



## COMPORTAMENTO DINÂMICO DE TRANSMISSÕES POR CORRENTE: ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL

C. PEREIRA<sup>1</sup>, S. PEDERSEN<sup>2</sup>, A. RAMALHO<sup>3</sup>, J. AMBRÓSIO<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Engenharia Mecânica, Instituto Superior de Engenharia de Coimbra,  
Rua Pedro Nunes, 3030 Coimbra, Portugal

<sup>2</sup> Department of Mechanical Engineering, Technical University of Denmark,  
Building 404, DK-2800 Kgs. Lyngby, Denmark

<sup>3</sup> Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia,  
Pinhal de Marrocos, 3030 Coimbra, Portugal

<sup>4</sup> IDMEC/IST, Instituto Superior Técnico,  
Av. Rovisco Pais, 1096 Lisboa, Portugal

*(Recibido 6 de abril de 2004, revisado 14 de julio de 2005, para publicación 12 de noviembre de 2005)*

**Resumo** – Foi implementado um procedimento para avaliar uma ferramenta computacional de análise de modelos de transmissão por corrente. O equipamento experimental desenvolvido permite realizar ensaios dinâmicos que constam essencialmente em submeter a transmissão por corrente a diferentes condições de serviço, por um determinado período de tempo durante o qual são registados os principais parâmetros de caracterização dinâmica e cinemática. O procedimento de validação que se apresenta, incidiu apenas na verificação dinâmica, e baseia-se na comparação das forças calculadas numericamente com o comportamento dinâmico medido experimentalmente.

**Palavras-chave** – Mecânica geral, métodos numéricos, dinâmica de mecanismos, transmissões mecânicas, correntes de rolos.

### 1. INTRODUÇÃO

A necessidade de aumentar a produção, através de máquinas que operem a elevadas velocidades, estabelece a motivação para o desenvolvimento de melhores projectos em todos os campos da indústria. Entre as transmissões flexíveis, as transmissões por corrente são uma das formas mais efectivas de transmissão de potência em sistemas mecânicos [1], [2], [3]. O seu campo de aplicação vai desde a sua inclusão em máquinas que envolvem a transmissão de potências elevadas, como nos equipamentos para extracção de petróleo, até a componentes em que a precisão da transmissão é o factor determinante no desempenho, como em sub-sistemas de um computador. Entre estes dois extremos, as transmissões por corrente desempenham eficientemente o seu papel no que se refere à durabilidade, fiabilidade, capacidade de transmissão de potências elevadas e precisão de funcionamento, o que revela a sua versatilidade [4]. No entanto, o facto de oferecerem uma flexibilidade reduzida na selecção de materiais e geometrias, associado a desvantagens como o ruído e vibrações, torna as transmissões por corrente objecto de investigação na tentativa de esclarecer o seu entendimento fenomenológico e de estabelecer os modelos mais adequados à descrição dos fenómenos que condicionam a sua utilização [5].

As metodologias de projecto e análise de transmissões por corrente baseiam-se sistematicamente em procedimentos analíticos ou numéricos e dificilmente consideram as especificidades de muitas das aplicações [1], [2], [3], [5]. Os métodos de cálculo correntemente utilizados são baseados em simplificações por vezes grosseiras, fundamentalmente de natureza cinemática, sendo menos comuns as metodologias de descrição dos factores dinâmicos de funcionamento destas transmissões.

Com base na dinâmica computacional de sistemas de corpos múltiplos, procedeu-se à abordagem sistematizada dos problemas de transmissões por corrente, incluindo efeitos dinâmicos relevantes. As

formulações que foram desenvolvidas incluem o efeito poligonal, a elasticidade dos rolos e das ligações, as vibrações transversais e longitudinais da corrente, o contacto e impacto entre os rolos e as rodas e o pré-tensionamento da corrente [5], [6], [7].

A ferramenta computacional que foi implementada funciona em ambiente gráfico interactivo e permite a análise de modelos de transmissão por corrente. O trabalho agora apresentado teve como objectivo o desenvolvimento de uma montagem experimental e a implementação de um procedimento adequado à validação das ferramentas computacionais desenvolvidas. A primeira fase do procedimento de validação inclui apenas uma verificação dinâmica, que se baseia na comparação das forças calculadas numericamente com o comportamento dinâmico medido experimentalmente. Para o efeito, desenvolveu-se um equipamento que permite realizar ensaios dinâmicos em condições de carga e velocidade controladas, que é convenientemente descrito no presente trabalho. Com este equipamento é possível medir quer o valor médio, quer as variações no tempo da força transmitida pela corrente aos apoios. Finalmente discutem-se os resultados da validação dos modelos através da comparação do comportamento dinâmico da transmissão medido em laboratório com os resultados numéricos.

## 2. DESCRIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

O modelo numérico proposto para simular o comportamento dinâmico de uma transmissão por corrente, baseia-se na formulação dinâmica de sistemas de corpos múltiplos e já foi convenientemente descrito [8]. O modelo considera uma geometria típica de uma corrente de rolos, composta por elos (malhas) internos e externos ligados por pinos e buchas, que por sua vez suportam os rolos. Assume-se que a massa da corrente é concentrada nos pinos, e a ligação entre os vários elos constituintes do comprimento da corrente é modelada por um conjunto mola e amortecedor translacionais, conforme representado na Figura 1. Neste modelo inicial, as folgas entre o pino e a bucha, a inércia rotacional dos rolos em torno do seu centro de gravidade e a flexibilidade dos dentes das rodas não são consideradas. Assume-se ainda que, durante o engrenamento, o passo da corrente é igual ao passo da roda e que efeitos tais como o desgaste da corrente e o seu alongamento durante o engrenamento são desprezáveis. Com vista à obtenção de resultados numéricos, o modelo descrito foi implementado recorrendo a um programa de análise dinâmica computacional [9]. Uma descrição pormenorizada do modelo e das equações da dinâmica consideradas no seu desenvolvimento foi objecto de publicação recente [8].

## 3. DESCRIÇÃO DA MONTAGEM EXPERIMENTAL

De forma a estudar o comportamento de uma transmissão por corrente, desenvolveu-se um equipamento experimental que permite realizar ensaios dinâmicos que constam essencialmente em submeter a corrente a diferentes condições de serviço, por um determinado período de tempo durante o qual são registados os principais parâmetros de caracterização dinâmica e cinemática.

A transmissão em estudo é intercalada entre um motor eléctrico que disponibiliza a potência e um freio electromagnético que a dissipa. A Figura 2 representa esquematicamente o equipamento. O motor eléctrico (1) é alimentado por um variador de frequência por forma a permitir ajustar a velocidade de ensaio. A corrente de rolos em teste (3) é montada na roda motora (2) e na roda movida (5) e está protegida por um cárter (4) que além de servir de protecção física permite variar a forma como lubrificante é ministrado à corrente. O veio movido (6) é apoiado por um suporte oscilante (11) que é equilibrado por uma célula de carga (7) por forma a permitir a medição do esforço que a corrente transmite aos apoios. Este veio está ligado a um freio electromagnético (9) através de uma dupla união cardan (8) que tem por função minimizar os esforços de flexão na flange de entrada do freio. A esta transmissão está acoplado um dispositivo de protecção (10). A estrutura metálica de base (13) serve de suporte a uma sub-estrutura deslizante (12), onde está apoiado o motor. Esta sub-estrutura permite o alinhamento das rodas da transmissão, a aplicação da pré-tensão e a regulação do valor de entre-eixo pretendido, sendo este último efectuado através do ajuste da posição do fuso roscado (14) e da medição em tempo real da força de pré tensão.

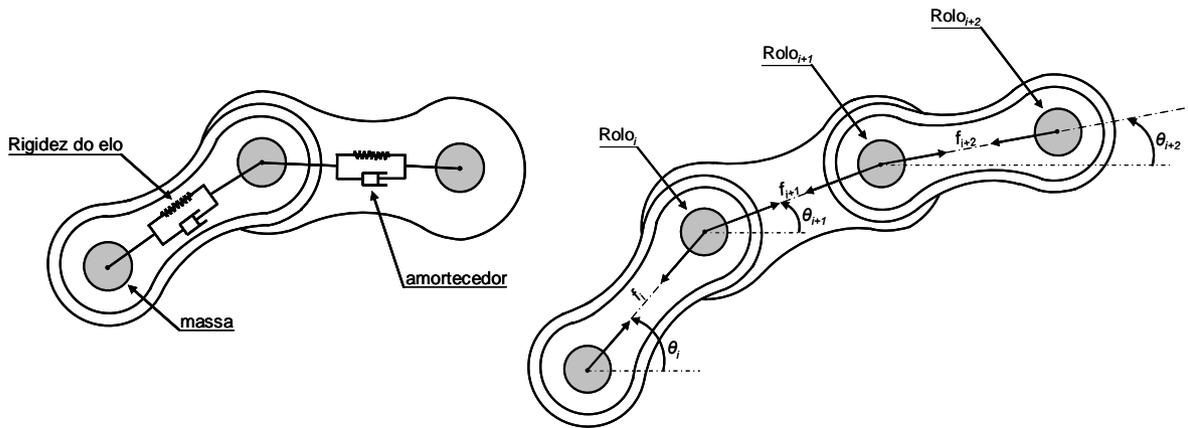


Fig. 1. Modelo de análise da corrente e forças resultantes da flexibilidade dos elos.

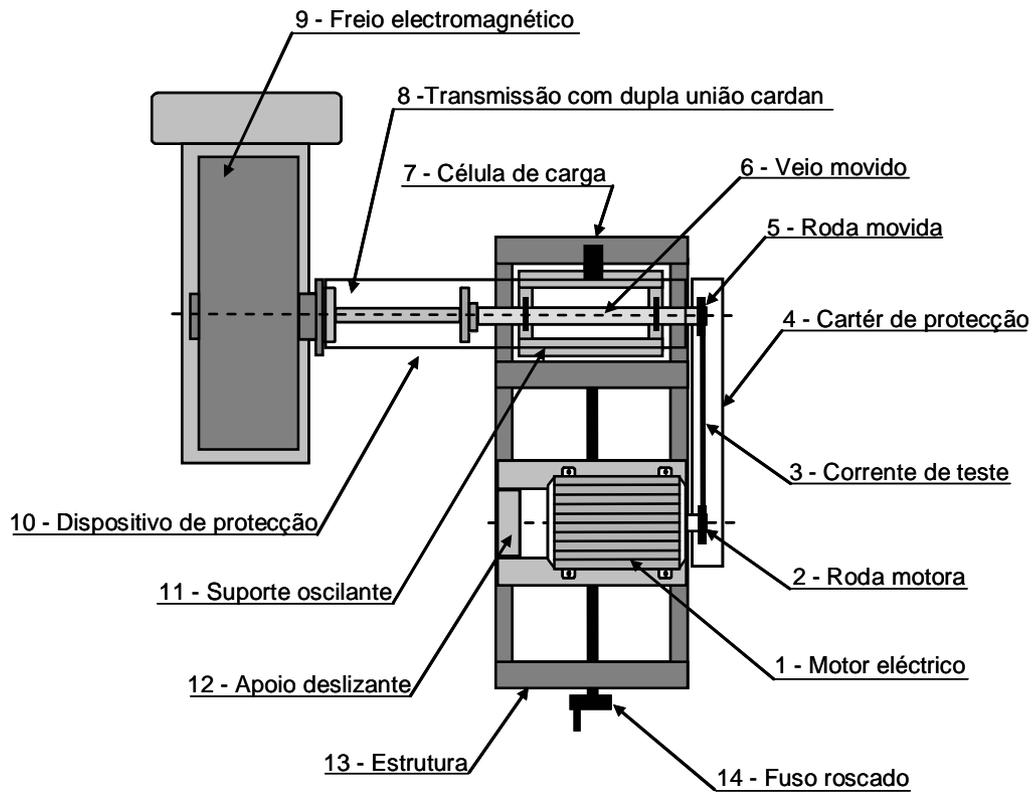


Fig. 2. Esquema do equipamento experimental desenvolvido.

A montagem experimental desenvolvida permite um controlo directo das principais variáveis de ensaio, tais como: a potência a transmitir, a velocidade de rotação, a força de pré-tensionamento e o tipo de lubrificação a administrar à transmissão por corrente.

#### 4. MATERIAIS E PROCEDIMENTOS

A transmissão ensaiada era constituída por uma corrente de rolos, com um comprimento de 120 elos e passo  $\frac{1}{2}$ ", por uma roda movida com 25 dentes, por uma roda motora com 17 dentes a que corresponde um entre-eixo nominal de 0,628 m.

Os ensaios foram efectuados mantendo constantes todas as características excepto a variável em estudo, que no presente caso foi a velocidade de rotação. Foram estudados três valores de velocidade, a que corresponderam para o veio motor os valores de 495, 756 e 989 rpm. Manteve-se constante: a geometria da transmissão, o binário imposto pelo freio à transmissão, com valor 10 Nm, e o valor da força de pré-tensionamento aplicada à transmissão que foi de 300 N. Conforme já foi descrito, o valor da força de pré-tensionamento é garantido durante o ensaio reduzindo a rigidez da ligação da célula de carga à estrutura através de uma mola helicoidal. O valor da força de pré-tensionamento é verificado e lido pelo equipamento de condicionamento de sinal e de aquisição de dados a que a célula de carga se encontrava ligada.

Depois de efectuado o pré-tensionamento e seleccionado o nível de carga a impor à transmissão no comando do freio, era ajustado o valor da velocidade de rotação pretendida. Confirmada a velocidade de rotação desejada, e após estabilização do sistema, procedia-se ao registo da variação da força que a transmissão por corrente impõe ao veio movido. A taxa de aquisição de dados adoptada foi de 4800 Hz, e em cada leitura foram adquiridos 32000 valores.

A representação gráfica da variação dos valores da força ao longo do tempo, mostrou uma variação bastante complicada, embora aparentemente periódica. Pelo exposto, a análise da força no domínio do tempo não permitiu a percepção das suas componentes específicas; optou-se assim por fazer a análise da variação da força no domínio da frequência discretizando o sinal através da transformada rápida de Fourier (FFT).

#### 5. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

De acordo com os parâmetros, atrás estabelecidos como constantes, procedeu-se à sua introdução no programa de análise dinâmica computacional. O modelo numérico fornece separadamente, as forças no ramo tenso e no ramo bambo da corrente, tal como podemos observar na Figura 3-I e na Figura 3-II que representam os espectros de frequência do ramo tenso e do ramo bambo, respectivamente a uma velocidade de rotação da roda motora de 495 rpm. A Tabela 1 que identifica as frequências a que ocorrem os principais picos em ambos os espectros.

Ambos os ramos apresentam uma amplitude significativa à frequência de 140 Hz, que corresponde, em ambos os casos, à frequência de engrenamento da transmissão. Além daquele pico, a análise dos espectros da Figura 3 evidencia ainda que os principais picos ocorrem às frequências de 17, 34 e 51 Hz, no caso do ramo tenso e de 10, 30 e 50 Hz para o ramo bambo, tal como definido na Tabela 1. Tais valores de frequência parecem corresponder, no ramo tenso, às segunda, terceira e quarta harmónicas da frequência de vibração própria do ramo tenso da corrente, enquanto que no ramo bambo parecem estar representadas, além da frequência fundamental (10 Hz), as correspondentes terceira e quinta harmónicas.

No entanto, no que diz respeito ao ramo bambo (Fig. 3-II) e a partir dos 60 Hz o espectro não contém informação significativa exceptuando o pico corresponde à frequência de engrenamento da transmissão. Tal pode ser atribuído ao facto do ramo bambo possuir uma frequência própria de vibração inferior à do ramo tenso. Embora a força de pré-tensão estática seja igual em ambos os ramos, quando em funcionamento a força resultante em cada ramo será distinta, o que se traduz em valores diferentes da rigidez característica de cada ramo. Assim, e sendo a rigidez do ramo bambo inferior à do ramo tenso, verifica-se que para o primeiro ocorre uma atenuação da força para os valores de frequência mais elevados.

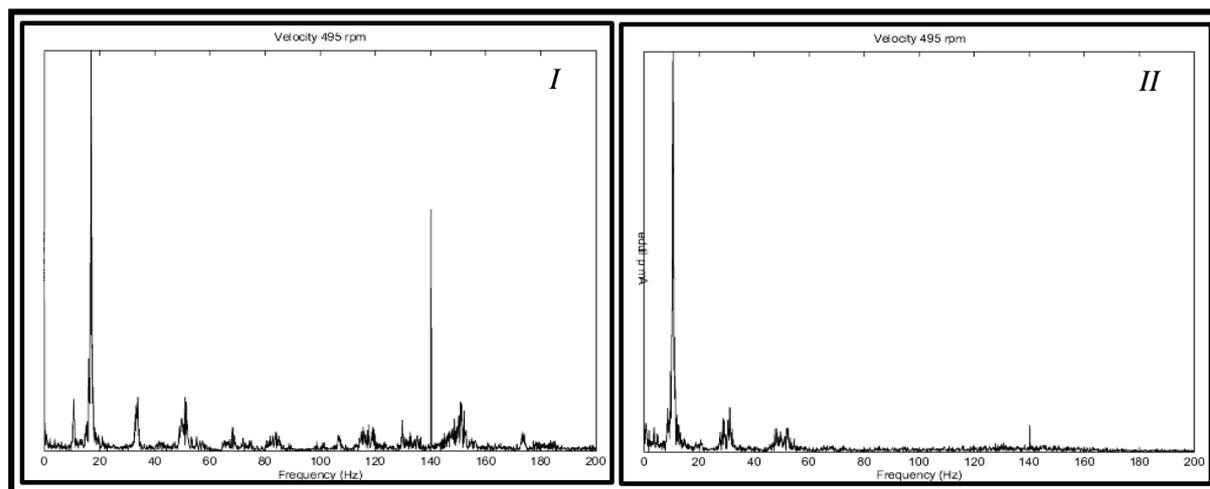


Fig. 3. Espectro de frequência do ramo tenso (Fig. 3-I) e do ramo bambo (Fig. 3-II) para uma velocidade de rotação do veio motor de 495 rpm.

Tabela 1. Frequências a que ocorrem os principais picos dos espectros do ramo tenso e do ramo bambo.

<i>Velocidade de rotação 495 rpm</i>	
<i>Ramo Tenso</i> (Fig. 3-I) [Hz]	<i>Ramo Bambo</i> (Fig. 3-II) [Hz]
17	10
34	30
51	50
140	140

## 6. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Tal como já foi referido anteriormente, e sendo a variável em estudo a variação da velocidade de rotação do veio motor, os ensaios dinâmicos foram realizados em condições de carga constante. Deste modo, a Figura 4 ilustra a variação da força no domínio da frequência correspondente à velocidade de rotação da roda motora de 495 rpm. De notar que, contrariamente aos resultados numéricos, os resultados experimentais expressam a soma das forças nos ramos da corrente, não sendo possível com a presente montagem experimental fazer a distinção das forças que actuam em cada um dos ramos.

A análise do espectro mostra que o primeiro pico significativo corresponde à frequência de rotação do veio movido (2) e o segundo pico à frequência do veio motor (1).

O pico visível na vizinhança dos 140 Hz é correspondente à frequência de engrenamento da transmissão. Tal é facilmente comprovado se analisarmos a Tabela 2, onde é apresentada a correspondência e o cálculo das frequências das rodas motora e movida, da frequência de engrenamento e a respectiva relação de transmissão.

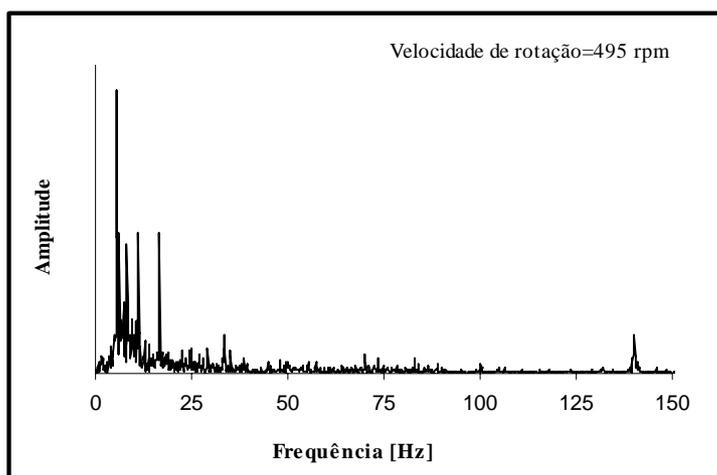


Fig. 4. Espectro de frequência para uma velocidade de rotação do veio motor de 495 rpm.

Tabela 2. Correspondência e cálculo das frequências para uma velocidade de rotação do veio motor de 495 rpm (sendo  $Z_1$  e  $Z_2$  o número de dentes da roda motora e movida, respectivamente).

<i>Velocidade de rotação 495 rpm</i>	
Velocidade de rotação da roda motora $n_1=495$ rpm =8,25 Hz	
Velocidade de rotação da roda movida $n_2=336,7$ rpm =5,61 Hz	$i = \frac{n_1}{n_2} = 1,47$
Frequência de engrenamento = $n_1 \times Z_1 = n_2 \times Z_2 = 140,25$ Hz	

De facto, os primeiros picos do espectro correspondem às primeiras harmónicas, respectivamente, do veio mais lento e do veio mais rápido.

Na Figura 5, procedeu-se à discretização do espectro em janelas de frequência de amplitude mais reduzida por forma a melhorar a diferenciação dos picos. A Figura 5-I apenas é apresentada de forma a tornar evidente que, para além dos 150 Hz, a informação que o espectro contém não é significativa. A Figura 5-II evidencia as segundas (2a), terceiras (2b) e quartas harmónicas (2c) do veio mais lento e as do veio mais rápido (1a), (1b) e (1c), respectivamente.

No que diz respeito à janela em que a frequência está compreendida entre os 50 e os 100 Hz (Fig. 5-III), o pico 3 na vizinhança dos 55 Hz e os picos 4, 6, 7, 8 e 9 na vizinhança dos 57, 74, 83, 88 e dos 100 Hz parecem ainda corresponder à décima harmónica do veio mais lento e à sétima, nona, décima, décima primeira e décima segunda harmónica do veio mais rápido, respectivamente. No entanto, o aparecimento destes picos pode simplesmente dever-se a perturbações dinâmicas na transmissão ou a fenómenos dinâmicos de sobreposição de algumas frequências naturais que ocorrem durante o funcionamento da transmissão. Relativamente ao pico 5 (70 Hz), não foi possível a sua indexação a qualquer harmónica de rotação dos veios. Por fim, a Figura 5-IV destaca o pico da frequência de engrenamento, já anteriormente identificado.

Os espectros de frequência correspondentes às restantes velocidades de rotação ensaiadas são em tudo idênticos ao representativo da velocidade de 495 rpm, sendo o primeiro pico correspondente à frequência do veio mais lento e o segundo pico identificativo da velocidade do veio mais rápido. Estes picos são seguidos, tal como para a velocidade apresentada, das correspondentes segundas, terceiras e quartas harmónicas.

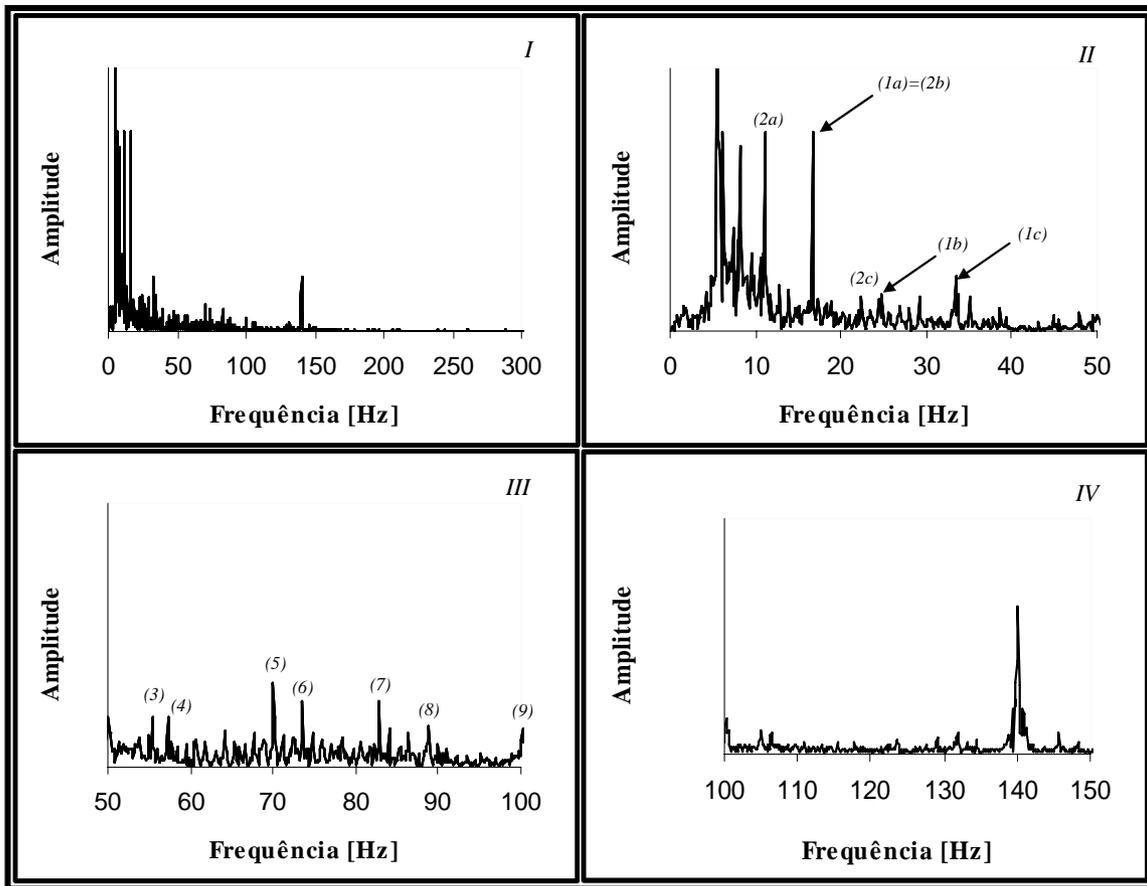


Fig. 5. Discretização do espectro de frequência.

De forma a evitar a repetição exaustiva de espectros e para ir ao encontro da informação contida no parágrafo anterior, os resultados dos ensaios experimentais realizados às diferentes velocidades foram normalizados.

A Figura 6 apresenta os espectros obtidos para as diferentes velocidades testadas, em que em cada um dos espectros o eixo das frequências foi normalizado à velocidade do veio mais lento.

A Figura 7 apresenta os mesmos espectros agora normalizados à velocidade do veio mais rápido. Por análise das Figuras 6 e 7, conclui-se pois que os picos principais correspondem sempre às primeiras harmónicas da rotação dos veios da transmissão.

Assim, como o padrão típico do espectro se mantém constante apesar da variação de velocidade, é possível concluir que a posição dos principais picos do espectro da força é proporcional à velocidade de rotação.

Verifica-se, para todos os casos estudados, que o último pico significativo do espectro corresponde à frequência de engrenamento. O mesmo acontece nos espectros de frequência obtidos com base no modelo numérico. Contudo, no modelo numérico não aparecem os picos correspondentes às harmónicas fundamentais da rotação do veio mais lento e do veio mais rápido. Tal facto pode ser justificado porque o modelo numérico considera os veios rígidos e não contabiliza qualquer efeito de desalinhamento e de excentricidade dos veios durante o funcionamento da transmissão. No entanto, o desalinhamento e a excentricidade das rodas da transmissão ocorrem inevitavelmente devido a erros de posição das rodas durante a montagem, erros geométricos de maquinagem dos furos de montagem das rodas e/ou à deformação dos veios produzida pela flexão resultante dos esforços de serviço, o que se reproduz nos espectros obtidos experimentalmente. Por sua vez, no modelo numérico os ramos da corrente parecem comportar-se como cordas e as frequências predominantes no espectro são as respectivas frequências próprias, como tal apenas dependentes do comprimento, da massa e da força aplicada.

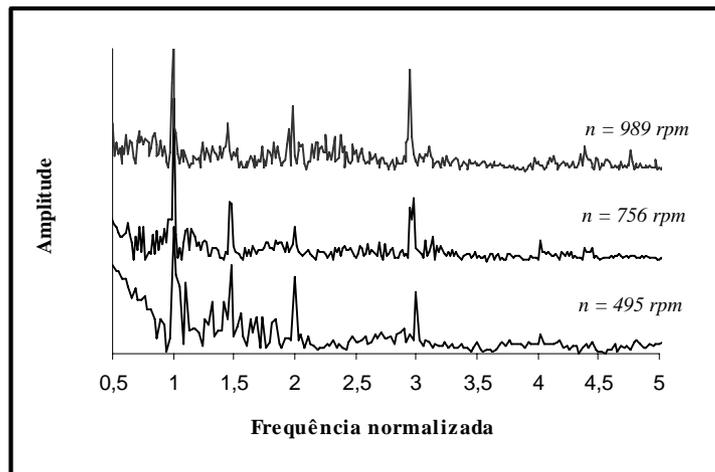


Fig. 6. Espectros obtidos para as diferentes velocidades de rotação normalizados à velocidade do veio mais lento.

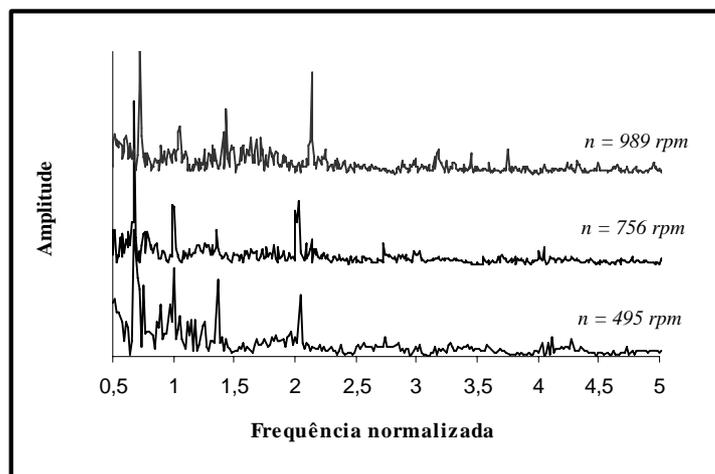


Fig. 7. Espectros obtidos para as diferentes velocidades de rotação normalizados à velocidade do veio mais rápido.

## 7. CONCLUSÕES

A comparação dos resultados experimentais e numéricos revelou que a montagem experimental parece ser adequada à validação pretendida. Apesar do presente estudo incluir apenas resultados preliminares, parece existir alguma concordância entre os resultados numéricos e os resultados experimentais. Como resultado mais evidente parece primordial que o modelo numérico possa ser complementado por forma a poder incluir veios flexíveis e ainda poderem ser considerados erros de posicionamento usuais neste tipo de transmissão, como por exemplo desalinhamentos lineares e angulares.

## REFERÊNCIAS

- [1] S. P. Liu et al., “A Global-local Integrated Study of Roller Chain Meshing Dynamics”, *Journal of Sound and Vibration*, DE-Vol.203 (1), 41-62, (1997)
- [2] W. Choi, G. Johnson, “Vibration of Roller Chain Drive at Low, Medium and High Operating Speeds”, *Vibrations of Mechanical Systems and the History of Mechanical Design*, DE-Vol.63, ASME, 29-40, (1993)
- [3] W. Choi, G. Johnson, “Transverse Vibrations of a Roller Chain Drive With a Tensioner”, *Vibrations of Mechanical Systems and the History of Mechanical Design*, DE-Vol.63, ASME, 19-28, (1993)
- [4] Jackson, Moreland, “Design Manual for Roller and Silent Chain Drives”, *American Sprocket Chain Manufacturers Association*, Park Ridge, Illinois, (1955)
- [5] M. S. Kim, “Dynamic Behavior of Roller Chain Drives at Moderate and High Speeds”, *Thesis of Doctor Degree*, University of Michigan, (1990)
- [6] N. Veikos, F. Freudenstein, “On the Dynamic Analysis of Roller Chain Drivers: Part I – Theory”, *Mechanical Design and Synthesis* DE-Vol.46, ASME, 431-439, (1992)
- [7] N. Veikos, F. Freudenstein, “On the Dynamic Analysis of Roller Chain Drivers: Part II - Case Study”, *Mechanical Design and Synthesis* DE-Vol.46, ASME, 441-450, (1992)
- [8] J. Ambrósio, S. Pedersen, J. Hansen, “Roller-Sprocket Contact Models in the Dynamics of Roller-Chain Drives”, *New Developments on Tribology: Theoretical Analysis and Application to Industrial Processes*, Actas das 8<sup>as</sup> Jornadas Portuguesas de Tribologia, 195-202, (2002)
- [9] P. Nikravesh, *Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems*, Prentice-Hall, Engl.-Cliffs, New Jersey, (1988)

## DYNAMIC BEHAVIOR OF CHAIN DRIVES: NUMERICAL AND EXPERIMENTAL STUDY

**Abstract** – An equipment to test roller chain drives has been developed especially to validate numerical results. The equipment is characterized and its performance discussed. An experimental procedure was developed to validate a numerical tool specially developed to chain drives modeling. The validation procedure is based on the comparison between the forces spectra acquired on the tested transmission and calculated by the numerical model.

**Keywords** – Mechanical drives, roller chain, dynamic of mechanisms, numerical methods.

