta de investigación longitudinal* nos referimos a aquella que implica algún aspecto relacionado con el cambio y que, por tanto, para ser contestada, requiere al menos dos mediciones de la misma variable en puntos temporales distintos, generalmente tomadas en los mismos participantes. A continuación, nos detenemos en tres aspectos clave relativos a las preguntas longitudinales.

Sobre el resultado vs. sobre el proceso

Un ejemplo de pregunta *centrada en el resultado* sería ¿cuál de estos dos programas de entrenamiento genera un mayor aprendizaje? En cambio, una pregunta centrada en el proceso sería ¿cómo ha ido cambiando el conocimiento de los participantes a lo largo de las semanas que duró el programa? (Estrada et al., 2020).

Para responder a preguntas centradas en el resultado suelen ser suficientes pocas medidas repetidas: como mínimo una antes del inicio del programa (pre), y otra al final (post). En algunos contextos es habitual incluir también medidas de seguimiento, por ejemplo, a los 6 o 12 meses tras finalizar el programa. En cambio, para responder a preguntas sobre procesos sería necesario en este ejemplo contar con medidas repetidas durante el programa de entrenamiento (e.g., una medida semanal o al terminar cada sesión).

Sobre el grupo vs. sobre el individuo

Las preguntas sobre el grupo implican examinar el cambio conjunto de un grupo de casos. Para contestarlas es necesario calcular valores muestrales—que se pueden usar como estimadores de los parámetros poblacionales correspondientes. Por ejemplo, la media en cada medida repetida (¿la media de síntomas de ansiedad es menor al final de la intervención que a la mitad?), o la varianza (¿se observa la misma variabilidad en las diferencias pre-post en el grupo tratado y el control?).

Las preguntas sobre el individuo implican examinar el cambio de un caso particular, que puede formar parte de una muestra o ser el único para el que existe información (en escenarios con $n = 1$). Si los únicos datos disponibles son dos medidas pre-post para un caso, es necesario contar con información adicional para valorar el cambio observado. Por ejemplo, la diferencia individual estandarizada (*Standardized Individual Difference*, *SID*) compara la diferencia $D = X_{post} - X_{pre}$ observada para el caso i con la desviación típica de las diferencias del grupo de referencia para ese caso, $SID_i = Di / Sd_{(D)}$. Por otro lado, el índice de cambio fiable (*reliable change index, RCI*), compara el cambio con el error típico de medida del instrumento empleado, $RCI_i = D_i / Err.Tip$. Con ello, se intenta decidir si el cambio es demasiado grande como para considerarse solo una fluctuación debida errores en la medición. Después, para ambos estadísticos se establecen puntos de corte basados en la distribución de las puntuaciones para decidir cuándo un valor de SID_i o RCI_i implican un cambio fiable (Ferrer y Pardo, 2019). En caso de trabajar con $n = 1$, tanto $Sd_{(D)}$ como *Err.Tip* se pueden obtener de fuentes de información externas, como por ejemplo el manual del test que se ha utilizado para medir, o estudios previos realizados con muestras provenientes de la misma población que el caso bajo estudio. Si se trabaja con una muestra y se quieren tomar decisiones sobre casos particulares que la componen, es posible calcular $Sd_{(D)}$ y *Err.Tip* a partir de las propias puntuaciones de la muestra.

Por otro lado, si existen varias medidas repetidas para un caso, es posible realizar otros análisis, como por ejemplo valorar: (a) si el cambio en la variable sigue una determinada tendencia (no cambia, es creciente, decreciente, lineal, curvilíneo, cíclico, etc.), (b) si existe un nivel estable al que el caso tiende (i.e., puntos de equilibrio), y cuál es dicho nivel para cada caso, (c) si, en general, el caso muestra mayor o menor discrepancia en torno a su nivel esperado en cada momento (i.e., más o menos variabilidad intra-individual, ver siguiente sección). La aparición de dispositivos que permiten registrar comportamientos y estados psicológicos muchas veces al día de forma poco intrusiva ha facilitado la recolección de este tipo de datos, en los que existen muchas medidas repetidas para cada persona (ver sección sobre trayectorias estables, más adelante).

Sobre diferencias intra-indivividuales vs. inter-individuales

Al elegir un modelo estadístico para caracterizar el cambio, suele ser interesante incluir parámetros que permitan capturar uno o ambos tipos de diferencias. Matemáticamente, tanto las diferencias entre sujetos como los cambios en cada sujeto a lo largo del tiempo se estiman mediante varianzas.

Las *diferencias interindividuales* son aquellas que se observan entre distintos casos, e.g.: ¿distintos estudiantes muestran distintas velocidades de aprendizaje?, ¿existen diferencias estables en el estado de ánimo de los participantes (i.e., hay un componente de rasgo en las puntuaciones observadas)? ¿cómo de homogéneo era el nivel de comprensión lectora de los participantes al iniciar el estudio? Por el contrario, las *diferencias intraindividuales* son aquellas que se observan entre las distintas medidas repetidas de los mismos casos. Por ejemplo, si evaluamos el estado afectivo de una persona durante dos semanas, podríamos preguntarnos si su afecto negativo es relativamente estable, o por el contrario se observan grandes altibajos (o bien qué participantes son más inestables).

Existen modelos estadísticos, como por ejemplo el *Random-Intercept Cross-Lagged Panel Model* (*RI-*

CLPM, Mulder y Hamaker, 2021) que están diseñados específicamente para identificar qué parte de la variabilidad observada en las medidas repetidas de una muestra se debe a varianza interindividual (diferencias estables entre casos), y qué parte se debe a varianza intraindividual (fluctuaciones de los casos en torno a su media).

Esta distinción es muy importante no solo desde el punto de vista de las varianzas, sino también respecto a las *covarianzas* (o correlaciones) entre variables. Numerosos trabajos han mostrado que dos variables que estén correlacionadas cuando ambas se han medido una vez en distintos casos no necesariamente estarán correlacionadas si se miden repetidamente en un mismo caso. Esta es una implicación muy importante derivada de que los procesos psicológicos y sociales *no suelen ser ergódicos* (Hunter et al., 2024).

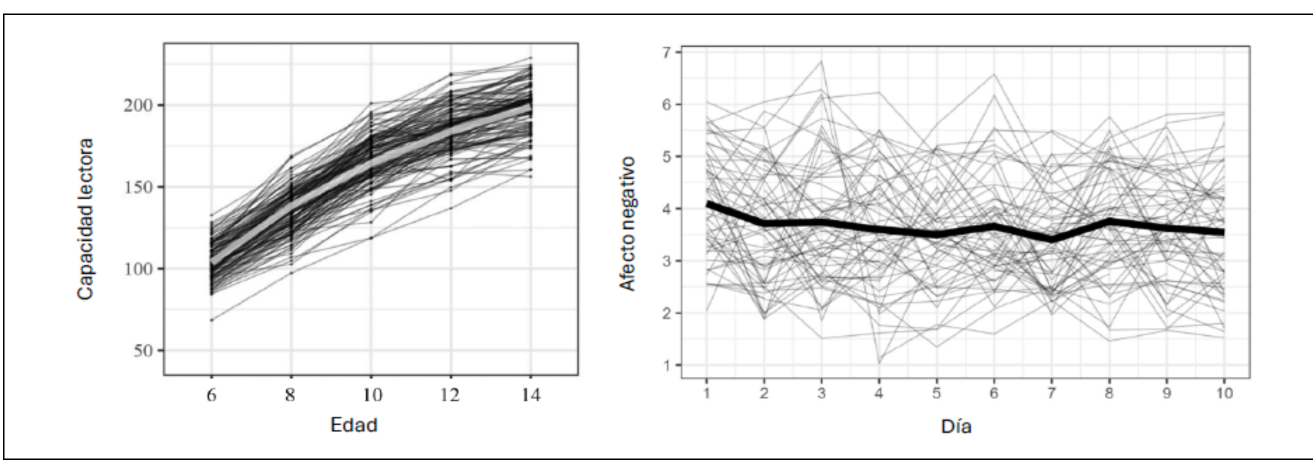
Tipos de trayectorias longitudinales y diseños de investigación relacionados

Las características del fenómeno bajo estudio determinan qué preguntas tiene sentido plantear, cómo se debe diseñar la recogida de datos, y qué herramientas estadísticas permiten contestar las preguntas. Se pueden distinguir dos grandes tipos de fenómenos longitudinales: los que siguen *trayectorias de desarrollo*, en las que existe un crecimiento o decrecimiento del fenómeno de interés, y los que siguen *trayectorias estables* en las que el nivel esperado no cambia a lo largo del tiempo, aunque se observan fluctuaciones en torno a ese nivel. La Figura 1 muestra un ejemplo de trayectorias de cada tipo.

Ejemplos típicos de *trayectorias de desarrollo* son el incremento de la capacidad lectora durante la infancia y adolescencia, o el declive de la memoria durante la vejez. Puesto que los procesos de desarrollo psicológico suelen ocurrir durante periodos largos, es habitual que sean necesarios varios años para estudiarlos. Por ejemplo, obtener las trayectorias de capacidad lectora mostradas en el panel izquierdo de la Figura 1 requiere seguir a los mismos participantes (i.e., *la misma cohorte*) durante al menos 7 años. Este tipo de estudios se suele denominar «de cohorte». También es posible comparar el cambio entre varias cohortes distintas (e.g., provenientes de distintos países o distintos centros de investigación, o de un mismo país, pero nacidas en generaciones distintas). Debido a la dificultad que entraña mantener un estudio durante tantos años, se han propuesto algunas interesantes alternativas como los diseños longitudinales acelerados, o diseños de secuencias de cohorte (*accelerated longitudinal designs, cohort-sequential designs*; Bell, 1953; Estrada y Ferrer,

Figura 1

Ejemplo de trayectorias de desarrollo (izquierda) y estables (derecha) para varios casos de una muestra. La línea gruesa indica la media grupal en cada medida repetida



2019). En estos diseños se incluyen cohortes de distintas edades, y cada una se sigue durante una fracción del rango de edad de interés. Después, se agrega la información longitudinal y transversal.

En contraste, en las *trayectorias estables* no se esperan grandes cambios en el nivel medio a lo largo del periodo analizado. Aquí, el interés suele estar en las fluctuaciones mostradas por los casos en torno a dicho nivel esperado en cada momento. Algunos ejemplos son: el afecto negativo observado en una o más personas a lo largo de varios días (panel derecho de la Figura 1), la velocidad de procesamiento a lo largo de varios ensayos en una tarea de laboratorio, o el dolor percibido por pacientes crónicos a lo largo de varios días. En estos casos, la duración del estudio es mucho menor (e.g., siete días), y se toman medidas con una frecuencia muy superior (e.g., uno o más al día). Los avances tecnológicos permiten recoger numerosas medidas repetidas cada día mediante los dispositivos móviles de los participantes (e.g., Mestdagh et al., 2023). Estas investigaciones se realizan mediante métodos de *muestreo de experiencias* (*Experience Sampling Methods*, *ESM*; Fritz et al., 2024), que suelen incluir cuestionarios sencillos que los participantes responden varias veces al día. El término ESM se suele utilizar cuando se pregunta a los participantes sobre sus sensaciones internas en ese momento (e.g., emociones, afecto, activación, dolor, etc.).

Existen otros términos relacionados con *ESM*, aunque no exactamente equivalentes. Cuando el interés está en variables de tipo biomédico (e.g., actividad física, tasa cardíaca, conductancia de la piel, etc.), se le suele llamar *evaluación ambulatoria* (*ambulatory assessment*). En contraste, cuando el énfasis está en otros datos relativos al medio en el que se encuentra la persona (e.g., geolocalización, climatología, o eventos relevantes que puedan desencadenar una conducta de interés), se le suele denominar *evaluación ecológica momentánea* (*Ecological Momentary Assessment*). Los datos obtenidos mediante estas técnicas se suelen denominar *datos longitudinales intensivos* (*Intensive Longitudinal Data*) para hacer referencia a la gran cantidad de medidas repetidas que proporciona cada caso, ya exista información para uno o más casos.

No obstante, también existen variables con trayectorias estables cuyo estudio se prolonga a lo largo de varios años, y que no fluctúan tanto como para requerir más de una o dos medidas por año. Algunos ejemplos pueden ser los rasgos de personalidad, la autoeficacia o la satisfacción con el trabajo. En estos estudios (que se suelen llamar «de panel») también se sigue a un mismo grupo de personas durante periodos relativamente largos de tiempo. Una diferencia entre estos datos y los intensivos es que los datos de panel suelen tener muchos más participantes (e.g., 100) y muchas menos medidas repetidas (e.g., cinco).

Otro aspecto importante a tener en cuenta es que ciertos fenómenos presentan *componentes cíclicos* en sus trayectorias. Esto significa que el cambio se produce de manera periódica. Es decir, se repite a intervalos regulares de tiempo (Ernst et al., 2024). Algunos ejemplos pueden ser el nivel de activación o energía a lo largo de 24h (muchas personas se sienten más activas por la mañana que por la tarde), o la motivación de los estudiantes a lo largo del curso académico (mayor al inicio del semestre, con un progresivo descenso después).

Una clasificación de modelos longitudinales

Probablemente la primera distinción que debe valorarse a la hora de elegir un modelo es si, para abordar la pregunta de interés, es necesario un modelo longitudinal dinámico o estático.

Modelos estáticos vs. dinámicos

Un *modelo longitudinal estático* expresa el estado de una o más variables en un momento concreto, y generalmente lo pone en función del tiempo. Un ejemplo sencillo es el llamado modelo de curva de crecimiento (*growth curve model*):

$$Y_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \epsilon_{i,t}, \quad [1]$$

donde $Y_{i,t}$ es el nivel en la variable Y del individuo i observado en el momento t. Por ejemplo, Y podría ser el nivel de *comprensión lectora* mostrado por los participantes, mientras que t podría ser la edad, *medida en meses*.

Dicho nivel se expresa como una función lineal del tiempo en la que β_0 y son β_1 la intersección y la pendiente, respectivamente, mientras que $\varepsilon_{ti,t}$ es el error de predicción para ese caso en ese momento. A menudo, se permite que la intersección y la pendiente sean variables aleatorias, por lo que se añade un subíndice *i* a estos dos términos para expresar diferencias entre individuos en comprensión lectora cuando $t = 0$ meses (intersección β_0) y en la tasa de cambio por cada incremento de tiempo de una unidad, que en este ejemplo sería un mes (pendiente β_1). En este modelo, la edad, *t*, sirve como predictor de la variable comprensión lectora, *Y*. Si se conoce la edad en meses, se puede conocer el estado del sistema (es decir, el nivel de la variable dependiente). Esto es diferente en un modelo dinámico, en el que el punto temporal *t* puede ser necesario, pero no suficiente, para determinar el estado del sistema (Voelkle et al., 2018).

Paradójicamente, aunque este modelo se denomine curva de crecimiento, su formulación habitual solo permite describir el cambio como una función lineal. Es decir, no permite caracterizar trayectorias curvilíneas a lo largo del tiempo. Una forma de hacerlo es añadir un término cuadrático a la ecuación y convertirla en un polinomio:

$$Y_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot t^2 + \epsilon_{i,t}, \qquad [2]$$

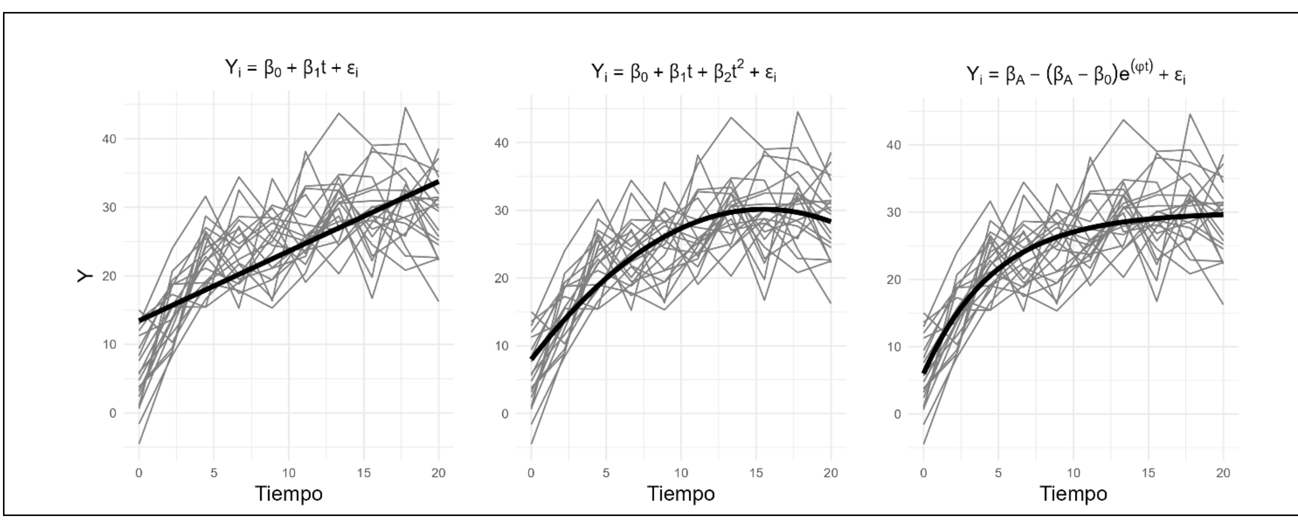
Otra posibilidad es elegir otra función para expresar la relación entre la comprensión lectora, *Y*, y la edad, *t*, como por ejemplo una función exponencial del tipo:

$$Y_{i,t} = \beta_A - (\beta_A - \beta_0) \cdot e^{\varphi \cdot t} + \epsilon_{i,t}, \qquad [3]$$

En la expresión anterior, β_0 es el nivel de *Y* cuando $t = 0$, mientras que β_A es la asíntota en *Y*, o el nivel hacia el cual la trayectoria tiende (o del cual se aleja) a medida que avanza el tiempo. La letra *e* representa la constante de Euler, y el coeficiente φ representa la tasa a la que la diferencia entre β_0 y β_A se reduce (o amplía, dependiendo del signo de φ) por cada cambio de una unidad en el tiempo *t* (para más detalles, ver Cáncer et al., 2021). Ambas ecuaciones, cuadrática y exponencial, tienen tres parámetros cada una. Sin embargo, si el objetivo es simplemente caracterizar una trayectoria curvilínea de crecimiento o decrecimiento, creemos preferible utilizar una ecuación exponencial ya que sus parámetros se pueden interpretar con mayor facilidad en términos del fenómeno bajo estudio (ver Figura 2).

Figura 2

Datos de desarrollo modelados mediante una trayectoria lineal (izda.), cuadrática (centro) y exponencial (dcha.)



En cambio, un modelo longitudinal dinámico es aquel que pone el cambio observado en las variables, para un intervalo de tiempo determinado, en función del nivel alcanzado en las propias variables. Dicho de otra forma, los cambios en el sistema son una función del pasado de dicho sistema (Voelkle et al., 2018). Un ejemplo sencillo es un modelo autorregresivo de orden 1 (AR-1):

$$Y_t = \phi \cdot Y_{t-1} + \epsilon_t, \quad [4]$$

donde Y_t es el nivel de la variable *Y* en el tiempo *t*. Por ejemplo, *Y* podría ser el nivel de ansiedad manifestado por el participante, mientras que *t* podía ser el día en el que se preguntó, donde $t = 0$ corresponde a la primera medida, recogida el mismo día para todos los casos. φ es el *coeficiente autorregresivo* que pone en relación la ansiedad un día, Y_t, con el nivel de ansiedad del día anterior (*t-1*), y εt es el error de predicción en el momento *t*. Nótese que en la ecuación anterior se define el nivel, no el cambio, en la variable *Y* para el momento *t*. Sin embargo, dicho nivel puede expresarse como el cambio ocurrido desde *t-1* hasta *t* (este cambio se expresa como ΔYt), y la ecuación anterior puede expresarse como:

$$\Delta Y_t = (\phi - 1) \cdot Y_{t-1} + \epsilon_t.$$

Un modelo longitudinal dinámico puede combinar componentes estáticos y dinámicos para describir el cambio. Estos modelos tienen varias características interesantes. La primera es que no es necesario tener una idea clara sobre cuál es la relación funcional entre el tiempo y la variable de interés. Puesto que el modelo especifica el mecanismo del cambio, y no necesariamente la forma de este, una misma ecuación o modelo puede describir trayectorias crecientes, decrecientes, estables, con cambio acelerado o decelerado, como resultado de los distintos conjuntos de valores que tomen sus parámetros (e.g., Cáncer et al., 2021). Otra característica interesante es que, si el modelo describe el cambio en más de una variable a la vez, se pueden incluir e interpretar no solo parámetros autorregresivos, sino también efectos dinámicos *cruzados* que capturan el efecto del nivel de cada variable sobre el cambio en la otra. Un ejemplo sencillo de esto es un modelo de vector autorregresivo de orden 1 (VAR-1), como el que se muestra en la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ X_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ X_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{Y,t} \\ \epsilon_{X,t} \end{bmatrix}, \quad [5]$$

que se puede reexpresar como las siguientes dos ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} Y_t &= \phi_{11} \cdot Y_{t-1} + \phi_{12} \cdot X_{t-1} + \epsilon_{Y,t}, \\ X_t &= \phi_{22} \cdot X_{t-1} + \phi_{21} \cdot Y_{t-1} + \epsilon_{X,t}, \end{aligned} \quad [6]$$

Este modelo VAR-1 constituye la extensión a dos variables, *X* e *Y*, del modelo AR-1 presentado anteriormente. Se llama VAR a cualquier modelo de este tipo que incluya 2 o más variables. Estos modelos están estrechamente emparentados con los modelos de redes psicométricas (Borsboom et al., 2021; Epskamp, 2020).

En la Ecuación 6, *Y* podría representar la *ansiedad*, mientras que *X* podría representar el *cansancio* . Ahora no existe un solo parámetro autorregresivo, sino cuatro. En el tiempo *t* (un determinado día), el nivel en cada variable es, en parte, función del nivel en ella misma en *t-1*. Estos efectos autorregresivos o auto efectos están capturados por los coeficientes φ_{11} (para *Y* o *ansiedad*), y φ_{22} (para *X* o *cansancio*). Pero, además, el nivel de cada variable también se pone en función del nivel previo de la otra variable, mediante los parámetros φ_{12} (efecto de *X* sobre *Y*) y φ_{21} (efecto de *Y* sobre *X*). Estos son los llamados pesos o efectos *cruzados* (*cross-loadings*). Su inclusión permite describir cómo es la relación dinámica entre las dos variables: ¿ambas se influyen mutuamente? ¿hay un peso cruzado que sea claramente mayor que el otro? ¿los dos procesos siguen dinámicas independientes?

Modelos en tiempo discreto vs. en tiempo continuo

Un *modelo en tiempo discreto* (DT) es aquel que contempla el paso del tiempo en incrementos que tienen siempre la misma amplitud. Por ejemplo, los modelos dinámicos descritos en el apartado anterior están basados en diferencias de tiempo constantes entre una medición y la siguiente. Es decir, independientemente de la unidad de medida usada para el tiempo (segundos, días, semanas o años), y del tiempo en el que se haga una determinada observación ($t = 2$, $t = 15$ o $t = 100$), la ecuación pone en relación el nivel en ese momento con el nivel en el momento inmediatamente anterior (*t-1* = 1, *t-1* = 14 o *t-1* = 99). Por tanto, se asume que los intervalos entre observaciones son iguales para todos los casos y todas las observaciones consecutivas de cada caso. Es importante destacar que también existen modelos dinámicos que no están especificados en tiempo discreto (ver Tabla 1).

En cambio, un *modelo en tiempo continuo* (CT) trata el tiempo como una variable continua. En consecuencia, no asume que el intervalo temporal entre dos observaciones será siempre de la misma amplitud; ni para distintos casos ni para distintas medidas repetidas de un mismo caso. En la Tabla 1, basada en la Figura 1 de Voelkle et al. (2018), mostramos una clasificación de algunos marcos de modelado estadístico habituales en función de cómo tratan el tiempo y de si son estáticos y dinámicos. En la siguiente sección explicaremos brevemente los marcos de modelado más habituales, de los mencionados en la Tabla 1.

Marcos de modelado estadístico del cambio

Modelos lineales mixtos: curvas de crecimiento

Estos modelos constituyen una extensión de la ecuación de regresión lineal «clásica». El modelo de curva de crecimiento especificado en la Ecuación 1 es un ejemplo básico de estos modelos. El nivel de la variable *Y* se expresa como una función lineal del tiempo *t*. Dos aspectos interesantes de estos modelos para analizar medidas repetidas son que permiten: (a) tener en cuenta que las medidas repetidas de un mismo caso no son independientes, y (b) capturar diferencias entre casos tanto en el nivel de la variable dependiente *Y* cuando $t = 0$ (intersección β_0) como en la tasa de cambio en *Y* por cada incremento de una unidad en el tiempo *t* (pendiente β_1). Esto permite que cada individuo *i* pueda tener su propia intersección (β_{0i}) y pendiente (β_{1i}). Es decir, la Ecuación 1 que relaciona capacidad lectora (*Y*) con edad (*t*) se puede extender a la siguiente expresión:

Tabla 1

Una clasificación de modelos longitudinales (adaptada y ampliada de Voelkle et al, 2018)

	Tiempo Discreto	**Tiempo Continuo**
Modelos estáticos	– *Modelos de ecuaciones estructurales* (SEM): por ejemplo, curva de crecimiento latente, curva de crecimiento con bases latentes (Grimm et al., 2017).	– *Modelos lineales mixtos*: esto es, regresión multinivel con la variable de interés como dependiente y el tiempo como predictor: curva de crecimiento (Hoffman, 2015).
Modelos dinámicos	– *(V)AR*: Modelos autorregresivos, tanto univariados como multivariados o "de vector" (Ernst et al., 2024). – *Modelos de redes longitudinales* (Borsboom et al., 2021; Epskamp, 2020) – *Modelos de ecuaciones estructurales (SEM) con parámetros autorregresivos*: por ejemplo, modelos de cambio latente (LCS-DT), RI-CLPM (Usami et al., 2019). – *Modelos de estado-espacio en DT* (Hunter, 2018) – *Dynamic SEM* (McNeish y Hamaker, 2020)	– *Modelos de ecuaciones diferenciales* (Mongin et al., 2024). – *Modelos de estado-espacio en CT*. – *Modelos de ecuaciones estructurales en CT* (ctSEM, Driver y Voelkle, 2018).

Nota. **DT** (Tiempo Discreto); **CT** (Tiempo continuo)

$$Y_{i,t} = \beta_{0i} + \beta_{1i} \cdot t + \epsilon_{i,t},$$

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix} \sim N\left(medias = \begin{bmatrix} \mu_0 \\ \mu_1 \end{bmatrix}, varianzas = \begin{bmatrix} \sigma_0^2 & \sigma_{0,1} \\ \sigma_{0,1} & \sigma_1^2 \end{bmatrix} \right) \quad [7]$$

Ahora la intersección y pendiente tienen un subíndice *i*, que refleja el hecho de que cada caso puede tener su propio nivel inicial y pendiente. Por lo tanto, no solo estimamos un valor para ellas, sino que para cada una asumimos una distribución de valores (habitualmente normal) con sus respectivas medias (μ_0 y μ_1) y varianzas (σ_0^2 y σ_1^2), además de la covarianza entre ellas ($\sigma_{0,1}$). Las dos medias se denominan «efectos fijos», mientras que las dos varianzas se denominan «efectos aleatorios». Estos últimos permiten cuantificar las diferencias interindividuales en las intersecciones y pendientes: cuanto más cercanas sean a cero, más homogéneos serán los casos en sus niveles iniciales y en sus pendientes, respectivamente. Estos modelos se llaman *mixtos* precisamente porque incluyen tanto efectos fijos como efectos aleatorios (Figura 3).

Modelos longitudinales de ecuaciones estructurales (Structural Equation Modeling, SEM)

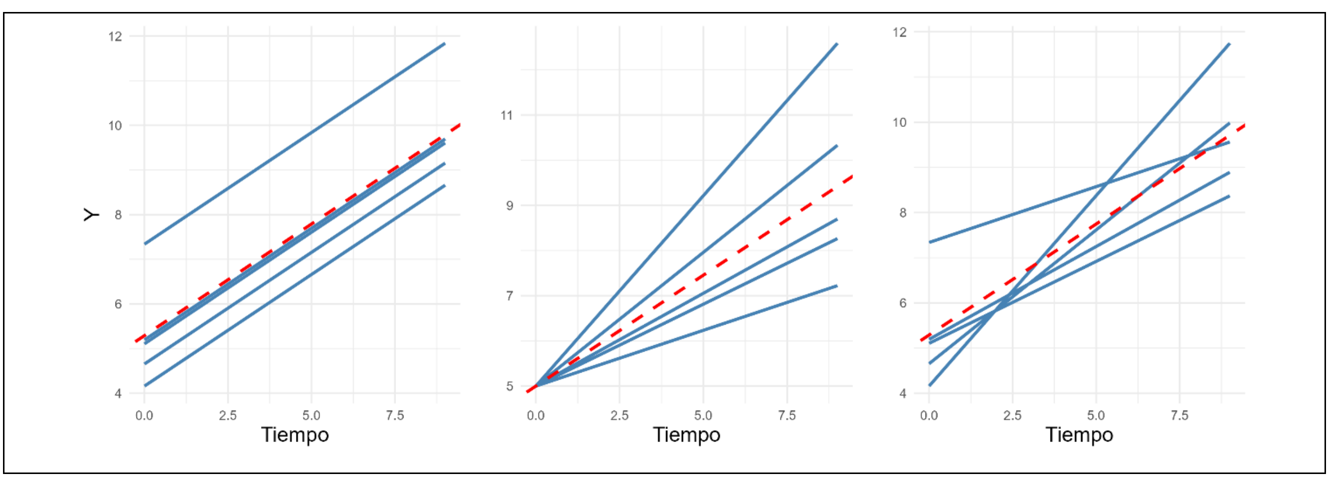
Estos modelos son enormemente versátiles y se usan tanto en investigación longitudinal como de otros tipos. Para analizar el cambio longitudinal es necesario que las medidas repetidas de los mismos casos estén recogidas en distintas columnas en la base de datos, una para cada momento (i.e., datos en «formato ancho»). Esto implica que se trata el tiempo de forma discreta.

En un modelo SEM longitudinal, es habitual incluir *variables observadas* (columnas en nuestra base de datos) y *variables latentes*. Estas últimas son variables no observadas que están vinculadas a las observadas mediante ecuaciones lineales que especifican el peso de las latentes sobre las observadas. El conjunto de parámetros que determina la relación entre las variables latente y observadas se llama «modelo de medida».

Es muy frecuente representar un SEM mediante una figura con símbolos estandarizados que se denomina *diagrama de rutas* (*path diagram*). Las variables latentes están representadas por círculos. Las variables observadas

Figura 3

Curvas de crecimiento con intersecciones aleatorias (izda.), pendientes aleatorias (centro) e intersecciones y pendientes aleatorias (dcha.). La línea roja discontinua muestra la trayectoria media

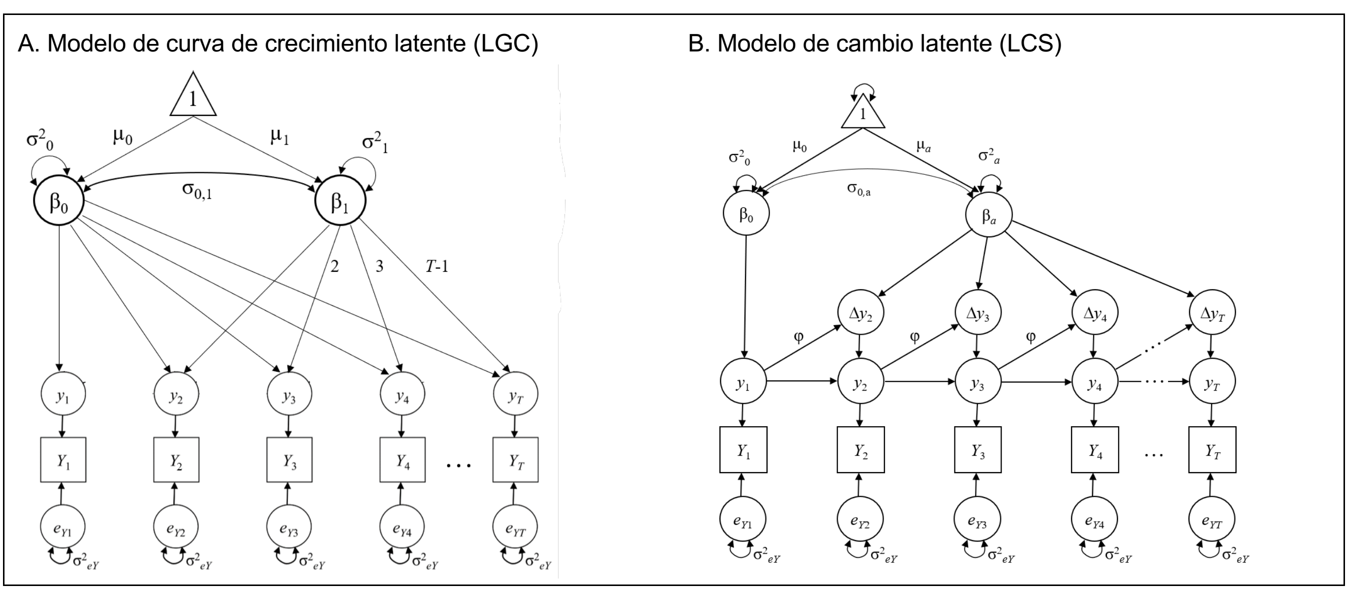


por rectángulos. Las flechas con una sola punta representan pesos de regresión (la punta señala la variable dependiente), mientras que las flechas de dos puntas representan varianzas (si van de una variable a sí misma) o covarianzas (si conectan dos variables distintas). Un triángulo representa una constante con valor 1. Se estimará una media o intersección propia (es decir, un «efecto fijo») para cualquier variable que reciba un peso desde esta constante. Los parámetros a estimar se representan mediante flechas que van acompañadas de letras, generalmente griegas. Cuando una flecha va acompañada de un número, quiere decir que el valor de ese parámetro se fija a ese número. Las flechas que no tienen letras ni números se fijan al valor 1.

El panel A de la Figura 4 representa un diagrama de rutas de un modelo SEM que es muy similar a la *curva de crecimiento* de la Ecuación 7, pero en este caso se trata de una *curva de crecimiento latente* (*Latent Growth Curve Model*, LGC). El término «latente» hace referencia a que, para cada edad *t*, se considera que las puntuaciones observadas de capacidad lectora, Y_t, son la suma de dos componentes. El primero son las puntuaciones verdaderas de capacidad lectora, que constituyen una variable no observada, y_t. El segundo son los errores de medida, e_{Yt}. En este modelo, se asume que esos errores tienen media cero, varianza σ^2_{eY}, y no correlacionan con ninguna otra variable. A menudo se asume que la varianza de los errores de medida es invariante para las distintas medidas repetidas. Esto implica asumir que la fiabilidad del instrumento no cambia con el tiempo, pero no implica asumir que un determinado caso tenga siempre un error de medida de la misma magnitud o signo. Esta partición, en cada medida repetida, de la varianza observada en dos partes (verdadera y error) es el «modelo de medida». Esta estructura se puede extender para, por ejemplo, permitir que la variable latente sea medida por varios indicadores observados en cada punto temporal, cada uno de ellos con un peso factorial que puede ser distinto. Conceptualmente, esto es equivalente a aplicar un modelo factorial confirmatorio en cada medida repetida. En este escenario, es necesario evaluar si la relación entre los indicadores observados y la variable latente es constante a lo largo del tiempo para que las puntuaciones latentes se puedan comparar a través de las distintas medidas repetidas. A esto se llama invarianza métrica *longitudinal o invarianza factorial longitudinal* (Widaman et al., 2010).

Figura 4

Ejemplos de modelos SEM longitudinales univariados



Sobre las variables latentes, que representan el nivel verdadero en cada medida repetida, se especifica un modelo de cambio, que puede ser tanto estático como dinámico. En el panel A de la Figura 4 se representa una curva de crecimiento (*modelo estático*) en la que el nivel latente en el momento *t* se debe a un nivel inicial o intersección latente y una pendiente, también latente. Igual que en la Ecuación 7, estas dos variables tienen sus respectivas medias (efectos fijos, μ_0 y μ_1) y varianzas (efectos aleatorios, σ_0^2 y σ_1^2), y pueden covariar entre ellas ($\sigma_{0,1}$). De hecho, si la varianza error se fija a cero y las ocasiones de medida son discretas y uniformemente espaciadas, ambos modelos son matemáticamente equivalentes y proporcionan los mismos resultados. Para aprender más sobre curvas de crecimiento estimadas en un marco SEM, posibles extensiones, y sus relaciones con modelos lineales mixtos, puede consultarse Grimm et al. (2017).

El panel B de la Figura 4 representa otro modelo SEM longitudinal, en este caso *dinámico*, denominado *modelo de puntuaciones de cambio latente*, o *modelo de cambio latente* (*Latent Change Score Model*, LCS). Una diferencia importante con el LGCM es que, para cada medida repetida a partir de la segunda, se crea una variable latente que recoge cualquier diferencia entre esa medida y la anterior: estos son los llamados «cambios latentes»: $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$. El mecanismo o estructura que caracteriza el cambio se especifica sobre los cambios latentes, y no los niveles latentes. El modelo permite varias especificaciones; la que representamos aquí es el llamado *LCS* «dual». Para cada punto temporal, el cambio se debe a dos influencias distintas: por un lado, el efecto del nivel alcanzado en la medida anterior, llamado *auto-efecto,* φ, y por otro lado una magnitud constante que se añade en cada medida repetida, llamado *componente aditivo*, que tiene una media (μ_a) y una varianza que recoge diferencias entre casos, (σ_a^2). Este componente a veces se llama «pendiente latente», pero no es un nombre preciso ya que el efecto del componente aditivo en *t* se va propagando a los siguientes puntos temporales a través del auto-efecto. Esta acumulación da lugar a una trayectoria exponencial similar a la descrita en la Ecuación 3 (Cáncer et al., 2021). La inclusión de un auto-efecto que pone en relación el cambio con el nivel del tiempo anterior es lo que convierte al *LCS* es un *modelo dinámico*.

Los modelos presentados en la Figura 4 son univariados: describen el cambio en una sola variable. Es posible extenderlos para incluir dos o más variables medidas repetidamente. Sin embargo, el número de parámetros a estimar aumenta considerablemente con cada nueva variable, y quizá por ello lo más frecuente es encontrar aplicaciones bivariadas (y rara vez con tres variables). La Figura 5 presenta el diagrama de rutas de un *LCS* bivariado. Para profundizar sobre modelos *LGC* bivariados puede consultarse Estrada et al. (2020).

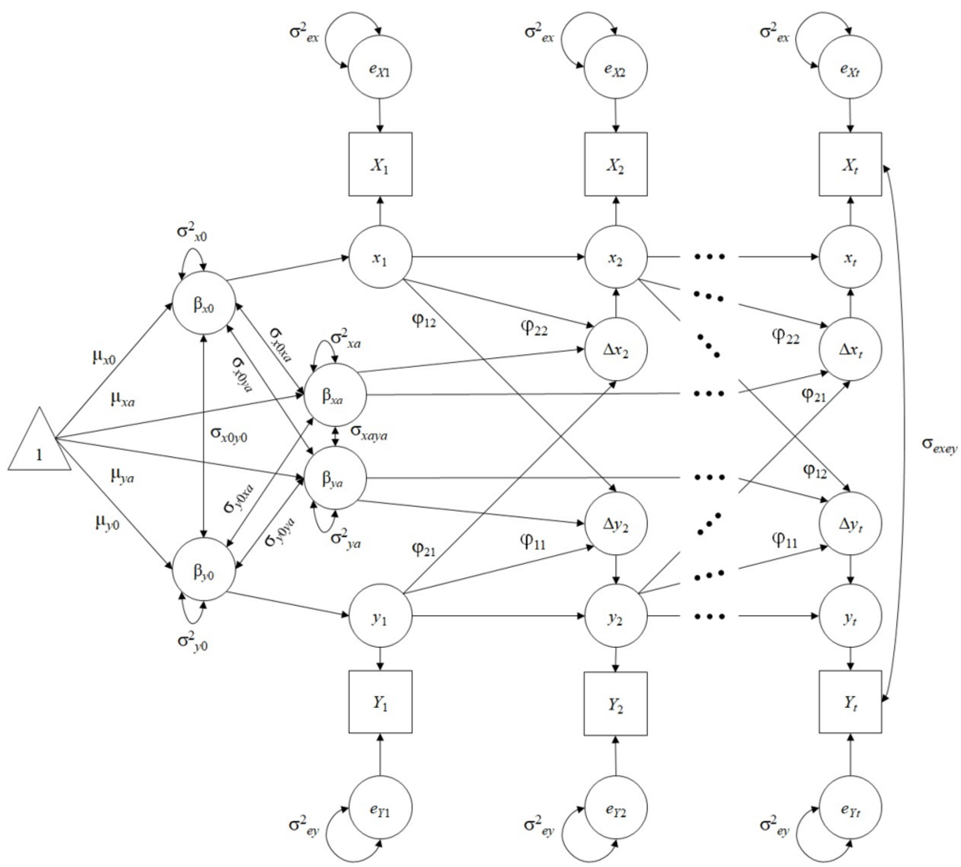
Utilizar un modelo *BLCS* permite estudiar varios aspectos del cambio de ambas variables, y su relación entre ellas: a) ¿existe correlación entre los momentos iniciales (intersecciones latentes) de ambas variables?, b) ¿entre los componentes aditivos?, c) ¿relaciones cruzadas entre intersección de una variable y componente aditivo de la otra?, d) ¿qué variable tiene un auto-efecto más fuerte?, e) ¿existen influencias cruzadas entre el nivel en una variable y el cambio posterior en la otra? Las dos últimas preguntas implican analizar la dinámica de ambas variables, y en concreto la pregunta (e) implica analizar la relación dinámica entre las variables. Para profundizar, consúltese Cáncer et al., (2021).

Tanto el *LGC* como el *LCS* se aplican a trayectorias de desarrollo porque permiten modelar cambios en el nivel a lo largo del tiempo. Existen otros modelos SEM longitudinales que están diseñados para aplicarse a trayectorias estables, tanto en datos de panel como longitudinales in-tensivos. Un ejemplo es el *random intercept cross-lagged panel model* (*RI-CLPM*), que hemos mencionado anteriormente. Puede profundizarse sobre este modelo en Mulder y Hamaker (2021). También puede consultarse la interesante revisión de Usami et al. (2019), sobre las diferencias y similitudes entre todos los modelos SEM que se pueden usar para estudiar las relaciones dinámicas entre dos variables.

 ACCIÓN PSICOLÓGICA, junio 2025, vol. 22, nº. 1, 73–86. ISSN: 2255-1271 https://doi.org/10.5944/ap.22.1.43402

Figura 5

Diagrama de rutas de un modelo LCS bivariado (BLCS)



Otros marcos de modelado dinámico con variables latentes

Los SEM del apartado anterior también pueden especificarse como *modelos de estado-espacio* (*state-space models*, *SSM*). Estos modelos utilizan ecuaciones diferenciales (si se modela en tiempo continuo) o ecuaciones de diferencia (en tiempo discreto) para caracterizar trayectorias latentes de las cuales solo se tienen observaciones en puntos temporales concretos (vinculados a la trayectoria latente mediante un modelo de medida similar al de un SEM). Puede profundizarse sobre SSM en Hunter (2018). Tienen dos ventajas importantes respecto a un SEM: (a) Son más cómodos de utilizar si existen muchas medidas repetidas, y lo más importante, (b) permiten especificar modelos de cambio en tiempo continuo para variables latentes. Esto último no es posible con SEM tradicional, si bien la reciente aparición de *SEM en tiempo continuo* lo ha hecho posible (*ctSEM*, Driver y Voelkle, 2018).

Conclusión

El uso de datos longitudinales permite observar el desarrollo y el cambio a lo largo del tiempo, lo que resulta fundamental para la comprensión de los procesos psicológicos. En este trabajo hemos revisado conceptos básicos para distinguir tipos de preguntas longitudinales, tipos de trayectorias, diseños de investigación habituales y marcos de modelado estadístico que permiten contestar a dichas preguntas. Confiamos en que, cuanto mayor sea la popularidad y comprensión de estas herramientas, la Psicología alcanzará progresivamente un mayor conocimiento del comportamiento humano.

Referencias

Bell, R. Q. (1953). Convergence: An Accelerated Longitudinal Approach. *Child Development, 24*(2), 145–152. https://doi.org/10.2307/1126345

Borsboom, D., Deserno, M. K., Rhemtulla, M., Epskamp, S., Fried, E. I., McNally, R. J., Robinaugh, D. J., Perugini, M., Dalege, J., Costantini, G., Isvoranu, A.-M., Wysocki, A. C., van Borkulo, C. D., van Bork, R. y Waldorp, L. J. (2021). Network Analysis of Multivariate Data in Psychological Science. N*ature Reviews Methods Primers,* *1*(1), 1–18. https://doi.org/10.1038/s43586-021-00055-w

Cáncer, P. F., Estrada, E., Ollero, M. J. F. y Ferrer, E. (2021). Dynamical Properties and Conceptual Interpretation of Latent Change Score Models. *Frontiers in Psychology, 12,* Artículo 696419. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.696419

Driver, C. C. y Voelkle, M. C. (2018). Hierarchical Bayesian Continuous Time Dynamic Modeling. *Psychological Methods, 23*(4), 774–799. http://dx.doi.org/10.1037/met0000168

Epskamp, S. (2020). Psychometric Network Models from Time-Series and Panel Data. *Psychometrika, 85*(1), 206–231. https://doi.org/10.1007/s11336-020-09697-3

Ernst, A. F., Albers, C. J. y Timmerman, M. E. (2024). A Comprehensive Model Framework for between-Individual Differences in Longitudinal Data. *Psychological Methods, 29*(4), 748–766. https://doi.org/10.1037/met0000585

Estrada, E. y Ferrer, E. (2019). Studying Developmental Processes in Accelerated Cohort-Sequential Designs with Discrete- and Continuous-Time Latent Change Score Models. *Psychological Methods, 24*(6), 708–734. https://doi.org/10.1037/met0000215

Estrada, E., Sbarra, D. A. y Ferrer, E. (2020). Models for Dyadic Data. En A. G. C. Wright y M. N. Hallquist (Eds.), *The Cambridge Handbook of Research Methods in Clinical Psychology* (pp. 350–368). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/9781316995808.033

Ferrer, R. y Pardo, A. (2019). Clinically Meaningful Change. *Methodology, 15*(3), 97–105. https://doi.org/10.1027/1614-2241/a000168

Fritz, J., Piccirillo, M. L., Cohen, Z. D., Frumkin, M., Kirtley, O., Moeller, J., Neubauer, A. B., Norris, L. A., Schuurman, N. K., Snippe, E. y Bringmann, L. F. (2024). So You Want to Do ESM? 10 Essential Topics for Implementing the Experience-Sampling Method. *Advances in Methods and Practices in Psychological Science, 7*(3), 1–27. https://doi.org/10.1177/25152459241267912

Grimm, K. J., Ram, N. y Estabrook, R. (2017). *Growth Modeling: Structural Equation and Multilevel Modeling Approaches*. Guilford Press.

Hoffman, L. (2015). *Longitudinal Analysis: Modeling within-Person Fluctuation and Change*. Routledge.

Hunter, M. D. (2018). State Space Modeling in an Open Source, Modular, Structural Equation Modeling Environment. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 25*(2), 307–324. https://doi.org/10.1080/10705511.2017.1369354

Hunter, M. D., Fisher, Z. F. y Geier, C. F. (2024). What Ergodicity Means for you. *Developmental Cognitive Neuroscience, 68*, 1–16. https://doi.org/10.1016/j.dcn.2024.101406

McNeish, D. y Hamaker, E. L. (2020). A Primer on Two-Level Dynamic Structural Equation Models for Intensive Longitudinal Data in Mplus. *Psychological Methods, 25*(5), 610–635. https://doi.org/10.1037/met0000250

Mestdagh, M., Verdonck, S., Piot, M., Niemeijer, K., Kilani, G., Tuerlinckx, F., Kuppens, P. y Dejonckheere, E. (2023). m-Path: An Easy-to-use and Highly Tailorable Platform for Ecological Momentary Assessment and Intervention in Behavioral Research and Clinical Practice. *Frontiers in Digital Health, 5,* Artículo 1182175. https://doi.org/10.3389/fdgth.2023.1182175

Mongin, D., Uribe, A., Cullati, S. y Courvoisier, D. S. (2024). A Tutorial on Ordinary Differential Equations in Behavioral Science: What does Physics Teach us? *Psychological Methods, 29*(5), 980–1002. https://doi.org/10.1037/met0000517

Mulder, J. D. y Hamaker, E. L. (2021). Three Extensions of the Random Intercept Cross-Lagged Panel Model. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 28*(4), 638–648. https://doi.org/10.1080/10705511.2020.1784738

Usami, S., Murayama, K. y Hamaker, E. L. (2019). A Unified Framework of Longitudinal Models to Examine Reciprocal Relations. *Psychological Methods, 24*(5), 637–657. https://doi.org/10.1037/met0000210

Voelkle, M. C., Gische, C., Driver, C. C. y Lindenberger, U. (2018). The Role of Time in the Quest for Understanding Psychological Mechanisms. *Multivariate Behavioral Research, 53*(6), 782–805. https://doi.org/10.1080/00273171.2018.1496813

Widaman, K. F., Ferrer, E. y Conger, R. D. (2010). Factorial Invariance Within Longitudinal Structural Equation Models: Measuring the Same Construct Across Time. *Child Development Perspectives, 4*(1), 10–18. https://doi.org/10.1111/j.1750-8606.2009.00110.x