



# MODELADO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN NATURAL Y RADIACIÓN COMBINADAS MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS VOLÚMENES FINITOS

DANIEL REBOLLO, MANUEL SANCHEZ

Universidad Nacional de San Juan  
Instituto de Mecánica Aplicada  
Libertador 1109 oeste 5400 – San Juan – Argentina

*(Recibido 10 de noviembre de 2004, para revisión 17 de junio de 2005, para publicación 20 de marzo de 2007)*

**Resumen** – En este trabajo se ha simulado numéricamente un proceso de transferencia de calor por conducción, convección y radiación en forma combinada. Se ha estudiado una cavidad cuadrada bidimensional rellena de aire que absorbe, emite y dispersa isotrópicamente la radiación térmica. Además, se han considerado una gran variedad de situaciones térmicas, convectivas y radiantes. Para realizar la simulación numérica se ha utilizado el método de los volúmenes finitos el cual ha sido extensamente usado en problemas de convección y solo recientemente se ha extendido su uso a problemas de radiación térmica. El principal objetivo de este trabajo es el análisis de los procesos de transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinados en cavidades cuadradas bidimensionales y la implementación y validación del método de los volúmenes finitos para la simulación numérica de procesos de transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinada. El dominio espacial bidimensional ha sido discretizado utilizando volúmenes de control cuadriláteros y el dominio angular se ha discretizado en un número finitos de ángulos de control. El procedimiento numérico ha sido implementado en un programa de computadora que fue utilizado para obtener los resultados presentados en este trabajo. Las soluciones obtenidas han sido comparadas con resultados publicados. El análisis muestra que las soluciones presentadas en este trabajo son correctas y pueden ser extendidas a situaciones más complejas con un amplio margen de seguridad.

**Palabras clave** – Convección natural, Radiación, Convección natural combinada con radiación, Método de los volúmenes finitos.

## 1. INTRODUCCIÓN

En muchas aplicaciones prácticas de conversión de energía, la conducción y la convección de calor ocurren simultáneamente con una cantidad significativa de radiación térmica. Ejemplos concretos de estos sistemas son los motores de combustión interna, turbinas térmicas y hornos industriales. Por ejemplo, en hornos que queman combustibles fósiles, el dióxido de carbono y el vapor de agua, formados como productos de la combustión, absorben y emiten cantidades significativas de radiación térmica. La participación del medio también puede ser apreciable en las cámaras de combustión de los motores. Otros ejemplos de transferencia de calor por modos combinados se pueden encontrar en los hornos de fundición de vidrio, explosiones nucleares, propulsión de cohetes, fenómenos ambientales y procesos de enfriamiento en dispositivos electrónicos.

En las últimas tres décadas se han publicado numerosos estudios tanto numéricos como experimentales, entre ellos se pueden destacar el de Larson y Viskanta [21] que estudiaron la convección libre laminar y radiación térmica combinada en una cavidad rectangular. Lauriat [22] investigó las interacciones entre la radiación y convección natural en una cavidad vertical rellena con un fluido gris, usando una combinación de métodos, función corriente y vorticidad, resuelta en diferencias finitas para la convección – difusión y armónicas esféricas P1 para la radiación. Chang, Yang y Lloyd [6] estudiaron las interacciones entre la convección natural y la radiación en una cavidad rectangular con una partición en el piso y en el techo, rellena con un medio participante no gris y uno no participante. Utilizaron una combinación de

métodos, flujo radial para la radiación y diferencias finitas para la convección – difusión. Chung y Kim [9] analizaron la transferencia de calor por modos combinados en un canal divergente, calentado desde abajo, con paredes laterales térmicamente aisladas, relleno con un medio absorbente, emisor e isotrópicamente dispersante. Ellos utilizaron el método de los elementos finitos estándar de Galerkin. Fusegi y Farouk [13] efectuaron un estudio numérico sobre la interacción entre la convección natural turbulenta y la radiación térmica en una cavidad cuadrada rellena con un gas no gris. Yucel, Archaya y Williams [41] estudiaron la interacción convección natural – radiación térmica para una cavidad cuadrada inclinada con paredes negras. Yucel y Archaya [40] extendieron un poco más su anterior trabajo para incluir cavidades cuadradas parcialmente divididas con paredes interiores negras. Fusegi, Ishii, Farouk y Kuwahara [14] resolvieron el problema de la interacción en modo combinado, convección natural y radiación, en un cubo, relleno con un medio no gris. Tan y Howell [36] investigaron el problema de la convección natural y radiación combinada en una cavidad cuadrada con paredes laterales calentadas diferencialmente y paredes horizontales térmicamente aisladas, rellena con un medio gris absorbente, emisor e isotrópicamente dispersante. Ellos utilizaron una combinación de métodos: la formulación integral exacta, resuelta por método de la integración del producto para la radiación, y la formulación función corriente – vorticidad, resuelta por diferencias finitas para la continuidad, el momento y la energía. Morales y Campo [27] estudiaron los efectos de la radiación térmica en la convección natural de gases en ámulos isotérmicos horizontales. Ellos resolvieron la ecuación de la transferencia radiante usando el método de las armónicas esféricas de primer orden  $P_1$  y las ecuaciones de conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía, por medio del método de los volúmenes finitos. De Groh y Kassemi [10] estudiaron experimentalmente y numéricamente, usando software comercial, el efecto de la radiación sobre en una cavidad cilíndrica calentada desde arriba, con y sin paredes laterales aisladas térmicamente, con un medio no participante. Rousse [33] utilizó el método de los elementos finitos basados en volúmenes de control para la predicción de la transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinadas en un medio absorbente, emisor e isotrópicamente dispersante. Hasani [16] estudió los efectos de la convección natural y radiación térmica combinadas en cavidades triangulares. Él combina la formulación función corriente – vorticidad para la convección – difusión, y el método de las ordenadas discretas, para la radiación, resueltas por el método de los volúmenes finitos. Finalmente, Lan [20] utilizó el método espectral de colocación de Fourier – Chebyshev para resolver problemas de conducción, convección y radiación combinadas en cavidades bidimensionales.

En este trabajo se ha simulado numéricamente un proceso de transferencia de calor por conducción, convección y radiación en forma combinada. Para realizar la simulación numérica se ha utilizado el método de los volúmenes finitos como único método de cálculo, constituyendo este hecho un importante y novedoso aporte a la resolución de problemas combinados.

Se ha efectuado un análisis de los procesos de transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinados en cavidades bidimensionales y la implementación y validación del método de los volúmenes finitos para la simulación numérica de procesos de transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinada.

## 2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

El modelo matemático está constituido por la ecuación diferencial de la conservación de la masa, la ecuación diferencial de la conservación de la cantidad de movimiento lineal y la ecuación diferencial de la conservación de la energía [1, 11, 12, 17, 23, 25, 28, 31]:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{V} &= 0 \\ \frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) - \rho \mathbf{g} + \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} &= 0 \\ \rho c_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T \mathbf{V}) \right] - \nabla \cdot (k \nabla T) - \nabla \cdot \mathbf{q}_r &= 0 \end{aligned}$$

donde  $\mathbf{V}$  es el vector de velocidad,  $t$  el tiempo,  $\rho$  la densidad,  $\mathbf{g}$  el vector de las fuerzas de masa,  $p$  la presión cinemática,  $\mu$  la viscosidad dinámica,  $c_p$  el calor específico a presión constante,  $T$  la temperatura,  $k$  la conductibilidad térmica,  $\mathbf{q}_r$  el flujo de calor por radiación térmica,  $\nabla$  el operador gradiente,  $\nabla \cdot$  el operador divergencia y  $\nabla^2$  el operador de Laplace.

La ecuación que describe la propagación de la radiación térmica en un dominio multidimensional con paredes grises-difusas, relleno con un medio participante gris, se puede escribir como [2, 26, 35]:

$$\mathbf{s} \cdot \nabla i = -\beta i + S_r$$

donde  $i$  es la intensidad de radiación,  $\mathbf{s}$  el vector de dirección,

$$\beta = \kappa + \sigma$$

es el coeficiente de extinción,  $\kappa$  el coeficiente de absorción,  $\sigma$  el coeficiente de dispersión,  $S_r$  el término fuente de la radiación

$$S_r = \kappa i_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\omega=0}^{4\pi} i \Phi d\omega$$

donde  $\omega$  es el ángulo sólido,  $\Phi$  la función de fase y  $i_b$  es la intensidad de radiación del cuerpo negro.

La divergencia de la energía radiante se calcula como

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_r = \kappa \left( 4\gamma T^4 - \int_{\omega=0}^{4\pi} i d\omega \right)$$

donde  $\gamma$  es la constante de Stefan – Boltzmann.

En este estudio se considera que el fluido es incompresible, las propiedades físicas son constantes y solo se tiene en cuenta la variación de la densidad con la temperatura.

## 2.1. Método numérico

El método de los volúmenes finitos es usado para resolver el sistema de ecuaciones integro-diferenciales que componen el modelo matemático. Ha sido extensivamente utilizado para resolver problemas de difusión-convección [11, 18, 23, 29, 30, 38, 39] y recientemente aplicado a problemas de radiación [3, 4, 5, 7, 8, 15, 24 32]. Los autores de este trabajo no tienen conocimiento de que haya sido utilizado para resolver problemas combinados. En los últimos años el método de los volúmenes finitos se ha transformado en uno de los métodos más usados y con mayor futuro.

Las cavidades han sido discretizadas con 80x80 celdas interiores y se ha usado una malla irregular con una variación del ancho de la celda de tipo exponencial. El espacio angular se divide en 18x36 ángulos polares y azimutales respectivamente.

Las ecuaciones integro-diferenciales que integran el modelo matemático se resuelven en forma secuencial de manera segregada y el acoplamiento presión-velocidad se realiza a través del método *SIMPLE* [11, 23, 29] el cual se ha transformado en uno de los algoritmos de acople presión-velocidad más populares.

El acoplamiento entre la temperatura y la densidad se resuelve con la aproximación de *Boussinesq*, en la cual la diferencia de densidad, la cual causa el movimiento de fluido, se aproxima como función de la temperatura solamente, es decir:

$$\rho_0 - \rho = \rho\beta(T - T_0)$$

donde  $T_0$  es la temperatura de referencia,  $\rho_0$  la densidad correspondiente a esa temperatura y  $\beta$  el coeficiente de extinción térmica.

## 2.2. Condiciones de borde

En este trabajo solo se consideran paredes sólidas, isotérmicas y adiabáticas. Para la radiación, debe agregarse la condición de paredes grises, opacas y difusas.

La condición de borde para pared isotérmica se puede escribir, para la radiación, como:

$$i_w = \varepsilon_w i_{bw} + \frac{\rho_w H_w}{\pi}$$

donde el subíndice  $w$  representa la pared,  $\varepsilon$  es la emisividad,  $\rho$  la reflectividad,  $H$  es la irradiación hemisférica y  $i_{bw}$  es la intensidad de radiación de la pared negra, la cual depende de la cuarta potencia de la temperatura absoluta de la pared. Estos últimos se calculan como:

$$i_{bw} = \frac{\gamma T_w^4}{\pi}$$

$$H_w = \int_{\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}_w < 0} i_w |\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}_w| d\omega$$

donde  $\mathbf{n}$  es la normal unitaria a la pared. El flujo neto de calor radiante  $q_r$  que atraviesa la pared se calcula como:

$$q_r = \pi i_w - \varepsilon_w H_w$$

y el flujo de calor por conducción  $q_c$  se calcula como:

$$q_c = k(\nabla T)_w$$

El flujo de calor total, normal a la pared isotérmica, es la suma del flujo de calor por conducción y radiación, es decir:

$$q_t = q_c + q_r$$

$$q_t = k(\nabla T)_w + \gamma \varepsilon_w T_w^4 - \varepsilon_w H_w$$

Para paredes adiabáticas, el flujo de calor total  $q_t$  es nulo, y como los flujos de calor por conducción y radiación dependen de potencias diferentes de la temperatura, se genera una ecuación de cuarto orden para la temperatura:

$$k(\nabla T)_w + \gamma \varepsilon_w T_w^4 - \varepsilon_w H_w = 0$$

## 3. GEOMETRÍA Y CONDICIONES TÉRMICAS

Se estudia una cavidad bidimensionales cuadrada con paredes de longitud  $L$ , la cual se muestra en la Fig. 1. La cavidad está rellena con aire, la densidad  $\rho$ , el calor específico  $c_p$ , la viscosidad cinemática  $\mu$  y la conductividad térmica  $k$ , se obtuvieron de Holman [17]. La Tabla 1 muestra los valores de estas propiedades físicas a las distintas temperaturas de referencia. El número de Rayleigh  $Ra$ , el número de Prandtl  $Pr$ , y el coeficiente de expansión térmica  $\beta$  se calculan como:

$$Ra = \frac{\rho^2 g \beta L^3 \Delta T Pr}{\mu^2} \quad Pr = \frac{c_p \mu}{k} \quad \beta = \frac{1}{T_0}$$

Las paredes oeste y este son isotérmicas, siendo la temperatura de la pared oeste igual a la temperatura de referencia  $T_0$  más 10 K. La temperatura de la pared este es igual a la temperatura de referencia  $T_0$ , de

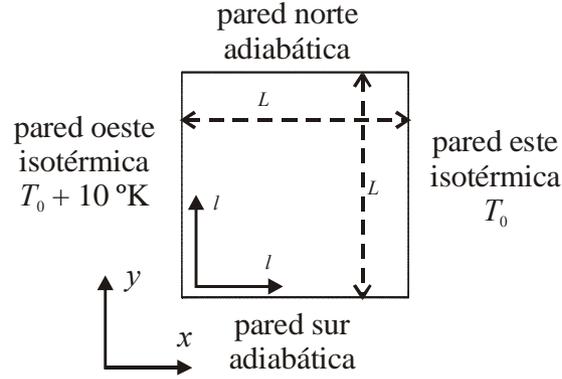


Fig. 1. Geometría del problema.

Tabla 1. Propiedades del aire a las diferentes temperaturas de referencia.

$T_0$	$\rho$	$c_p$	$\mu \times 10^5$	$k$	$Pr$	$\beta$
300	1.1774	1005.7	1.8462	0.02624	0.708	1 / 300
400	0.8826	1014.0	2.2860	0.03365	0.689	1 / 400
500	0.7048	1029.5	2.6710	0.04038	0.680	1 / 500

Tabla 2. Longitudes de las caras para las diferentes temperaturas de referencia.

$Ra$	$L$		
	$T_0 = 300$	$T_0 = 400$	$T_0 = 500$
$10^4$	0.02198076	0.03411395	0.04757031
$10^5$	0.04735612	0.07.349629	0.10248714
$10^6$	0.10202567	0.15834297	0.22080184

esta forma, siempre el  $\Delta T = 10^\circ K$ . Este es el máximo permitido para el aire dentro de la aproximación de *Boussinesq* [11]. Las paredes sur y norte son adiabáticas.

Se estudian tres valores de  $Ra = 10^4, 10^5$  y  $10^6$ . Para estos valores de  $Ra$ , y las diferentes temperaturas de referencia, resultan las longitudes de las paredes que se muestran en la Tabla 2.

Para cada cavidad se ha tomado una coordenada local  $l$  en la dirección de las caras, la cual está adimensionalizada con la longitud de la cavidad  $L$ . Las velocidades han sido referidas a una velocidad de difusión:

$$|\mathbf{V}_d| = \frac{\mu}{Pr \rho L}$$

de manera que los resultados sean comparables a los existentes en la literatura. Los valores de la temperatura se dan referidos a la temperatura de referencia  $T_0$ , es decir:

$$\Delta T = T - T_0$$

Para tener en cuenta la transferencia total de energía térmica en la cavidad estudiada en este trabajo, se define el flujo de calor medio  $q_m$  como:

Tabla 3. Comparación de resultados para convección natural pura independientes de la grilla para cavidad cuadrada y  $Ra = 10^6$

Parámetro	Vahl Davis	Hortmann	Medio	Rebollo et al	Desviación %
$u_{max}$	64,63	64,8367	64,73	64,739	0,00873
$v_{max}$	219,36	220,461	219,91	220,799	0,40403
$Nu_{med}$ (oeste)	8,817	8,82513	8,82	8,858	0,41871
$Nu_{max}$ (oeste)	17,925	17,536	17,73	17,705	-0,14382
$Nu_{min}$ (oeste)	0,989		0,989	0,985	-0,40445

$$q_m = \frac{1}{L} \int_0^L q(l) dl$$

donde  $l$  es la coordenada local a lo largo de la pared considerada.

Todas las magnitudes usadas están expresadas en el sistema internacional de medidas.

#### 4. VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE SOLUCIÓN.

##### 4.1. Convección Natural

A los efectos de validar el método utilizado para convección natural, en la Tabla 3 se comparan los resultados del autor con los resultados independientes de la grilla obtenidos por de Vahl Davis [37] y Hortmann [18], para el caso de mayor número de Raleygh ( $10^6$ ), el cual es el mas desfavorable. Como parámetros representativos del fenómeno físico se toman las velocidades máximas y los valores máximo, medio y mínimo del número de Nusselt.

Estos parámetros tomados de [18] y [37] se han representado en la segunda y tercera columna respectivamente, y su promedio en la cuarta columna ("Medio"), en la quinta columna se representan los datos del autor, y en la última columna se han calculado las desviaciones porcentuales de los resultados del autor respecto del promedio entre las dos referencias. Se observa que las desviaciones en todos los casos están muy por debajo del 1%.

##### 4.2. Radiación

En el caso de radiación, se han tomado como referencia los resultados de Shah [34] quien desarrolló una solución exacta para la cavidad cuadrada con paredes negras frías y medio isotérmico absorbente y dispersante, obteniendo, entre otros resultados, el flujo de calor adimensional en la superficie de la cavidad.

Los resultados del presente trabajo comparan adecuadamente con los de la referencia citada, presentando una desviación máxima del 3% para  $x=0,1$  (ver Fig. 2).

#### 5. RESULTADOS Y DISCUSIONES

Se realizó una serie de cálculos en un ordenador tipo Pentium IV variando  $Ra$ ,  $\kappa$  y  $To$ . El tiempo de CPU estuvo entre 15 y 60 min por cálculo, dependiendo de los valores de los parámetros antes mencionados.

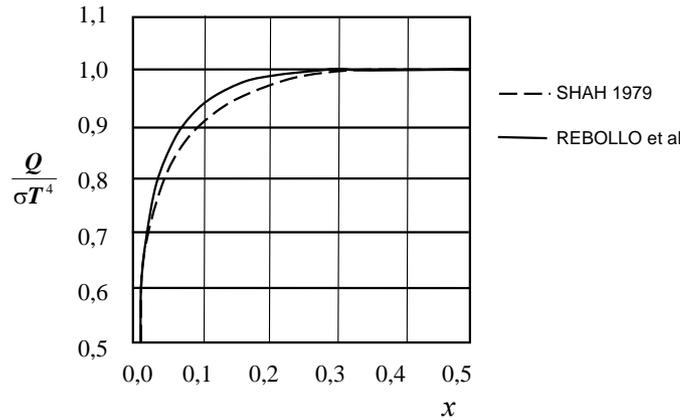


Fig. 2. Flujo de calor radiante en la superficie en una cavidad cuadrada con paredes negras frías y rellena con un medio emisor isotérmico, absorbente y dispersante para el caso de radiación pura y con  $\kappa=10.0$ . Comparación entre los resultados de Shah [34] y los del presente trabajo.

### 5.1. Convección Pura

En primer lugar se muestran los resultados correspondientes a convección pura, aquí se presentan las isothermas, líneas de corriente y contornos de velocidad horizontal y vertical. También se presentan las distribuciones de temperatura y velocidades en las secciones medias y las distribuciones de flujo de calor en la pared oeste de la cavidad para los tres valores de  $Ra$  estudiados. Los valores de las 15 isothermas son comunes a todas las configuraciones,  $Ra$  y  $T_0$  consideradas en este estudio.

En la Fig. 3 se muestran las isothermas y las líneas de corriente para los tres  $Ra$  considerados. De la observación de las isothermas se puede advertir que, mientras mayor es el  $Ra$ , la capa límite térmica resulta más fina, siendo mayores los gradientes térmicos sobre las paredes isotérmicas. Sobre la pared oeste, los gradientes de temperatura son mayores en la proximidad de la pared sur, disminuyendo en intensidad al acercarse a la pared norte. Sobre la pared este, ocurre lo contrario.

En todas estas graficas se advertirá que existe una simetría polar respecto al centro de la cavidad. Esta simetría se pierde cuando la radiación está presente.

Debido al aumento en la intensidad de la convección y a la aparición de vórtices centrales, las isothermas van resultando horizontales en el centro de la cavidad al aumentar el  $Ra$ . Para  $Ra = 10^6$ , la distribución de temperatura esta verticalmente estratificada en la región central y la temperatura se incrementa desde la pared sur hacia la pared norte, generando de esta manera el movimiento vertical del fluido. En la región central, la velocidad es mucho más pequeña que en la capa limite.

La Fig. 3 también muestra las líneas de corriente, cuyos valores de los contornos se dan para cada temperatura de referencia. Puede observarse que, para  $Ra = 10^4$ , existe un solo vórtice central, para  $Ra = 10^5$ , aparecen dos vórtices centrales, y para  $Ra = 10^6$ , resultan tres vórtices, siendo el sentido de circulación del fluido horario, desplazándose las líneas de corriente hacia las fronteras a medida que aumenta el  $Ra$ . Existe un incremento de la función corriente con  $Ra$  y  $T_0$ , siendo el incremento con el  $Ra$  mayor que el incremento debido a  $T_0$ .

En la Fig. 4 pueden verse las isolíneas de velocidad para la componente horizontal  $u$  y vertical  $v$  con los valores de los contornos correspondientes. Se observa como, a medida que aumente el  $Ra$ , los valores absolutos máximos de la componente horizontal se van desplazando desde la región central hacia la esquina superior izquierda e inferior derecha.

Para el caso de la componente vertical, los máximos se desplazan hacia las paredes laterales, estrechándose, pero manteniéndose en la zona media de la pared. En la zona central de la cavidad, las velocidades son mínimas. Se advierte que los máximos crecen fuertemente con el  $Ra$  y que la componente vertical toma valores mayores a la componente horizontal.

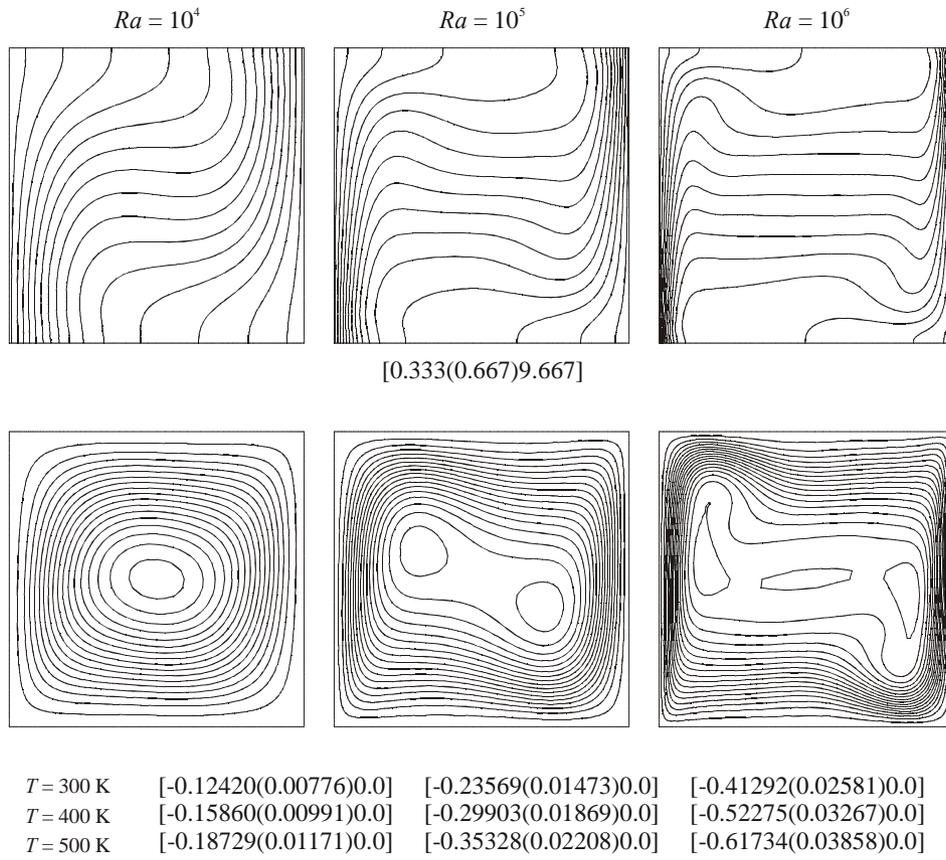


Fig. 3. Isothermas y líneas de corriente para convección pura.

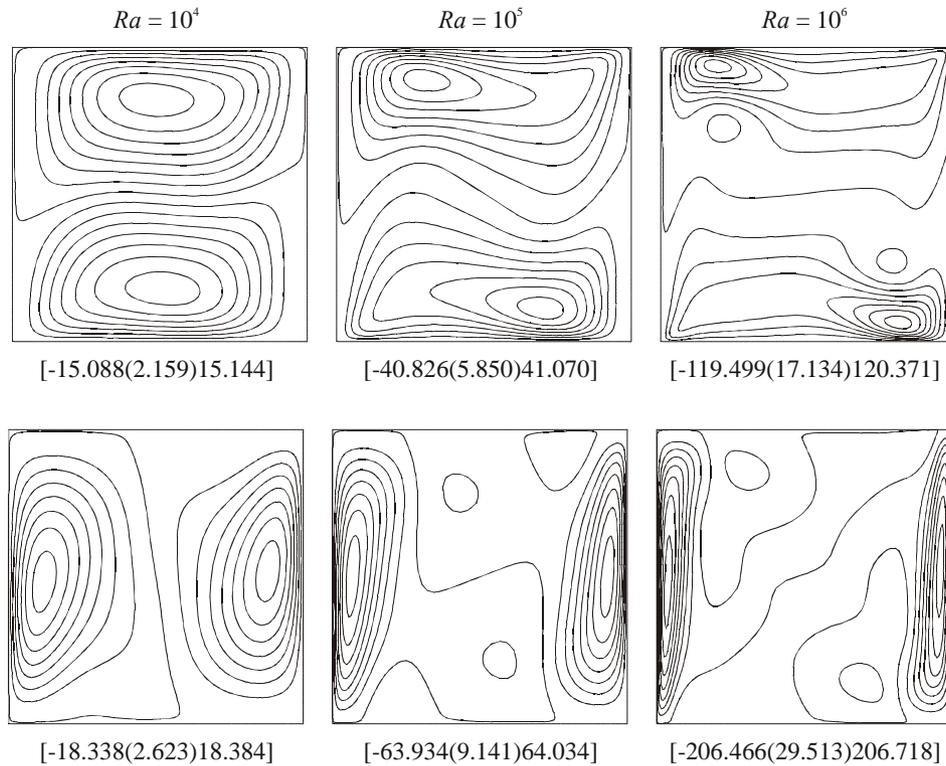


Fig. 4. Contornos de velocidad horizontal y vertical para convección pura.

En la Fig. 5 pueden verse los perfiles de temperatura en las secciones medias vertical y horizontal. En la sección vertical puede observarse una variación de la temperatura prácticamente lineal en aproximadamente la mitad central de la sección, donde las velocidades son menores. En las cercanías de la pared adiabática sur, se observa que las temperaturas alcanzadas disminuyen con el  $Ra$ , ocurriendo lo contrario sobre la pared norte, debido al aumento de la convección. En la sección media horizontal puede observarse, como ya se destacó en el análisis de las isotermas, que las temperaturas son prácticamente constantes e igual al valor medio del  $\Delta T$ , extendiéndose hasta prácticamente el 90% del ancho de la cavidad para  $Ra = 10^6$ .

En la Fig. 5 pueden verse, además, los perfiles de las componentes de velocidad horizontal  $u$  y vertical  $v$  en las secciones medias vertical y horizontal respectivamente. Se observa que la componente horizontal alcanza los valores máximos en las cercanías de la coordenada  $l = 0.85$  y los mínimos sobre la coordenada  $l = 0.15$ , siendo estos máximos función del número de  $Ra$ . Esto indica un incremento importante de la convección con el  $Ra$ . En el centro de la cavidad, como ya se destacó en el análisis de las isolíneas de velocidad, la velocidad se reduce notablemente y se advierte la perfecta simetría polar existente entre estos perfiles de velocidad. Respecto de la componente vertical, como ya se destacó, se aprecia que los máximos y mínimos de velocidad se desplazan hacia las paredes laterales con el aumento del  $Ra$ . También es posible advertir el importante incremento en los máximos de velocidad al aumentar el  $Ra$  y que la componente vertical toma valores máximos mayores que la componente horizontal. Para  $Ra = 10^6$ , la componente vertical de velocidad es prácticamente nula desde la coordenada  $l = 0.2$  hasta 0.8.

La Fig. 6 muestra la distribución del flujo de calor  $q$  a lo largo de la pared oeste para los tres  $Ra$  y las tres  $T_0$  analizadas. Se advierte que los máximos se encuentran en las cercanías de la pared sur, ya que el aire frío se dirige hacia ella en este sector de la cavidad debido al sentido horario de circulación. Puede verse además, que los mayores flujos de calor corresponden a la temperatura de referencia más baja y los menores flujos a las temperaturas mayores. También se aprecia que, para una misma temperatura, el valor máximo del flujo de calor crece con el  $Ra$  y se aproxima más a la pared sur, debido al aumento de la circulación y la reducción de la capa límite. Los valores mínimos del flujo de calor se ubican en las proximidades de la pared norte, ya que el aire que se desplaza hacia arriba junto a la pared norte se va calentando, reduciendo el gradiente de temperatura. Los mínimos van disminuyendo con el  $Ra$ . Del análisis de la distribución del flujo de calor a lo largo de la pared caliente, se desprende que la  $T_0$  ejerce un efecto negativo en la transferencia de calor, disminuyendo la eficiencia térmica de la cavidad. La explicación de este efecto se hace a partir de la teoría de la convección natural. Sabemos que el calor transferido es proporcional al número de Grashoff, el cual contiene el término  $\Delta T/T_0$ , por lo que si  $\Delta T$  se mantiene constante y  $T_0$  aumenta, el calor transferido disminuirá.

## 5.2. Modo combinado

Seguidamente se presentan los resultados obtenidos para el modo combinado en las distintas configuraciones térmicas estudiadas, para el caso del aire con flujo laminar en estado estacionario. Los parámetros geométricos y térmicos utilizados, y las condiciones de borde impuestas, son las mismas que para el caso de convección pura y radiación pura. Los resultados se muestran en forma de líneas isotermas, líneas de corriente, contornos de velocidad, perfiles de temperatura y velocidad, distribución de flujo de calor en la pared oeste y flujos de calor medio. Por razones de espacio, solo se muestran los perfiles para  $Ra = 10^6$  y los contornos para  $\kappa = 1.0$ . Por facilidad de comparación, en los perfiles se han incluidos los correspondientes a convección pura y radiación pura.

En la Fig. 7 se muestran las isotermas correspondientes a los tres  $Ra$  y  $T_0$  consideradas con  $\kappa = 1.0$ . Los valores de los contornos coinciden con los dados en la Fig. 3. Se advierte que, con el aumento de la temperatura, las isotermas se distribuyen en forma más uniforme a lo largo de las paredes laterales, separándose más en la pared oeste, dando gradientes menores a los de convección pura. Sobre la pared este no se observa grandes diferencias respecto al caso de convección pura. También se nota, respecto del caso de convección pura, que con el aumento de la temperatura crece la separación entre las curvas a lo largo de la sección media vertical, además de la inclinación.

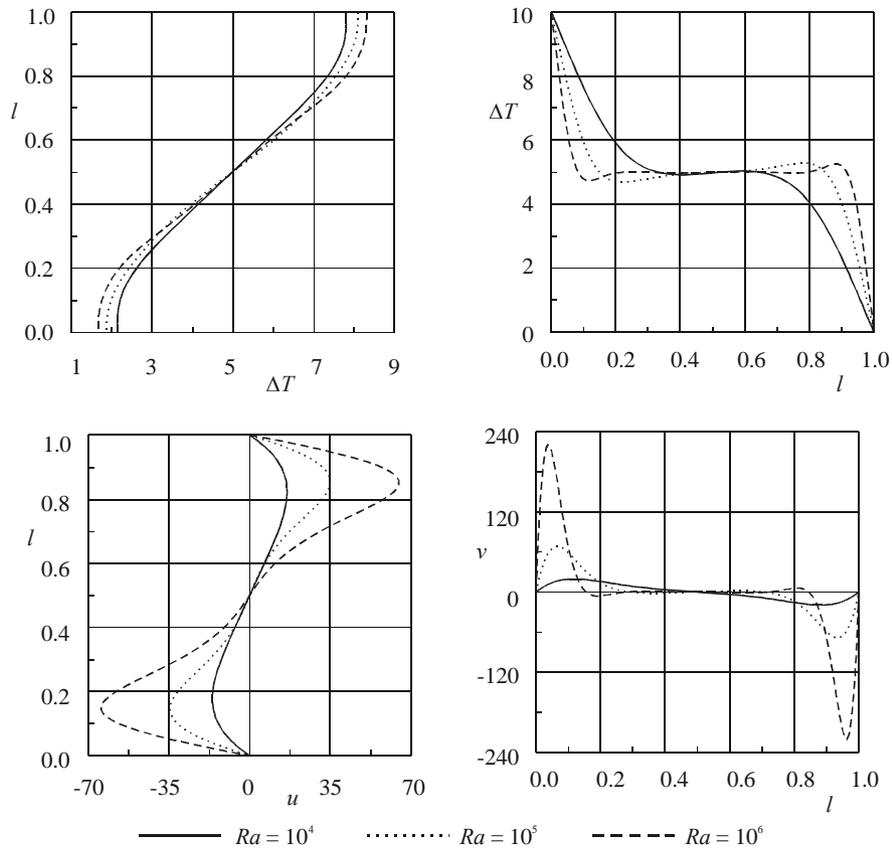


Fig. 5. Distribuciones de temperatura y velocidad, horizontal y vertical, en la sección media vertical y horizontal para convección pura.

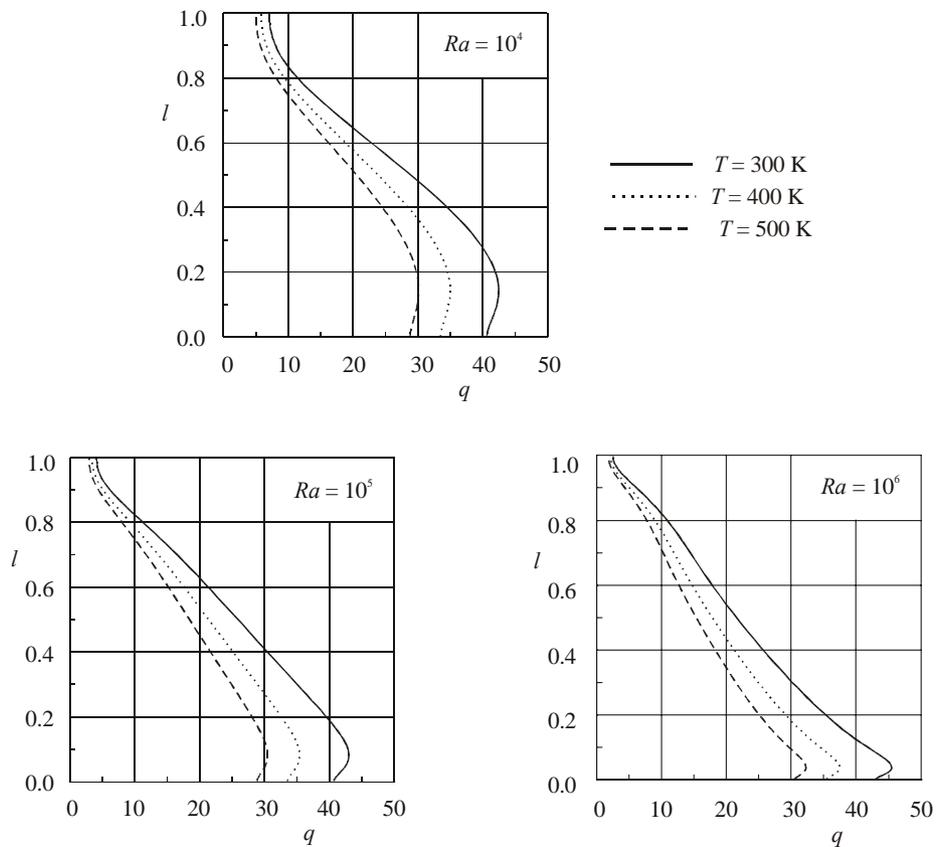


Fig. 6. Flujo de calor en la pared oeste para convección pura.

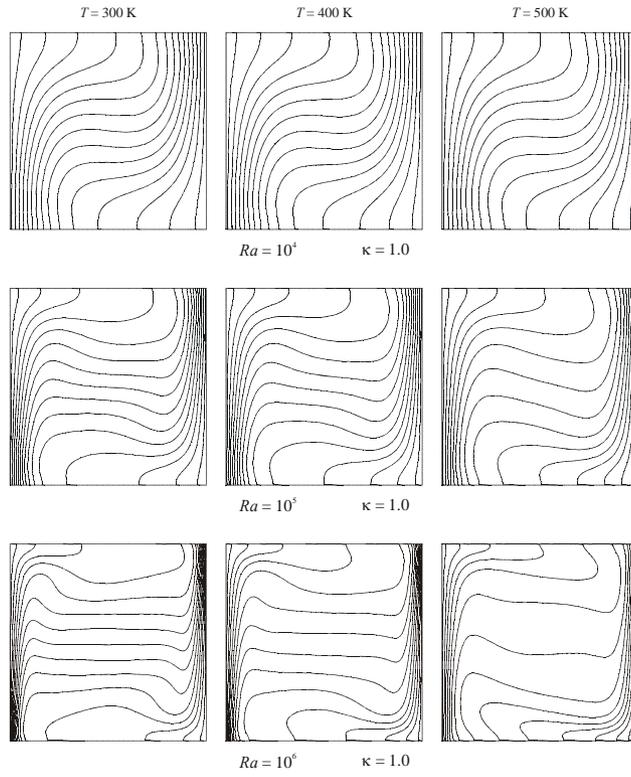


Fig. 7. Isotermas para el modo combinado.

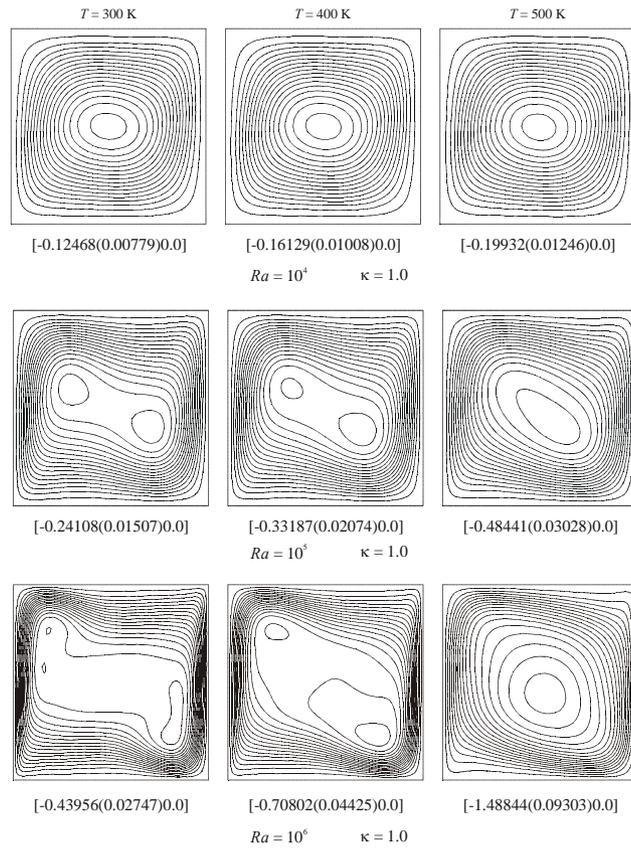


Fig. 8. Líneas de corriente para el modo combinado.

La Fig. 8 muestra las líneas de corriente para el caso combinado con coeficiente de absorción  $\kappa = 1.0$  para los tres  $Ra$  y las tres  $T_0$  y los correspondientes valores de los contornos. Es posible advertir como, para  $Ra = 10^5$  y  $10^6$ , el incremento de la temperatura tiende a reducir el patrón de líneas correspondiente al caso de convección pura, con dos y tres vórtices centrales, a uno circular de un solo vórtice, separando las líneas de las paredes y aumentando la separación entre líneas, con el consiguiente aumento de las velocidades en la región central de la cavidad. Se observa como, para  $T_0 = 500$ , el vórtice central se desplaza hacia el vértice inferior derecho con el aumento del  $Ra$ . De la comparación de los valores tomados por los contornos se advierte que son mayores a los correspondientes a convección pura, incrementándose esta diferencia con la  $T_0$ .

Las figuras 9 y 10 muestran los contornos de velocidad horizontal y vertical para los tres  $Ra$  y las tres  $T_0$  con  $\kappa = 1.0$  y los valores de sus contornos correspondientes. Se puede ver que, para mayores temperaturas, las líneas tienden a separarse, ocupando la zona de máximos una mayor porción de la cavidad, con el consiguiente aumento de las velocidades en la región central. Los valores de los contornos se incrementan con la temperatura, siendo superiores a los correspondientes a convección pura.

La Fig. 11 muestra el perfil de temperatura en la sección media vertical, y la Fig. 12, en la sección media horizontal, para  $Ra = 10^6$  y las tres  $T_0$ , para el caso de convección pura, radiación pura y modo combinado con coeficientes de absorción  $\kappa = 0.1$  y  $1.0$ . Puede advertirse como, en la sección media vertical, la influencia de la radiación se hace más importante con el aumento de la temperatura, aproximándose la curva correspondiente al modo combinado con mayor coeficiente de absorción, al perfil de radiación pura. A medida que aumenta  $T_0$ , para el modo combinado, la temperatura del punto medio de la pared norte va disminuyendo, aproximándose al valor correspondiente a radiación. En el perfil horizontal de temperatura no se observa una influencia de la radiación tan marcada como en el perfil vertical. Se observa que  $\kappa$  no ejerce una gran influencia en el perfil de radiación. Para el caso combinado, el incremento de  $\kappa$  produce una transformación del perfil de convección pura hacia el de radiación pura, siendo más evidente al aumentar la temperatura.

La Fig. 13 muestra los perfiles de velocidad horizontal y la Fig. 14 los perfiles de velocidad vertical en la sección media vertical y horizontal respectivamente. Se puede observar nuevamente como la radiación tiene una mayor influencia sobre la convección al aumentar la temperatura y el coeficiente de absorción. En el modo combinado se detectan importantes incrementos en el máximo de velocidad horizontal respecto a la convección pura. Para la componente vertical, el incremento del máximo es mucho menor. Estas diferencias se hacen más notables con el aumento de la temperatura.

Las figuras 15, 16 y 17 presentan la distribución del flujo de calor en la pared oeste para los  $Ra$ ,  $T_0$  y  $\kappa$  considerados en este trabajo. Para cada  $Ra$ , el aumento de la temperatura produce un importante incremento en la radiación térmica, teniendo una gran influencia en el modo combinado. También se advierte como la simetría horizontal en la distribución del flujo de calor por radiación se refleja en el modo combinado a medida que aumenta la temperatura. Se aprecia además, que con el aumento de la temperatura, la distribución de  $q$ , para el caso de radiación y modo combinado, se separa notablemente de la correspondiente distribución por convección, dejando en evidencia su poca importancia en el modo combinado. Para  $T_0 = 300$ , en las cercanías de la pared sur, donde se ubican los máximos de  $q$  por convección, se puede observar que el flujo de calor por convección supera al de radiación, y la distribución de  $q$  en el modo combinado sigue la forma de la distribución de convección. Se observa que, en las cercanías de la pared norte, el flujo de calor por radiación supera al del modo combinado en una porción mayor de la pared a medida que aumenta  $T_0$ .

Finalmente, se aprecia que  $\kappa$  tiene mayor influencia en la radiación y el modo combinado a medida que aumenta el  $Ra$  y  $T_0$ , debido al incremento de las dimensiones de la cavidad.

La Fig. 18 muestra los flujos de calor medio por convección, radiación y modo combinado en la pared oeste de la cavidad, para cada  $Ra$  y  $T_0$  considerados. Se puede comprobar que el flujo de calor medio por convección disminuye con  $T_0$  y con  $Ra$ . Para los tres  $Ra$ , el flujo de calor medio por convección para  $T_0 = 400$  se reduce en un 17.5%, y para  $T_0 = 500$ , en un 29.0% del valor correspondiente a  $T_0 = 300$ . Además, se puede verificar que, para todas las  $T_0$ , el flujo de calor medio disminuye en un 6.9%, para  $Ra = 10^5$ , y en un 15.6%, para  $Ra = 10^6$ , del valor correspondiente a  $Ra = 10^4$ .

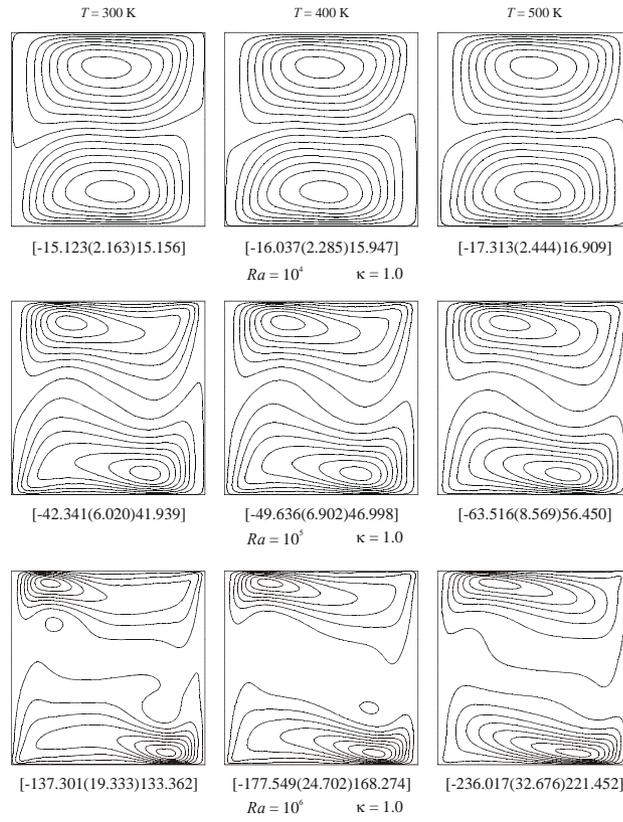


Fig. 9. Contornos de velocidad horizontal para el modo combinado.

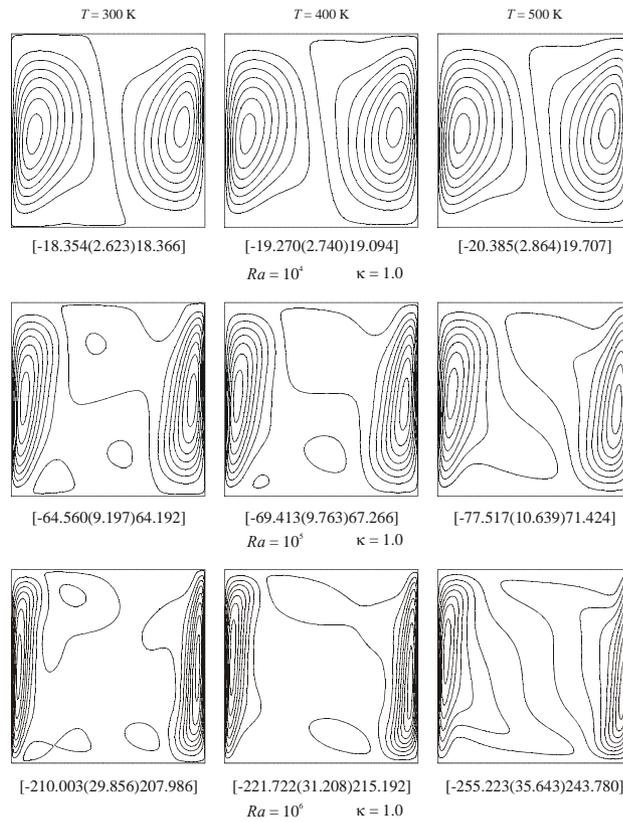


Fig. 10. Contornos de velocidad vertical para el modo combinado.

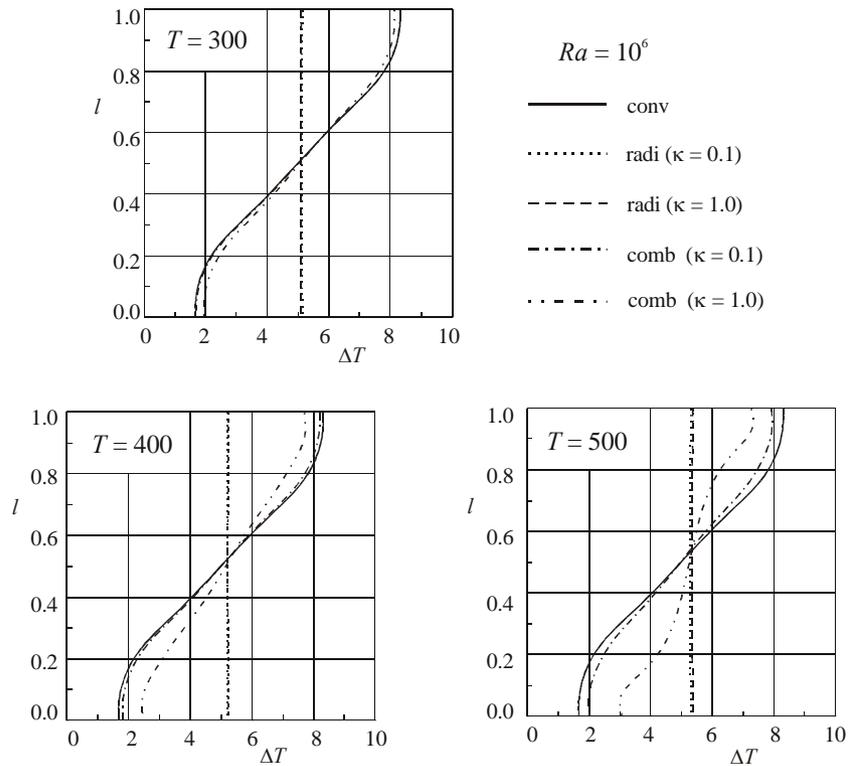


Fig. 11. Distribuciones de temperatura en la sección media vertical.

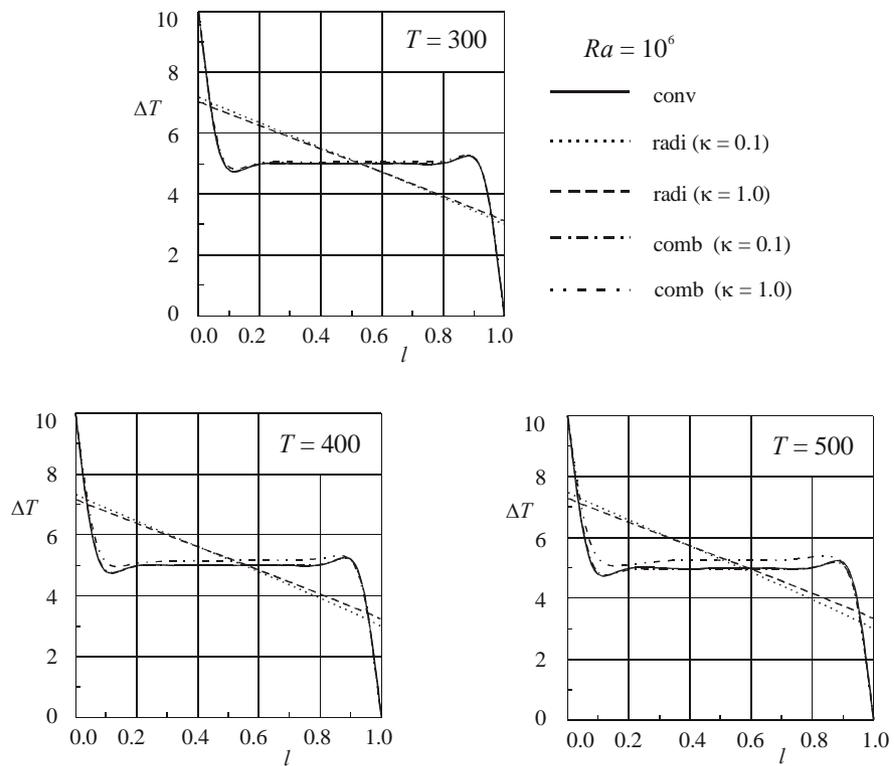


Fig. 12. Distribuciones de temperatura en la sección media horizontal.

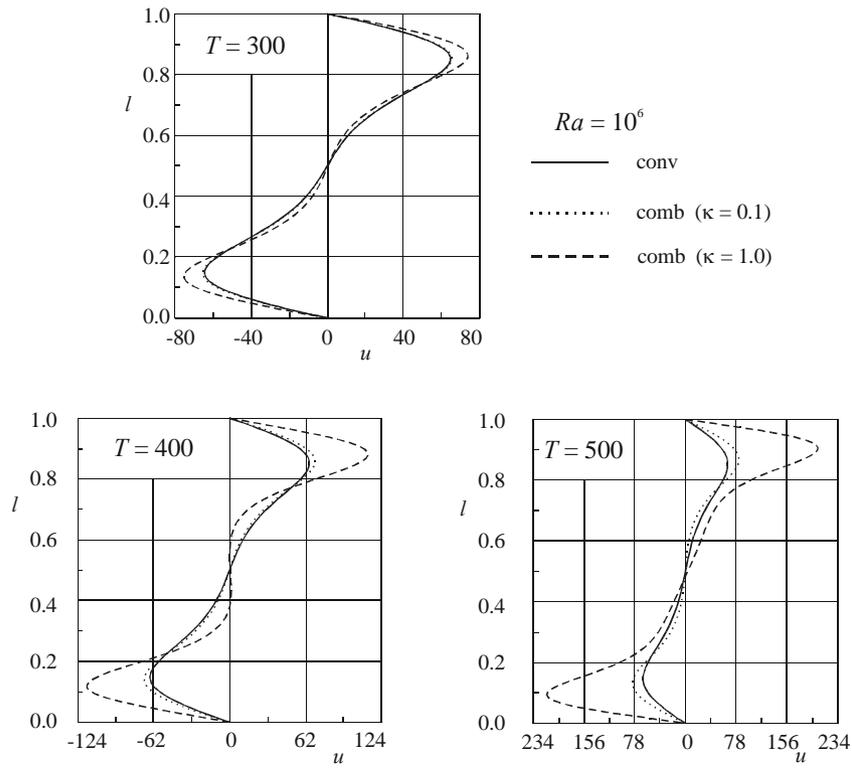


Fig. 13. Distribuciones de velocidad horizontal en la sección media vertical.

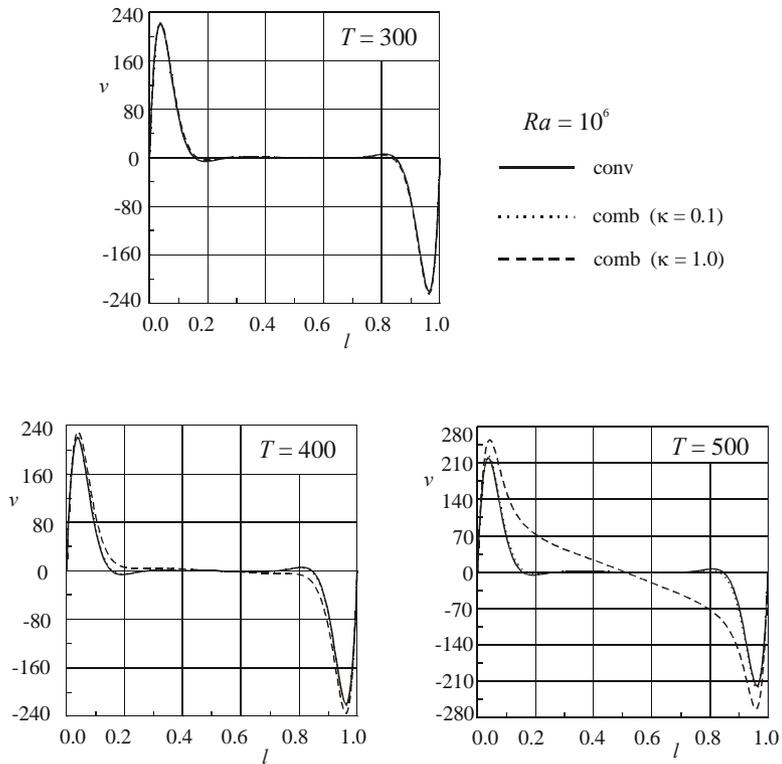
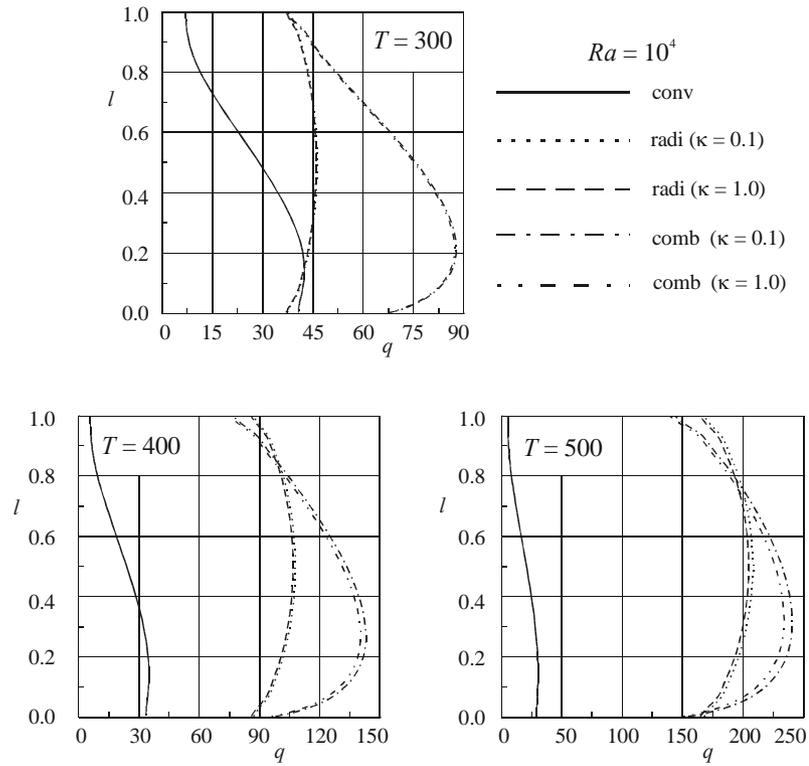
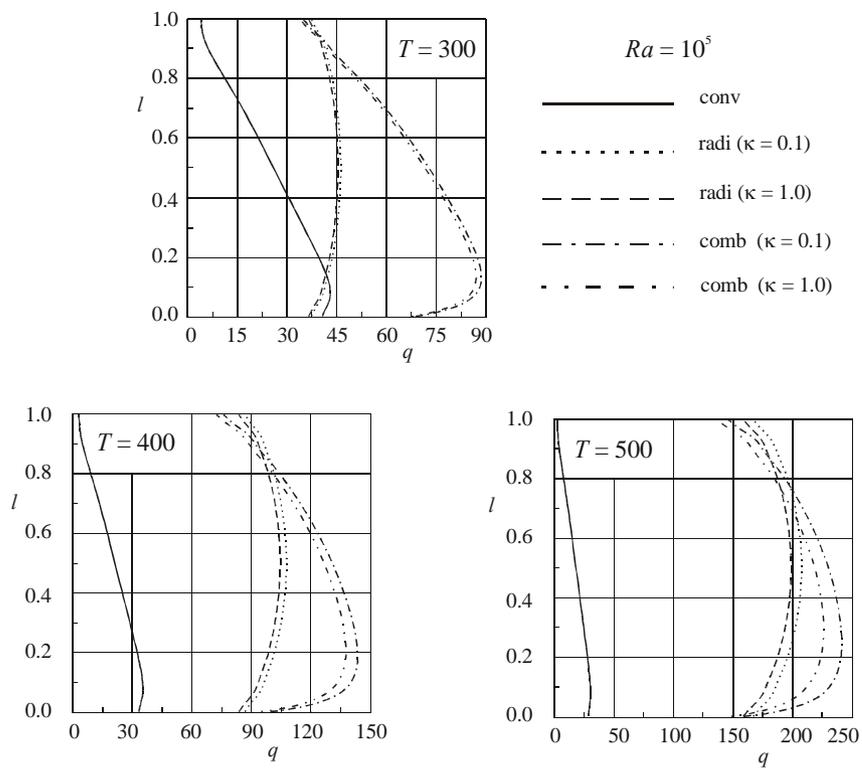


Fig. 14. Distribuciones de velocidad vertical en la sección media horizontal.

Fig. 15. Distribución del flujo de calor en la pared oeste para  $Ra = 10^4$ .Fig. 16. Distribución del flujo de calor en la pared oeste para  $Ra = 10^5$ .

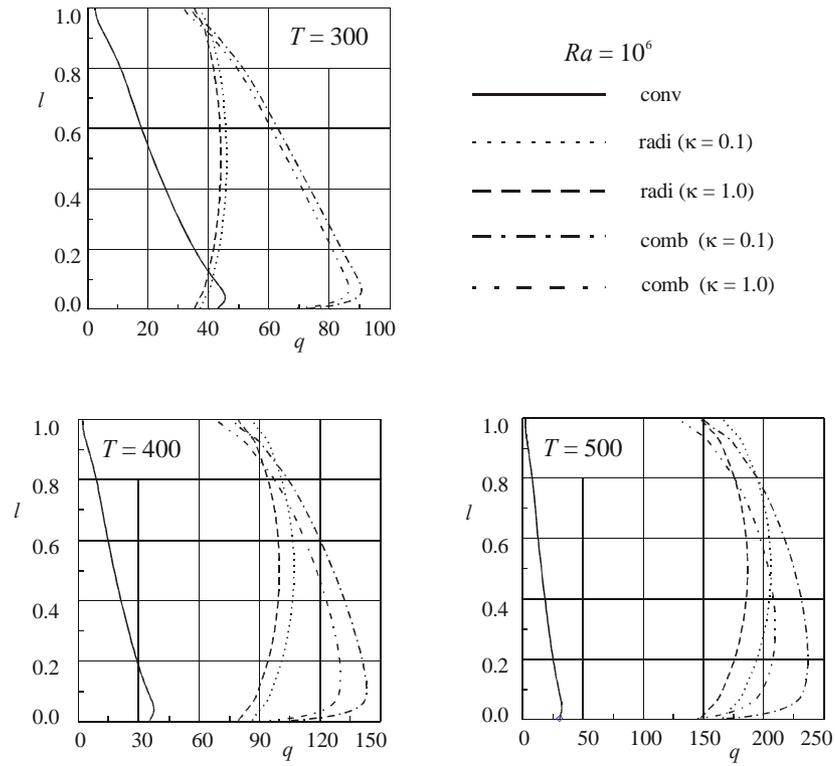


Fig. 17. Distribución del flujo de calor en la pared oeste para  $Ra = 10^6$ .

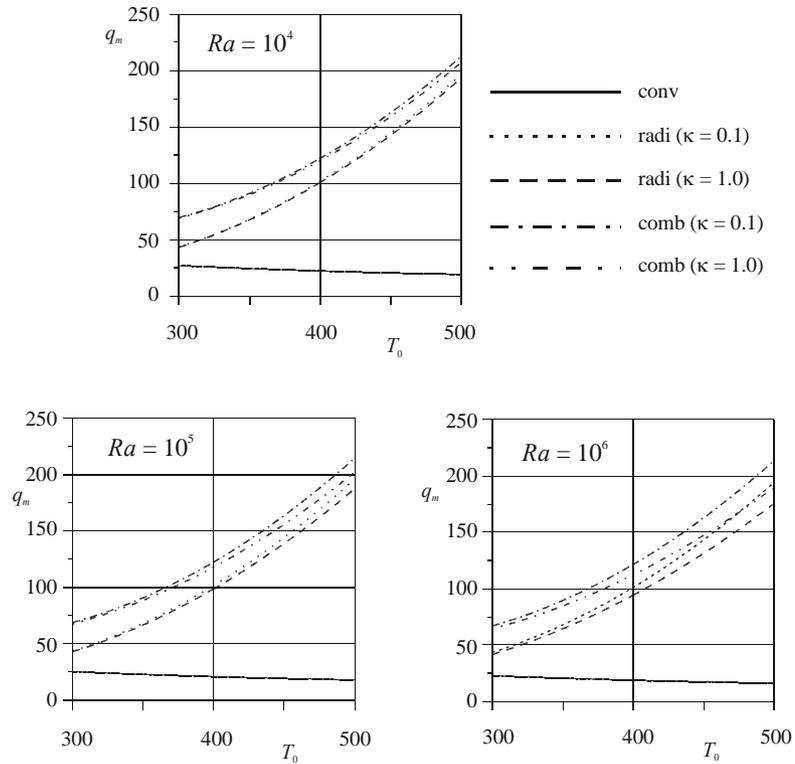


Fig. 18. Flujo de calor medio en la pared oeste.

Para los flujos de calor medio por radiación, con  $\kappa = 1.0$ , se advierte que, al contrario de la convección, el flujo de calor medio crece notablemente con  $T_0$ , pero se observa un leve descenso con el  $Ra$ , siendo más importante a las mayores temperaturas. Se puede comprobar que el flujo de calor medio crece en un 132.0%, para  $T_0 = 400$ , y en un 345.2%, para  $T_0 = 500$ , respecto del valor correspondiente a  $T_0 = 300$ , para  $Ra = 10^4$ . Para  $Ra = 10^5$ , los incrementos son del 130.1% y del 337.5%, y para  $Ra = 10^6$ , y del 126.3% y del 322.0%. La reducción respecto al  $Ra$ , para cada  $T_0$ , representa un 1.4%, 2.2% y 3.1%, para  $Ra = 10^5$ , y un 2.9%, 4.5% y 6.3%, para  $Ra = 10^6$ , respectivamente, con  $\kappa = 1.0$ . Si se comparan los valores alcanzados por los flujos de calor medio por convección pura y radiación pura, se puede advertir que los flujos de radiación representan incrementos importantes respecto de los de convección. Estos incrementos, para cada  $T_0$ , son del 60.8%, 352.3% y 908.2%, para  $Ra = 10^4$ , del 70.3%, 375.2% y 949.3%, para  $Ra = 10^5$ , y del 82.7%, 401.1% y 985.3%, para  $Ra = 10^6$ . Del análisis de los incrementos del flujo de calor medio para convección y radiación, se advierte que la temperatura tiene una influencia mucho mayor, y positiva, en el proceso radiativo, mientras que en el convectivo, su influencia es negativa y mucho menor, haciendo que la cavidad cuadrada sea más eficiente en la transferencia radiante que en la convectiva. Esto puede explicarse por el hecho de que el flujo de calor por radiación térmica depende de la cuarta potencia de la temperatura absoluta, mientras que el flujo de calor por convección – conducción depende de la primera potencia de la temperatura. Se advierte que el flujo de calor medio combinado presenta el mismo comportamiento, respecto a  $T_0$  y  $Ra$ , que el mostrado por la radiación, siendo sus valores un poco menor. Se puede comprobar que los incrementos del flujo de calor, con la temperatura, en el modo combinado, son un poco menor que los correspondientes a radiación, llegando a tomar valores del 73.5% y del 199.4%, para  $Ra = 10^4$ , del 74.7% y del 199.4% para  $Ra = 10^5$  y del 74.5% y 195.2% para  $Ra = 10^6$ , todos referidos a  $\kappa = 1.0$ .

## 6. CONCLUSIONES

Se mostraron los resultados correspondientes a convección, radiación y convección y radiación combinadas. Allí se analizaron los campos de temperatura, velocidad y función corriente junto con los perfiles de temperatura y velocidad en las secciones medias de las tres cavidades. Se hicieron las comparaciones correspondientes, se mostraron las interacciones mutuas entre la convección y radiación, y se dieron las explicaciones necesarias para entender como estas interacciones afectan la transferencia de calor.

A continuación, estas observaciones se resumen a modo de conclusiones finales:

- La presencia de la radiación térmica tiene un efecto importante en la modificación de los campos de temperatura y velocidad del fluido.
- El aumento de la temperatura de referencia tiene un efecto negativo en la convección y positivo en la radiación, siendo este ultimo mucho mayor.
- Para la cavidad cuadrada, la eficiencia térmica combinada es similar a la suma de las eficiencias térmicas convectiva y radiativa, por lo que se puede considerar que existe un débil acople entre convección y radiación.
- Para la cavidad cuadrada, la máxima eficiencia térmica convectiva se obtiene con  $Ra = 10^4$  en todo el rango de temperaturas ensayado, disminuyendo con la temperatura y con el  $Ra$ . Lo mismo sucede para el caso de radiación y modo combinado, con coeficiente de absorción  $\kappa = 1.0$ , en todo el rango de temperaturas considerado. La eficiencia térmica radiativa y combinada, crece fuertemente con la temperatura, y disminuyen con el  $Ra$ .
- Las mayores tasas de transferencia de calor, en el modo combinado, corresponden a la radiación, en todo el rango de temperatura ensayado, poniendo en evidencia el error cometido al despreciar la radiación en problemas de transferencia de calor a bajas temperaturas, tales como enfriamiento de componentes electrónicos.
- El método de los volúmenes finitos es eficiente. Los resultados son coincidentes con los publicados en la literatura.

## 7. REFERENCIAS

- [1] Anderson D. A., Tannehill J. C., Pletcher R. H., *Computational fluid mechanics and heat transfer*, Hemisphere Publishing (1984)
- [2] Brewster M. Q., *Thermal radiative transfer and properties*, John Wiley & Sons, (1992)
- [3] Chai J. C. K., A finite volume method for radiation heat transfer, PhD Thesis, (1994)
- [4] Chai J. C., Lee H. S., Patankar S. V., “Finite Volume Method for Radiation Heat Transfer”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, **8** (3) 419-425 (1994)
- [5] Chai J. C., Parthasarathy G., Lee H. S., Patankar S. V., “Finite Volume Radiative Heat Transfer Procedure for Irregular Geometries”, *Journal of Thermophysics and Heat Mass Transfer*, **9** (3) 410-415 (1995)
- [6] Chang L. C., Yang K. T., Lloyd J. R., “Radiation-natural convection interactions in two-dimensional complex enclosures”, *Journal of Heat Transfer*, **105**, 89-95 (1983)
- [7] Chui E. H. K., Modelling of radiative heat transfer in participating media by the finite volume method, PhD Thesis (1990)
- [8] Chui E. H., Raithby G. D., “Computation of radiant heat transfer on a non-orthogonal mesh using the finite-volume method”, *Numerical Heat Transfer, Part B*, **23**(3), 269-288 (1993)
- [9] Chung T. J., Kim J. Y., “Two-dimensional, combined-mode heat transfer by conduction, convection, and radiation in emitting, absorption, and scattering media—solution by finite elements”. *Journal of Heat Transfer*, **106**, 448-452 (1984)
- [10] De Groh H. C., Kassemi M., “Effect of radiation on convection in a top heated enclosure”, *Journal of Thermophysics Heat Transfer*, **7**, 561-568 (1993)
- [11] Ferziger J. H., Peric M., *Computational Methods for fluids dynamics*, Springer-Verlag, (1999)
- [12] Fletcher C. A. J., *Computational techniques for fluid dynamics*, vol. I II, Springer – Verlag, Berlin Heidelberg (1991)
- [13] Fusegi T., Farouk B., “Laminar and turbulent natural convection-radiation interactions in a square enclosure filled with a nongray gas”. *Numerical Heat Transfer, part A*, **15**, 303-322 (1989)
- [14] Fusegi T., Ishii K., Farouk B., Kuwahara K., “Natural convection – radiation interactions in a cube filled with a nongray gas”, *Numerical Heat Transfer, part A*, **19**, 207-217 (1991)
- [15] Gonçalves J., Coelho P., “Parallelization of the finite volume method”, *Second international symposium on radiation transfer*, Turkey (1997)
- [16] Hasani S. M. F., Combined natural convection and radiation in a triangular enclosure, PhD Thesis, University of Akron (1998)
- [17] Holman J. P., *Heat transfer*, McGraw-Hill (1990)
- [18] Hortmann M., Peric M., Scheuerer G., “Finite Volume Multigrid Prediction of Natural Convection: Benchmark Solutions”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **11**, 189-207 (1990)
- [19] Jasak H., Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows, PhD Thesis, (1996)
- [20] Lan C. H., Radiative combined mode heat transfer in a multi dimensional participating medium using spectral methods, PhD Thesis, University of Texas at Austin, (2000)
- [21] Larson D. W., Viskanta R., “Transient combined laminar free convection and radiation in a rectangular enclosure”, *Journal of Fluid Mechanics*, **78**, 65-85 (1976)
- [22] Lauriat G., “Combined radiation-convection in gray fluids enclosed in vertical cavities”. *Journal of Heat Transfer*, **104**, 609-615 (1982)
- [23] Maliska R. C., *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro, (1995)
- [24] Mathur S. R., Murthy J. Y., “Radiative Heat Transfer in Periodic Geometries Using a Finite Volume Scheme”, *ASME Journal of Heat Transfer*, **121** (2) 357-364, (1999)
- [25] Mills A. F., *Basic heat and mass transfer*, Prentice – Hall (1999)
- [26] Modest M. F., *Radiative heat transfer*, Mc Graw-Hill (1993)
- [27] Morales J. C., Campo A., “Radiative effects on natural convection of gases confined in horizontal, isothermal annuli”, *ASME Developments in Radiative Heat Transfer*, HTD – **203**, 231-238 (1992)

- [28] Ozisik M. N., *Basic heat transfer*, McGraw – Hill (1977)
- [29] Patankar S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Mc Graw - Hill, New York (1980)
- [30] Peric M., A Finite Volume Method for the Prediction of Three – Dimensional Fluid Flow in Complex Ducts, Ph.D. Thesis, Imperial College, University of London, London (1985)
- [31] Peyret R., Taylor T. D., *Computational methods for fluid flow*, Springer – Verlag, (1983)
- [32] Raithby G. D., Chui E. H., “A Finite-Volume Method for Predicting Radiant Heat Transfer in Enclosures with Participating Media”, *ASME Journal of Heat Transfer*, **112** (2) 415-423 (1990)
- [33] Rouse D. R., Numerical predictions of multidimensional conduction, convection, and radiation heat transfer in participating media, PhD Thesis, McGill University, Montreal, Canada (1994)
- [34] Shah, N., New Method of Computation of Radiation Heat Transfer in Combustion Chambers, Ph.D. dissertation, Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science and Technology, University of London, (1979)
- [35] Siegel R., Howell J. R., *Thermal Radiation Heat Transfer*, Taylor & Francis (1992)
- [36] Tan Z., Howell J. R., “Combined radiation and natural convection in a two-dimensional participating square medium”. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, **34**(3) 785-793 (1991)
- [37] Val Davis G., “Natural Convection of Air in a Square Cavity: a Benchmark Numerical Solution”, *Int. J. Numerical Methods in Fluids*, **3**, 249-264 (1983)
- [38] Versteeg, H. K. y Malalasekera W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*, Addison Wesley Longman Limited (1996)
- [39] Yao H., Studies of natural convection in enclosures using the finite volume method, PhD Thesis, York University, Ontario, Canada (1998)
- [40] Yucel A., Acharya S., “Natural convection of a radiating fluid in a partially divided square enclosure”, *Numerical Heat Transfer*, part A, **19**, 471-485 (1991)
- [41] Yucel A., Acharya S., Williams M. L., “Natural convection and radiation in a square enclosure”. *Numerical heat transfer*, part A, **15**, 261-278 (1989)

## **MODELING OF THE SIMULTANEOUS CONVECTION – RADIATION HEAT TRANSFER USING THE FINITE VOLUME METHOD**

**Abstract** – This work presents the numerical simulation of a heat transfer process by combined conduction, convection and radiation. A square cavity in an absorbing, emitting and isotropically scattering medium is analyzed. Besides a great variety of thermal, convective and radiative situations have been considered. For the numerical simulation the finite volume method has been used. This has been extensively used in conduction and convection problems and it has been applied to thermal radiation problems only recently. The principal object of this work is to analyze the heat transfer processes by combined conduction, convection and radiation in bi-dimensional cavities. The secondary object is to implement and validate the finite volume method for the numerical simulation of heat transfer processes by combined conduction, convection and radiation. The space domain has been divided using quadrilateral control elements and the angular domain has been divided in a finite number of solid angles. The numerical process has been implemented in a computer program, which was used to obtain the results presented in this work. These have been compared to those available in literature. The analysis show that results are accurate and that the solutions found can be extended to more complex situations with a wide margin of certainty.

**Keywords** – Natural Convection, Radiation, Combined Natural Convection and Radiation, Finite Volume Method.