



APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE APROXIMAÇÃO LOCAL E ELEMENTOS FINITOS À PREVISÃO DE TENSÕES-DEFORMAÇÕES EM PROVETES ENTALHADOS DE AlCu4,5Mn

J. PINHO-DA-CRUZ, F. TEIXEIRA-DIAS, P. S. FERREIRA

Universidade de Aveiro, Departamento de Engenharia Mecânica
Campus de Santiago, 3810-193 Aveiro, Portugal

(Recibido 1 de abril de 2004, para publicación 10 de enero de 2005)

Resumo – Neste trabalho investigaram-se as previsões de tensão e deformação cíclicas por Elementos Finitos e métodos de Aproximação Local em provetes entalhados de AlCu4,5Mn. Os factores de concentração de tensões foram determinados, para três tipos diferentes de provete, e comparados com os disponíveis na literatura. Os valores médios e as gamas de tensão e deformação elastoplásticas foram obtidos, para vários carregamentos nominais de tracção de um dos provetes, através da modelação numérica não-linear por Elementos Finitos. Os resultados obtidos são comparados e discutidos.

Palabras clave – Iniciação de fadiga, previsão de vida, método da aproximação local, método dos elementos finitos, ligas de alumínio.

1. INTRODUÇÃO

A existência de descontinuidades estruturais (entalhes) em componentes mecânicos induz o aparecimento de deformações plásticas localizadas que, na presença de carregamentos cíclicos, podem levar à iniciação de fendas de fadiga e, conseqüentemente, ao colapso estrutural. Assim, é imperativo proceder a uma caracterização precisa das tensões e deformações cíclicas locais de um componente entalhado. Esta tarefa é usualmente elaborada por análises elastoplásticas não-lineares de Elementos Finitos ou por métodos de Aproximação Local, tais como a regra de Neuber [1] ou o método de Molski-Glinka [2]. Por outro lado, os programas comerciais de Elementos Finitos dispõem geralmente apenas de leis de encruamento cinemático ou isotrópico. Estas dão origem a resultados que, embora sejam idênticos para carregamentos monótonos ou proporcionais, podem diferir substancialmente em situações de reversão de carga ou de carregamento não-proporcional. Deste modo, algumas dificuldades podem surgir aquando da utilização destes programas na modelação de estados de tensão-deformação elastoplásticos em entalhes, pelo que, conseqüentemente, o estudo destes assuntos é relevante. Neste contexto, os principais objectivos deste trabalho consistem em (i) determinar os factores de concentração de tensões de três tipos de provete entalhado com base em análises elásticas por Elementos Finitos e (ii) determinar, de modo a comparar as referidas metodologias, os valores médios e as gamas locais de tensão e deformação elastoplásticas para vários carregamentos nominais de um dos tipos de provete, com base nos métodos da Aproximação Local e dos Elementos Finitos, considerando, neste último, quer leis de encruamento cinemático ou isotrópico quer a existência de um estado plano de tensão ou de deformação no entalhe.

2. METODOLOGIAS DE PREVISÃO

2.1. O Método da Aproximação Local

De um modo geral o efeito de concentração de tensões na raiz de um entalhe leva a que, nesta zona, ocorra deformação plástica, sendo a iniciação de fendas governada pelo comportamento do material desta região. Assim, as metodologias habitualmente utilizadas na previsão da vida de iniciação de fendas a

partir de entalhes baseiam-se na hipótese de que são os valores locais da tensão e da deformação que controlam os mecanismos de iniciação de uma fenda. Este conceito constitui a base do denominado método da Aproximação Local [3]. Este método fundamenta-se na hipótese de que a vida de iniciação de uma fenda na região crítica do componente pode ser relacionada com a vida de fadiga de provetes não-entalhados ensaiados em condições de controlo de deformação, através do conhecimento dos valores locais da tensão e da deformação. Deste modo, esta metodologia consiste fundamentalmente em estimar os valores locais de tensão e de deformação considerando o efeito combinado da geometria do entalhe, da tensão remotamente aplicada e da resposta elastoplástica do material, e com base nestes valores determinar vida de iniciação de fadiga através da curva de deformação-vida, tendo geralmente em conta o valor da tensão média local. Vários métodos analíticos aproximativos têm sido preferencialmente utilizados, visando relacionar, através de equações matemáticas simplificadas, as tensões e deformações elastoplásticas locais, em geral da raiz do entalhe, com as tensões e deformações nominais. Seeger *et al.* [4] apresentam uma síntese de alguns desses métodos.

Usualmente os valores locais das grandezas elastoplásticas (tensão σ e deformação ε) relacionam-se com os nominais (tensão S e deformação e) através dos factores locais de concentração de tensões K_σ e de deformações K_ε , definidos pelas expressões

$$K_\sigma = \frac{\sigma}{S} \quad (1)$$

e

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{e} \quad (2)$$

No início da década de 50, Stowell [5], Hardrath e Ohman [6] iniciaram os estudos relativos à concentração de tensões no domínio elastoplástico. Posteriormente, ao analisar um entalhe de determinada geometria e aplicando-lhe uma solicitação monótona, Neuber [1] verificou, após a plastificação localizada no entalhe, a ocorrência de uma diminuição do factor K_σ e um aumento do factor K_ε . Sugeriu então que, durante a localização da deformação plástica, o valor de K_t devesse permanecer igual à média geométrica de K_σ e K_ε , o que é usualmente apresentado na seguinte forma:

$$K_t^2 = K_\sigma \cdot K_\varepsilon \quad (3)$$

Mais tarde, Topper *et al.* [7] estenderam a regra de Neuber aos casos de solicitação cíclica considerando as gamas locais e nominais de tensão

$$K_\sigma = \frac{\Delta\sigma}{\Delta S} \quad (4)$$

e de deformação

$$K_\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta e} \quad (5)$$

Posteriormente, Molski e Glinka [2] propuseram uma regra alternativa, conhecida também por método da Densidade de Energia da Deformação Equivalente. Este método baseia-se no facto de, junto da extremidade do entalhe em que ocorre deformação plástica localizada, a densidade de energia de deformação, W_σ , poder ser determinada através da distribuição teórica das tensões elásticas. Molski-Glinka consideram que, num regime elástico de tensão monótona uniaxial, a relação existente entre a densidade de energia de deformação local, W_σ , e a densidade de energia de deformação nominal, W_s ,

$$K_t^2 = \frac{W_\sigma}{W_s} \quad (6)$$

se mantém válida no caso de se verificar deformação plástica, desde que esta ocorra apenas localmente.

Deste modo, a energia absorvida com a localização da deformação plástica é controlada pelo compor-

tamento linear elástico do material circundante, podendo, nestas condições, W_σ ser obtida da seguinte forma:

$$W_\sigma = \int_0^\varepsilon \sigma \, d\varepsilon \quad (7)$$

No caso de ocorrer plastificação na raiz do entalhe, a determinação das tensões e das deformações locais elastoplásticas é geralmente feita recorrendo a uma curva não-linear de tensão-deformação do material que represente os ciclos de histerese, estando esta última usualmente associada à equação da curva cíclica estabilizada de Ramberg-Osgood [8]

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2\left(\frac{\Delta\sigma}{2k'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (8)$$

em que k' e n' correspondem, respectivamente, ao coeficiente e ao expoente de endurecimento cíclico.

Em situações de carregamento monótono em que haja reversão de deformação utiliza-se, geralmente, o efeito de Bauschinger [9] para descrever a diferença existente entre os valores absolutos das tensões de tracção e de compressão a que se verifica a cedência. Com base neste efeito, Masing [10] propôs a hipótese de que ambos os ramos de um ciclo de histerese são geometricamente semelhantes à ampliação, por um factor de dois, da curva monótona de tensão-deformação. Halford e Morrow [11] mostraram que a consideração da curva cíclica na regra proposta por Neuber conduzia a resultados bastante precisos, pelo que, posteriormente, a curva cíclica substituiu a monótona na representação dos ramos de ciclos de histerese. Assim, diz-se que um material apresenta um comportamento do tipo Masing quando os ramos dos ciclos de histerese que lhe estão associados podem ser descritos com base na ampliação, por um factor de dois, da sua curva cíclica de tensão-deformação. Neste contexto, considerando as equações (3), (4), (5) e (8), para um regime elastoplástico localizado, obtém-se, de acordo com a regra de Neuber, a expressão

$$K_t^2 \frac{\Delta S^2}{4E} = \frac{\Delta\sigma^2}{4E} + \frac{\Delta\sigma}{2} \left(\frac{\Delta\sigma}{2k'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (9)$$

em que k' é o coeficiente de endurecimento cíclico e n' é o expoente de endurecimento cíclico. Por outro lado, com base no método de Molski-Glinka, tomando em consideração as equações (6), (7) e (8) obtém-se, para um regime elastoplástico localizado, a expressão

$$K_t^2 \frac{\Delta S^2}{4E} = \frac{\Delta\sigma^2}{4E} + \frac{\Delta\sigma}{n'+1} \left(\frac{\Delta\sigma}{2k'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (10)$$

Por outro lado, na presença de solicitações nominais de amplitude constante com uma tensão média não-nula ($S_m \neq 0$) é necessário estimar a tensão média na raiz do entalhe, σ_m . Pressupondo que o material possui um comportamento estável, *i.e.* que as curvas de tensão-deformação monótona e cíclica coincidem, então a tensão máxima na extremidade do entalhe, $\sigma_{m\acute{a}x}$, corresponde, considerando mais uma vez uma relação do tipo Ramberg-Osgood, a

$$\varepsilon_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{E} + \left(\frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{k'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (11)$$

A substituição da relação (11) nas equações (1), (2) e (3), referentes ao método de Neuber, e nas equações (6) e (7), relativas ao método de Molski-Glinka, resulta, respectivamente, em

$$K_t^2 S_{m\acute{a}x}^2 = \sigma_{m\acute{a}x}^2 + \sigma_{m\acute{a}x} E \left(\frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{k'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (12)$$

e

$$K_t^2 S_{máx}^2 = \sigma_{máx}^2 + \frac{\sigma_{máx} 2E}{n'+1} \left(\frac{\sigma_{máx}}{k'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (13)$$

O valor da tensão média local no final do primeiro ciclo completo de carga pode ser calculado, com base nos valores de $\sigma_{máx}$ e $\Delta\sigma$, através da expressão

$$\sigma_m = \sigma_{máx} - \frac{\Delta\sigma}{2} \quad (14)$$

Por fim, após a obtenção dos valores da gama de deformação local, $\Delta\varepsilon$, e da tensão média, σ_m , o número de ciclos de iniciação de fadiga, N_i , pode ser determinado com base na expressão de Coffin-Manson [12,13] modificada por Morrow [14], de forma a considerar o efeito da tensão média:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} (2N_i)^b + \varepsilon'_f (2N_i)^c \quad (15)$$

em que σ'_f e ε'_f são os coeficientes de resistência e ductilidade cíclicas, respectivamente, e b e c são os expoentes de resistência e ductilidade cíclicas, respectivamente.

Até ao momento considerou-se apenas a existência de um estado uniaxial de tensão na raiz do entalhe. Porém, convém referir que, por vezes, o comprimento ou espessura do entalhe pode ser bastante superior ao valor do raio de curvatura, r_c , na raiz do entalhe. Neste caso estamos perante a existência de um estado plano de deformação na raiz do entalhe, verificando-se a necessidade de obter expressões equivalentes quer para a curva cíclica quer para a curva de deformação-vida, aquando da aplicação do método da Aproximação Local. Assim, para a curva cíclica, em geral utiliza-se a seguinte expressão de Ramberg-Osgood

$$\frac{\Delta\varepsilon_1}{2} = \frac{\Delta\sigma_1}{2E_1} + \left(\frac{\Delta\sigma_1}{2k'_1} \right)^{\frac{1}{n'_1}} \quad (16)$$

que relaciona as amplitudes da deformação principal, $\Delta\varepsilon_1/2$, e da tensão principal, $\Delta\sigma_1/2$. Os parâmetros E_1 , k'_1 e n'_1 correspondem, respectivamente, ao módulo de elasticidade longitudinal e ao coeficiente e expoente de endurecimento cíclico para o caso do comportamento do material num estado plano de deformação. De acordo com Dowling *et al.* [15], a curva cíclica associada a um estado uniaxial de tensão pode ser adaptada para um estado plano de deformação com base na consideração das seguintes relações:

$$E_1 = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (17)$$

$$\frac{\Delta\sigma_1}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2} \frac{1}{\sqrt{1-\mu+\mu^2}} \quad (18)$$

$$\frac{\Delta\varepsilon_1}{2} = \frac{\Delta\varepsilon}{2} \frac{(1-\mu^2)}{\sqrt{1-\mu+\mu^2}} \quad (19)$$

e

$$\mu = \frac{\nu + \frac{E\Delta\varepsilon_p}{2\Delta\sigma}}{1 + \frac{E\Delta\varepsilon_p}{\Delta\sigma}} \quad (20)$$

em que μ representa o coeficiente generalizado de Poisson, ν o coeficiente de Poisson e $\Delta\varepsilon_p$ a gama de deformação plástica.

De igual modo, há que adaptar a curva uniaxial de deformação-vida para um estado plano de deformação. De acordo com Dowling [16], a transformação da equação (15) para um estado plano de deformação corresponde a

$$\frac{\Delta\varepsilon_1}{2} = \frac{\frac{\sigma'_f}{\sqrt{1-\mu+\mu^2}} - \sigma_{1m}}{\frac{E}{1-\nu\mu}} (2N_i)^b + \varepsilon'_f \frac{1-0,5\mu}{\sqrt{1-\mu+\mu^2}} (2N_i)^c \quad (21)$$

em que σ_{1m} é a tensão principal média.

2.2. O Método dos Elementos Finitos

O método dos Elementos Finitos é, sem dúvida, uma das técnicas numéricas mais robustas e versáteis que são utilizadas, hoje em dia, em engenharia. A capacidade actual dos computadores permite a consideração de aspectos fundamentais na modelação numérica, tais como a complexidade geométrica, a não-linearidade das propriedades dos materiais, as grandes deformações, etc. Assim, em aplicações estruturais, este método numérico permite determinar a resposta de uma estrutura de forma arbitrária para diversos tipos de carregamento e condições de fronteira. Tal como foi já referido, no caso particular de estruturas entalhadas existe uma descontinuidade geométrica que provoca uma intensificação dos níveis locais de tensão e deformação. Este facto deve, portanto, ser tomado em consideração aquando da análise da vida de fadiga das referidas estruturas. Por outro lado, as não-linearidades associadas ao entalhe, seja em termos geométricos seja em termos de comportamento do material, condicionam a distribuição das tensões e deformações locais, em especial na proximidade das descontinuidades associadas ao referido entalhe. Assim, com o intuito de considerar a influência destes factores nos valores locais de tensão e deformação procedeu-se à modelação numérica do comportamento de provetes entalhados utilizando o método dos Elementos Finitos através do uso do programa comercial Cosmos/M [17]. Este código, tal como a maioria dos códigos comerciais de Elementos Finitos, permite apenas optar entre leis de encruamento cinemático ou isotrópico. A diferença entre estes dois tipos de lei de encruamento reside no facto de, após a reversão da carga aplicada, no encruamento isotrópico a cedência ocorrer para uma variação de tensão correspondente ao dobro do valor da tensão de início de reversão, enquanto que no encruamento cinemático a cedência ocorre para uma variação de tensão correspondente ao dobro da tensão de cedência [16]. Assim, ao contrário do encruamento isotrópico, o encruamento cinemático simula o efeito de Bauschinger [9], estando, deste modo, associado a um comportamento do tipo Masing.

3. MATERIAL

Na aplicação de ambas as metodologias de previsão considerou-se a liga de alumínio AlCu4,5Mn com tratamento térmico T6. É uma das ligas termicamente tratadas mais utilizadas devido ao facto de apresentar uma elevada resistência conjugada com uma excelente maquinabilidade, sendo usualmente aplicada na indústria aeroespacial, em que a resistência específica é um factor crítico. A composição química e as principais propriedades mecânicas desta liga, que apresenta um comportamento do tipo Masing, encontram-se apresentadas nas Tabelas 1 e 2, respectivamente.

Tabela 1. Composição química da liga AlCu4,5Mn (% em peso) [18].

Elem.	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti
(%)	0,85	1,0	4,5	0,80	0,50	<0,10	<0,25	<0,15

Tabela 2. Principais propriedades mecânicas da liga AlCu4,5Mn com tratamento térmico T6 [18].

Tensão de cedência, σ_c [MPa]	463
Tensão de ruptura, σ_r [MPa]	511
Módulo de Young, E [GPa]	69,05
Coefficiente de Poisson, ν [-]	0,33
Coefficiente de endurecimento cíclico, k' [MPa]	704
Expoente de endurecimento cíclico, n' [-]	0,072
Coefficiente de resistência cíclica, σ'_f [MPa]	776
Expoente de resistência cíclica, b [-]	-0,091
Coefficiente de ductilidade cíclica, ϵ'_f [%]	26,9
Expoente de ductilidade cíclica, c [-]	-0,742

4. MODELAÇÃO NUMÉRICA POR ELEMENTOS FINITOS

De forma a considerar a influência da descontinuidade geométrica nos valores locais de tensão e deformação modelou-se numericamente o comportamento de três tipos de provete entalhado, conforme ilustrado na Fig. 1. Procedeu-se, em primeiro lugar, à determinação dos factores de concentração de tensões, K_t , através de uma análise no domínio elástico e, por fim, obtiveram-se os valores de tensão, σ , e deformação, ϵ , locais a partir de uma análise no domínio elastoplástico.

Com o intuito de determinar os factores de concentração de tensões, K_t , efectuaram-se análises utilizando elementos isoparamétricos quadrangulares planos de oito nós, para as malhas dos provetes 1 e 2, e axissimétricos de oito nós, para o provete 3, seguindo um esquema de integração completa (3×3) e considerando um material isotrópico e homogéneo com uma lei de comportamento elástica linear. A modelação dos provetes foi efectuada com malhas compatíveis bidimensionais de elementos finitos obtidas através de um estudo de convergência das soluções, *i.e.* de refinamento de malha com base na variação relativa da tensão axial máxima local em função do número de graus de liberdade do modelo [19], para carregamentos axiais monotonaemente aplicados. Dado que as geometrias e os carregamentos dos provetes 1 e 3 apresentarem simetria quer longitudinal quer transversal, apenas um quarto da secção

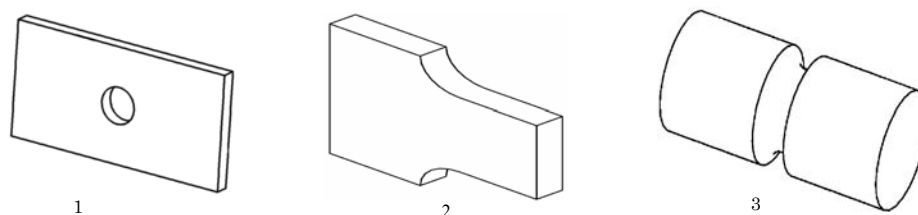


Fig. 1. Tipos de provete analisados.

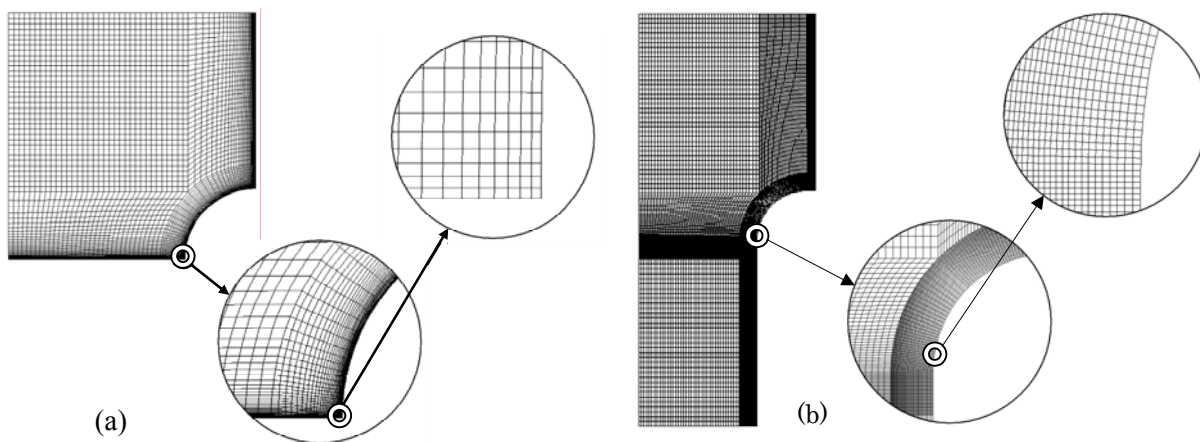


Fig. 2. Tipos de malha de Elementos Finitos utilizadas para os provetes (a) 1 e 3, e (b) 2.

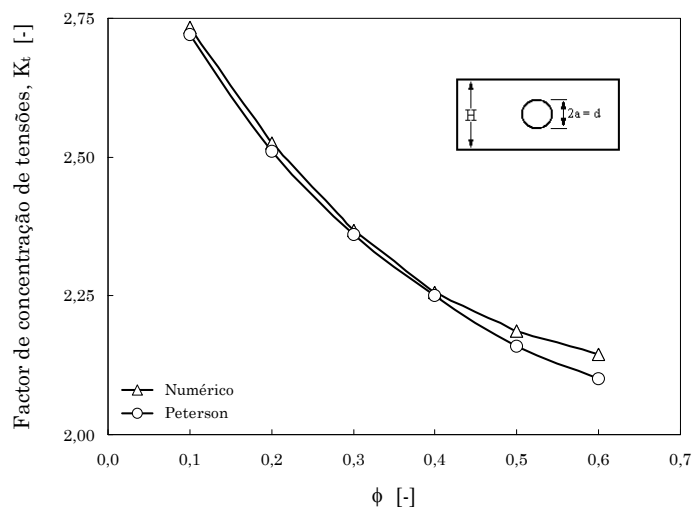
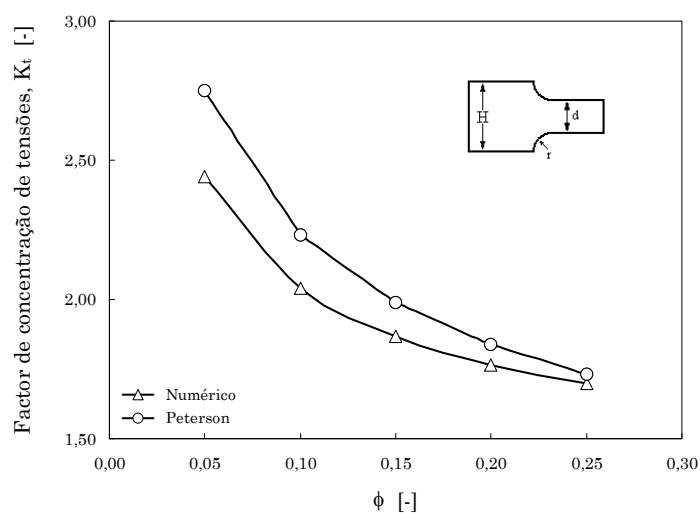
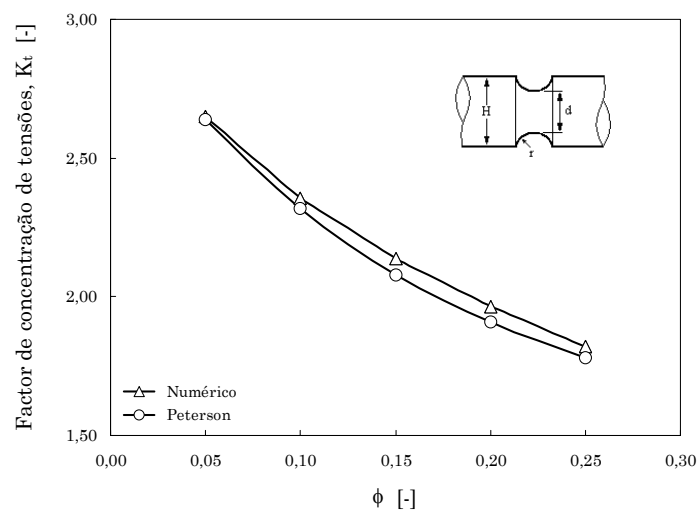
longitudinal destes tipos de provete foi considerado na modelação por elementos finitos, encontrando-se o respectivo tipo de malha utilizada representada na Fig. 2(a). Por outro lado, como a geometria e o carregamento do provete 2 apresenta apenas simetria longitudinal, considerou-se somente metade da secção longitudinal deste tipo de provete na modelação numérica, encontrando-se o respectivo tipo de malha representada na Fig. 2(b). Uma vez que na superfície do entalhe existem fortes gradientes de tensão, ambas as malhas foram refinadas nesta zona (*cf.* Fig. 2), tentando manter-se uma razão altura/largura unitária e evitar-se a existência de distorções geométricas, com o intuito de minimizar possíveis erros de interpolação e maximizar a taxa de convergência da solução numérica [20]. Na análise não-linear, a determinação dos valores máximos locais de tensão e deformação foi efectuada a partir de várias análises elastoplásticas considerando ambos os tipos de lei de encruamento, estados planos de tensão ou de deformação e uma lei de comportamento definida linearmente aos pedaços. Optou-se por uma formulação Lagrangeana reactualizada associada ao modelo de plasticidade de Huber-von Mises. Tendo em vista a convergência em condições elastoplásticas utilizaram-se o controlo de força, como técnica de incremento, e o algoritmo de Newton-Raphson, como método iterativo. A variação da tensão média foi também estudada. Foram efectuadas análises elastoplásticas, apenas para o provete do tipo 1, aplicando ciclos de tensão alternada, com gamas nominais de 600, 650, 700 750 e 800 MPa, ou pulsante, com gamas nominais de 300, 325, 350, 375 e 400 MPa.

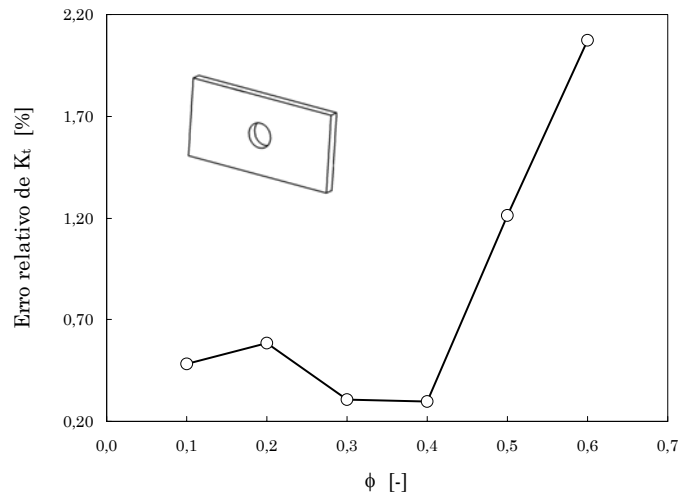
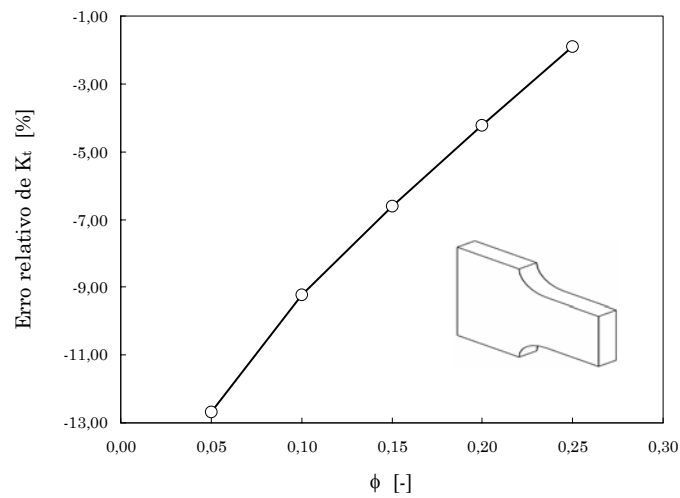
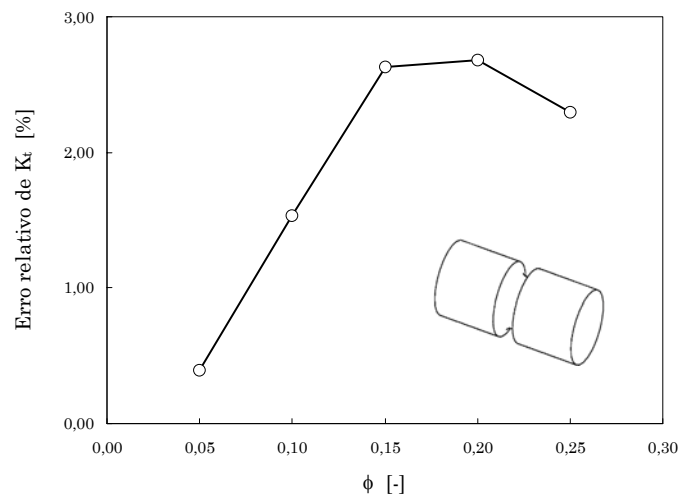
5. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

5.1. Factores de Concentração de Tensões

Os valores obtidos a partir da modelação numérica para o factor de concentração de tensões de cada um dos provetes analisados foram comparados com os valores referidos por Peterson [21], conforme se pode ver nas Figs. 3 a 5, em que são apresentados os resultados obtidos para a variação com um parâmetro adimensional Φ . Este parâmetro geométrico permite variar a geometria de cada provete, sendo definido, de acordo com as dimensões apresentadas nas Figs. 3 a 5, por $\Phi = d/H$ para o provete 1 e por $\Phi = r/d$ para os restantes. Foram realizados ensaios numéricos considerando valores de Φ iguais a 0,10, 0,20, 0,30, 0,40, 0,50 e 0,60 para o provete 1 e iguais a 0,05, 0,10, 0,15, 0,20 e 0,25 para os provetes 2 e 3.

Relativamente aos resultados apresentados nas Figs. 3 a 5 pode constatar-se que em termos absolutos os resultados obtidos para os provetes 1 e 3 são os que apresentam menores discrepâncias. Pelo contrário, os resultados do provete 2 são os que apresentam maior desvio a nível absoluto. No entanto, em termos globais, verifica-se que os valores de K_t obtidos seguem aproximadamente a tendência geral dos valores apresentados por Peterson.

Fig. 3. Comparação dos valores de K_t com os da curva de Peterson (provete 1).Fig. 4. Comparação dos valores de K_t com os da curva de Peterson (provete 2).Fig. 5. Comparação dos valores de K_t com os da curva de Peterson (provete 3).

Fig. 6. Erro relativo de K_t em função do parâmetro Φ (provetes 1).Fig. 7. Erro relativo de K_t em função do parâmetro Φ (provetes 2).Fig. 8. Erro relativo de K_t em função do parâmetro Φ (provetes 3).

Com base nas figuras referidas pode observar-se que para os provetes 1 e 3 os valores de K_t obtidos são, para qualquer dos valores de Φ considerados, superiores aos apresentados por Peterson, ocorrendo o inverso para o provete 3. Este facto pode ainda ser constatado nas Figs. 6 a 8, verificando-se a positividade dos valores do erro relativo de K_t para os provetes 1 e 3, e a negatividade dos mesmos para o provete 3. O valor máximo do erro relativo de K_t , em termos absolutos, foi verificado para o provete 2, a que correspondeu um erro relativo de -12,7 %. Por outro lado, o valor mínimo do erro relativo de K_t , em termos absolutos, foi verificado para o provete 1, a que correspondeu um erro relativo de 0,30 %. Verifica-se ainda que a tendência geral é a dos valores dos erros relativos aumentarem com o valor de Φ , exceptuando o caso do provete 3. No entanto, uma análise em termos absolutos indica que, para valores de Φ elevados, os valores de K_t apresentados por Peterson para o provete 1 tendem a divergir relativamente aos obtidos numericamente, enquanto que para o provete 2 ocorre o inverso (*cf.* Figs. 3 e 4). No entanto, atenda-se ao facto de no caso do provete 3 se verificar uma inversão de tendência para $\Phi = 0,25$ (*cf.* Fig. 5). Por fim, refira-se que a discrepância entre os resultados obtidos e os apresentados por Peterson poder-se-á dever ao tipo de modelação realizada, seja no que concerne ao tipo de elementos utilizados, no tipo de integração numérica ou no tipo de malha de Elementos Finitos efectuada.

Na obtenção dos resultados anteriormente apresentados, procedeu-se ao estudo de convergência para todos os provetes considerando cada um dos valores de Φ já referidos, *i.e.* atendendo a pelo menos cinco pontos distintos das curvas definidas por Peterson [21]. Como foi já referido, estas curvas apresentam os valores previstos de K_t em função de um parâmetro adimensional Φ . De modo a ilustrar o tipo de análise de convergência efectuada apresentam-se nas Figs. 9 e 10, para o provete 3 e $\Phi = 0,2$, os resultados obtidos para a variação com o número de graus de liberdade, n_{gl} , do factor de concentração de tensões e da variação relativa de K_t , respectivamente.

Deste modo obtém-se uma variação relativa de $5,6 \times 10^{-3}$ % do valor do factor de concentração de tensões para 38521 graus de liberdade, pelo que o valor do factor de concentração de tensões de 1,96 pode ser considerado como uma solução que convergiu.

5.2. Análises Elastoplásticas

Com o intuito de proceder a uma análise elastoplástica de previsão das gamas locais de tensão e deformação e da vida de iniciação correspondente, efectuaram-se dois tipos distintos de análise considerando (i) a aplicação de ciclos de tensão nominal alternados, com o intuito de verificar as diferenças entre as previsões por Elementos Finitos associadas a cada uma das leis de encruamento consideradas, e (ii) a aplicação de ciclos de tensão nominal alternados e pulsantes, com o intuito de

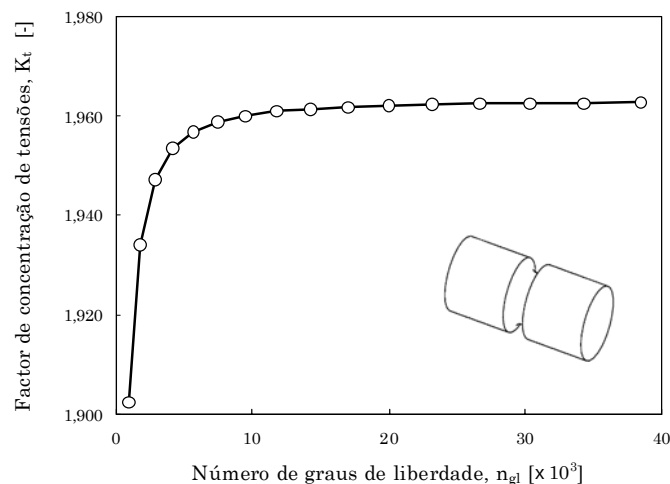


Fig. 9. Estudo da convergência de K_t (provete 3).

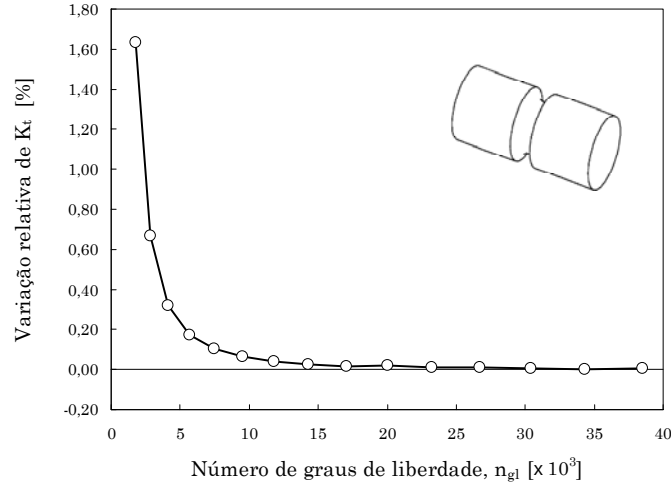


Fig. 10. Variação do erro relativo de K_t com o número de graus de liberdade (provetes 3).

comparar as previsões de Elementos Finitos associadas a uma lei de encruamento cinemático com as obtidas com base no método da Aproximação Local. São considerados os resultados relativos ao provete 1 para $\Phi = 0,20$, ao qual corresponde um valor de K_t de 2,53 (cf. Fig. 3).

5.2.1. Encruamento Cinemático versus Isotrópico

Nas figuras 11 e 12 são apresentados, respectivamente, os resultados relativos às previsões locais das gamas e valores médios de tensão e deformação obtidos por Elementos Finitos, para o provete 1, considerando leis de encruamento cinemático e isotrópico e a aplicação de ciclos alternados com gamas nominais de 600, 650, 700 750 e 800 MPa.

Constata-se que, em termos de $\Delta\sigma$, as previsões obtidas com base no encruamento isotrópico são superiores às do cinemático (vd. Fig. 11). No entanto, devido aos valores de $\Delta\varepsilon$ serem ligeiramente inferiores para o encruamento isotrópico do que para o cinemático e os valores de σ_m serem nulos para o encruamento cinemático e negativos para o isotrópico (vd. Fig. 12), tem-se que, de acordo com a equação

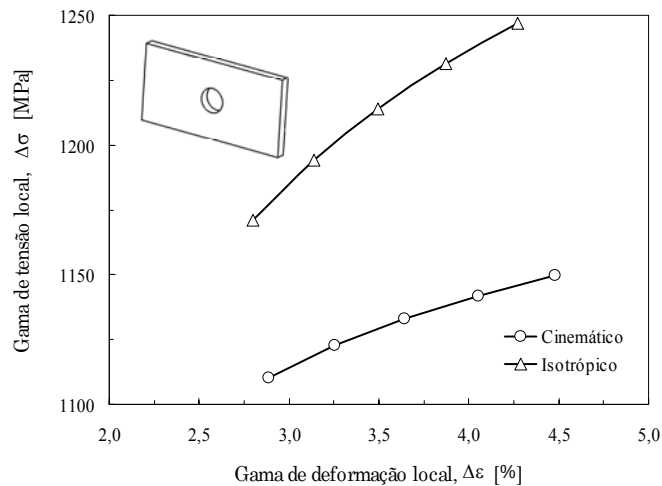


Fig. 11. Previsões locais de $\Delta\sigma$ e $\Delta\varepsilon$ para encruamentos cinemático e isotrópico (provetes 1).

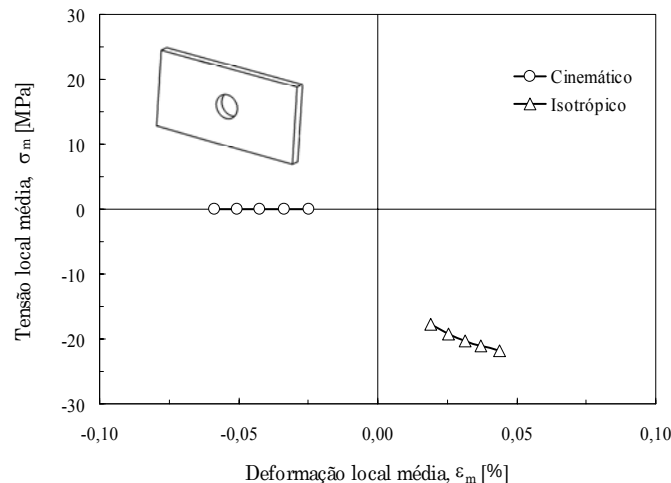


Fig. 12. Previsões locais de σ_m e ϵ_m para encruamentos cinemático e isotrópico (provete 1).

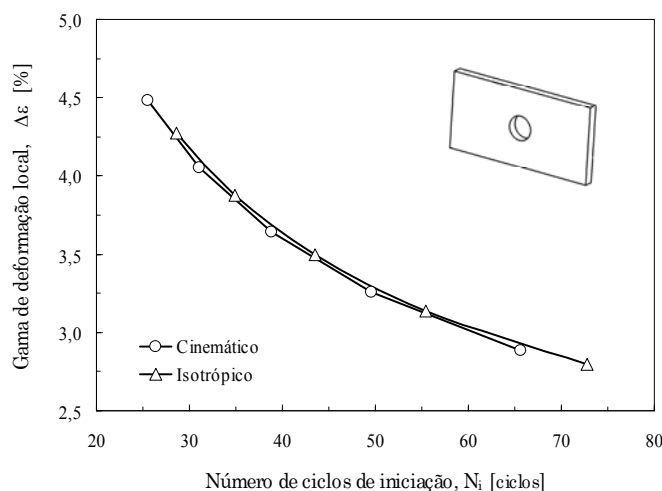


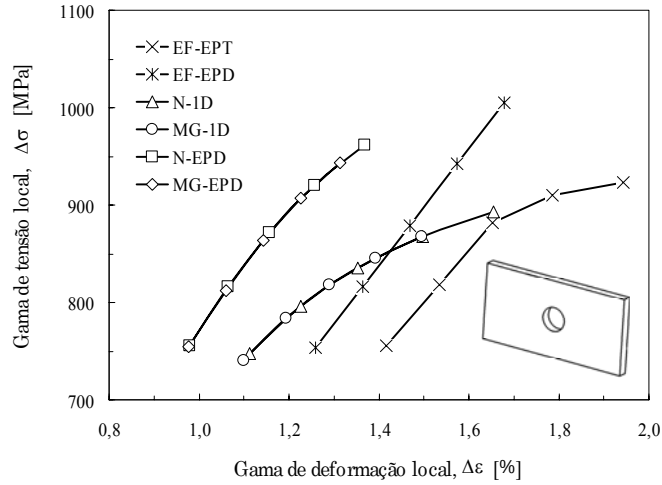
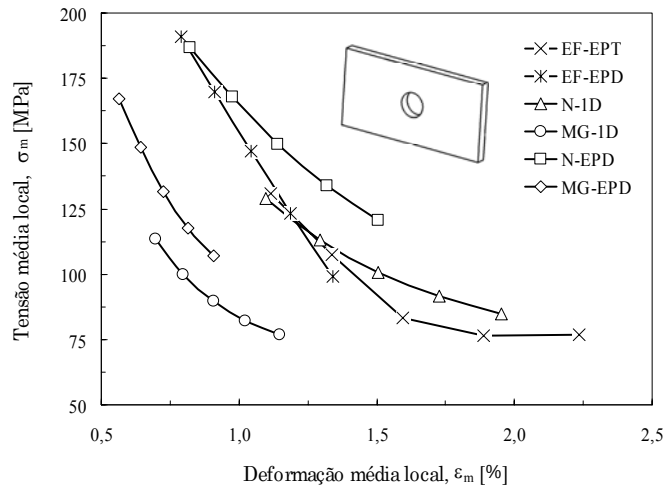
Fig. 13. Curvas $\Delta\epsilon-N_i$ obtidas para encruamentos cinemático e isotrópico (provete 1).

de Coffin-Manson modificada por Morrow, *i.e.* a equação (15), as previsões de vida de iniciação baseadas no encruamento isotrópico são menos conservativas que as obtidas com o encruamento cinemático (*vd.* Fig. 13), *i.e.* a consideração de um encruamento isotrópico leva à previsão de maiores vidas de iniciação.

Verifica-se que o facto dos encruamentos cinemático e isotrópico preverem tensões médias nulas e negativas (*cf.* Fig. 12), respectivamente, leva a que as duas curvas de deformação-vida apresentadas na Fig. 13 não se encontrem sobrepostas. Isto pode ser explicado pelo facto da existência de uma tensão média negativa induzir uma translação da curva deformação-vida para a direita, *i.e.* no sentido do aumento de número de ciclos de iniciação.

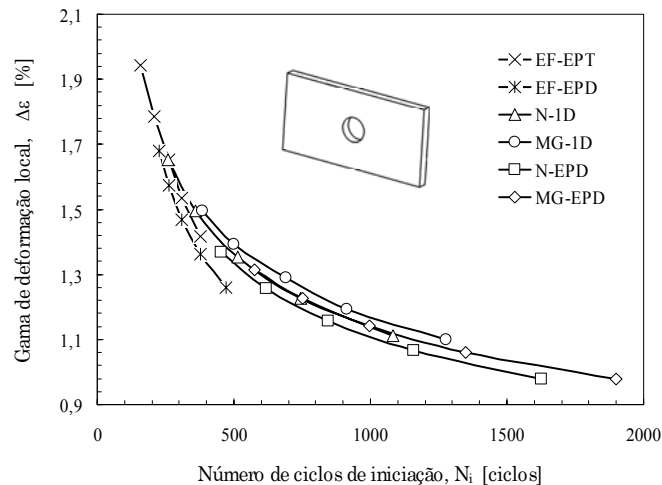
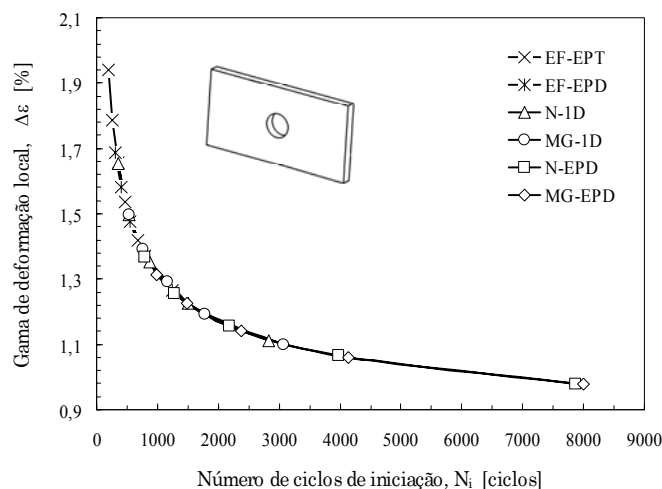
5.2.2. Elementos Finitos versus Aproximação Local

Devido ao facto de, por um lado, o alumínio apresentar um comportamento do tipo cinemático, visto o efeito de Bauschinger se manifestar em ensaios mecânicos deste material, e, por outro, o método de

Fig. 14. Previsões locais de $\Delta\sigma$ e $\Delta\epsilon$ (provet 1).Fig. 15. Previsões locais de σ_m e ϵ_m (provet 1).

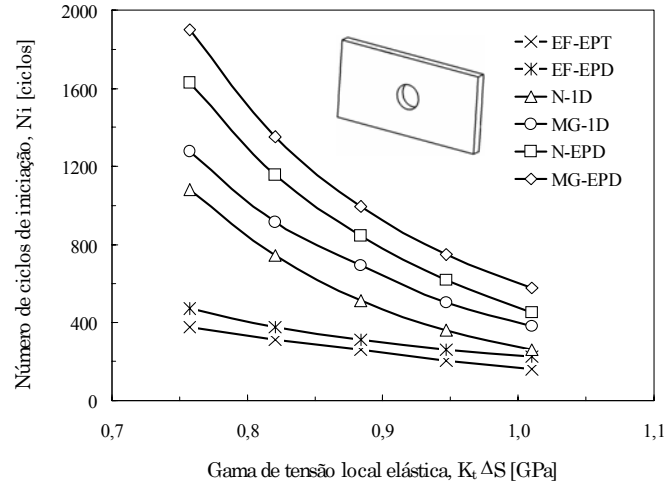
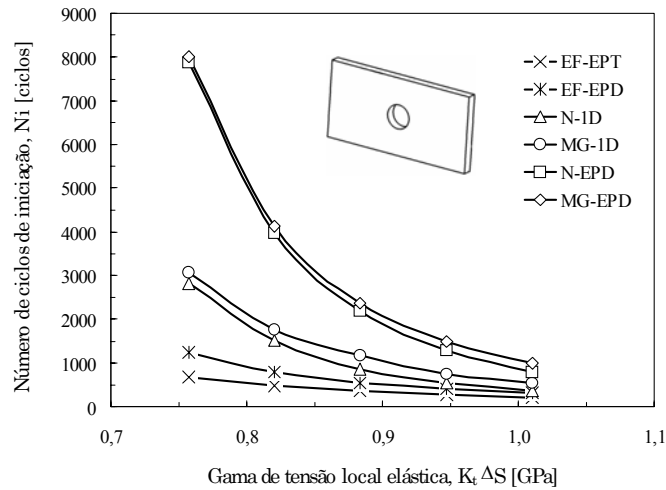
Aproximação Local considerar, *a priori*, um comportamento do tipo Masing, na análise que se segue não se vai considerar a lei de encruamento isotrópico. Com o intuito de observar o efeito da existência de uma tensão média local não-nula nas previsões de vida de iniciação efectuaram-se ensaios considerando cargas nominais alternadas e pulsantes.

Obtiveram-se os resultados das previsões locais do provete 1 por métodos de Aproximação Local e Elementos Finitos considerando apenas a lei de encruamento cinemático e a aplicação de ciclos alternados (vd. Fig. 14) ou pulsantes (vd. Figs. 14 e 15). Os resultados correspondentes à aplicação do método de Aproximação Local considerando a existência de um estado plano de deformação na raiz do entalhe foram obtidos considerando, nas equações (16) e (21), um módulo de elasticidade longitudinal E_I de 77,5 GPa e um coeficiente e um expoente de endurecimento cíclico, k'_I e n'_I , de 818,04 MPa e 0,0721, respectivamente. Estes parâmetros foram determinados através de regressões de curvas obtidas com base nas equações (17) a (20).

Fig. 16. Curvas $\Delta\epsilon$ - N_i obtidas para ciclos de carga pulsante (provet 1).Fig. 17. Curvas $\Delta\epsilon$ - N_i obtidas para ciclos de carga alternada (provet 1).

Verifica-se que as previsões por Elementos Finitos, considerando um estado plano de tensão (EPT), correspondem a maiores valores de $\Delta\epsilon$ e ϵ_m e a menores valores de σ_m que num estado plano de deformação (EPD) e, para os valores de tensão nominal mais elevados, a menores $\Delta\sigma$, o que evidencia a existência de um aumento de resistência do material quando sujeito a um estado plano de deformação. No entanto, visto a relação raio de curvatura/espessura do provete ser de 2 ($r_c = 2$ mm e $w = 1$ mm), é de esperar que a realização de ensaios experimentais origine resultados que se aproximem mais das curvas de Elementos Finitos correspondentes a um estado plano de tensão do que plano de deformação.

Pode ainda constatar-se que as curvas de previsão uniaxial (1D) relativas ao método de Neuber se aproximam mais das correspondentes aos Elementos Finitos do que as de Molski-Glinka. Atenda-se ao facto das tensões médias locais obtidas para cargas alternadas serem nulas. Verifica-se ainda que, para um determinado estado (1D ou EPD), as previsões de $\Delta\sigma$, σ_m , $\Delta\epsilon$ e ϵ_m relativas à regra de Neuber são superiores às de Molski-Glinka, o que está de acordo com o verificado por Glinka [22].

Fig. 18. Curvas $N_f-K_t \times \Delta S$ obtidas para ciclos de carga pulsante (provetes 1).Fig. 19. Curvas $N_f-K_t \times \Delta S$ obtidas para ciclos de carga alternada (provetes 1).

Nas Figs. 16 e 17 apresentam-se as curvas de deformação-vida obtidas para ciclos de carga pulsante e alternada, respectivamente.

Constata-se que o facto dos ciclos da carga nominal pulsante originarem tensões médias locais não-nulas distintas para cada uma das metodologias utilizadas leva a que as diversas curvas obtidas não se sobreponham. Pelo contrário, a obtenção de tensões médias nulas para qualquer dos métodos utilizados considerando ciclos de carga nominal alternada leva a que as curvas assim obtidas se sobreponham, conforme se ilustra na Fig. 17.

De modo a se poder avaliar mais facilmente se uma determinada metodologia é ou não mais conservativa do que as outras (em termos de previsão de vida de iniciação), apresentam-se, nas Figs. 18 e 19, as curvas do número de ciclos de iniciação em função da gama de tensão local elástica, $K_t \times \Delta S$, para ciclos de carga pulsante e alternada, respectivamente. Pode observar-se que, seja para cargas pulsantes seja para alternadas, as metodologias mais conservativas correspondem às baseadas nos Elementos Finitos, sendo a análise associada a um estado plano de tensão mais conservativa que a

associada a um estado plano de deformação. Por outro lado constata-se, como foi já referido, que o método de Neuber é mais conservativo que o de Molski-Glinka, para ambos os casos uniaxial ou de estado plano de deformação. No entanto, ao contrário do que seria de esperar, o método dos Elementos Finitos revela-se mais conservativo que os métodos de Aproximação Local. Na realidade, é usual que os métodos aproximativos sobrestimem os valores locais de tensão-deformação e não o inverso [23]. Relativamente ao número de ciclos previstos para cada tipo de carga aplicada pode observar-se que, tal como seria de esperar, as previsões obtidas para uma carga alternada são menos conservativas do que para uma carga pulsante, visto no primeiro caso não existir tensão média, *i.e.* a tensão média ser nula.

6. CONCLUSÕES FINAIS

Neste trabalho abordou-se a aplicação de metodologias de previsão de tensão e deformação cíclicas por Elementos Finitos e métodos de Aproximação Local em provetes de AlCu4,5Mn com tratamento térmico T6. Procedeu-se à determinação dos factores de concentração de tensões de três tipos de provete entalhado com base em análises elásticas por Elementos Finitos. Foram também determinados os valores das gamas locais de tensão e deformação elastoplásticas para vários carregamentos nominais, seja do tipo alternado seja pulsante, de um dos provetes considerados, utilizando o método da Aproximação Local ou dos Elementos Finitos, e tendo utilizado, neste último, ambas as leis de encruamento cinemático e isotrópico. Por fim, analisou-se o efeito da existência de uma tensão média nas previsões de vida de iniciação. Em termos gerais, pode concluir-se que em situações de carregamento cíclico modeladas numericamente com um código que só disponibilize a utilização de leis do tipo ou cinemático ou isotrópico se deve optar, de um modo geral, pela do tipo cinemático em detrimento da do tipo isotrópico, no caso do material considerado reproduzir o efeito Bauschinger. Foram também analisadas e comparadas as previsões de tensão-deformação obtidas com base no método da Aproximação Local, nomeadamente a regra de Neuber e o método de Molski-Glinka, com um estado de tensão quer uniaxial quer plano de deformação, podendo estas previsões diferir significativamente das obtidas com o método dos Elementos Finitos. Assim, a selecção de uma metodologia de previsão de vida de iniciação de provetes entalhados deve ser criteriosamente elaborada, tendo alguns dos factores cruciais sido abordados e discutidos no presente trabalho.

AGRADECIMENTOS

Os autores J. Pinho-da-Cruz e F. Teixeira-Dias agradecem todo o apoio financeiro fornecido pela FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia e pelo Programa Operacional Ciência, Tecnologia, Inovação do Quadro Comunitário de Apoio III, FEDER.

REFERÊNCIAS

- [1] H. Neuber, “Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatic Bodies with Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law”, *Journal of Applied Mechanics* **28**, 544-550 (1961)
- [2] K. Molski e G. Glinka, “A Method of Elastic-Plastic Stress and Strain Calculation at a Notch Root”, *Materials Science and Engineering* **50**, 93-100 (1981)
- [3] N. E. Dowling, “Fatigue at Notches and the Local Strain and Fracture Mechanics Approaches”, *ASTM-STP* **677**, 247-273 (1979)
- [4] T. Seeger, A. Best e A. Amsutz, “Elastic-Plastic Stress-Strain Behaviour of Monotonic and Cyclic Loaded Notched Plates”, *Proceedings, 4th International Conference on Fracture* **4**, 943-951, University of Waterloo Press, Canada (1977)
- [5] E. Z. Stowell, “Stress and Strain Concentration at a Circular Hole in an Infinite Plate”, *National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note N. 2073* (1950)

- [6] H. F. Hardrath e L. Ohman, "A Study of Elastic and Plastic Stress Concentration Factors due to Notches and Fillets in Flat Plates", *National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note No. 2566* (1951)
- [7] T. H. Topper, R. M. Wetzel e J. D. Morrow, "Neuber's Rule Applied to Fatigue of Notched Specimens", *Journal of Materials* **4**, 200-209 (1969)
- [8] W. Ramberg e W. R. Osgood, "Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters", *National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Report N. 902* (1943)
- [9] J. Bauschinger, "On the Change of the Position of Elastic Limit of Iron and Steel under Cyclic Variation of Stress", *Mitt. Mech.-Tech. Lab., Technical Note N. 13*, München (1886)
- [10] G. Masing, "Eigenspannungen und Verfestigung beim Messing", *Proceedings, 2nd International Congress of Applied Mechanics*, 332-335, Orell Füssli Verlag, Zürich (1926)
- [11] G. R. Halford e J. D. Morrow, "Low cycle fatigue in torsion", *Proceedings, ASTM* **62**, 695 (1962).
- [12] L. F. Coffin, "A Study of the Effect of Cyclic Thermal Stresses on a Ductile Metal", *ASME Transactions* **76**, 931-950 (1954)
- [13] S. S. Manson, "Behaviour of Materials Under Conditions of Thermal Stress", *Proceedings, Heat Transfer Symposium*, 9-75, Engineering Research Institute, University of Michigan (1953)
- [14] J. D. Morrow, "Cyclic Plastic Strain Energy and Fatigue of Metals, Internal Friction, Damping and Cyclic Plasticity", *ASTM-STP* **378**, 45-87 (1965)
- [15] N. E. Dowling, W. R. Brose e W. K. Wilson, "Notched Member Fatigue Life Predictions by the Local Strain Approach", *SAE Advances in Engineering* **6**, 55-84 (1979)
- [16] N. E. Dowling, *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue*, 2nd ed., Prentice-Hall International Editions, New Jersey (1998)
- [17] *Cosmos/M - Finite Element Analysis System*, Structural Research Analysis Corporation, Los Angeles, USA (2000)
- [18] C. Boller e T. Seeger, *Materials Data for Cyclic Loading, Part D: Aluminium and Titanium Alloys*, Materials Science Monographs, Elsevier, Amsterdam Oxford New York Tokyo (1987)
- [19] A. R. Rizzo, "Estimating Errors in FE Analyses", *Mechanical Engineering*, 61-63 (1991)
- [20] K. J. Bathe, *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall International Editions, New Jersey (1996)
- [21] D. Pilkey, *Peterson's Stress Concentration Factors*, 2nd ed., J. Wiley & Sons, New York (1997)
- [22] G. Glinka, "Relations Between the Strain Energy Density Distribution and Elastic-Plastic Stress-Strain Fields Near Cracks and Notches and Fatigue Life Calculation", *ASTM-STP* **942**, 1022-1047 (1988)
- [23] J. A. M. Pinho da Cruz, J. D. M. Costa, L. F. P. Borrego e J. A. M. Ferreira, "Fatigue Life Prediction in AlMgSi1 Lap Joint Weldments", *International Journal of Fatigue* **22**, 601-610 (2000)

APPLICATION OF LOCAL STRAIN APPROACH AND FINITE ELEMENT METHODS TO THE PREDICTION OF STRESSES-STRAINS IN ALCU4.5MN NOTCHED SPECIMENS

Abstract – Finite element and local strain approach predictions of cyclic stress-strain were investigated for notched AlCu4.5Mn specimens. Concentration factors of three different types of specimen were determined and compared with those available in literature. Average values and ranges for both elastoplastic stresses and strains were obtained, for several nominal tensile loading conditions of one specimen, using non-linear finite element modelling. The obtained results were thoroughly compared and discussed.

Keywords – Fatigue initiation, life prediction, local approximation method, finite element method, aluminium alloys.

