



SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS COM SUPERFÍCIE LIVRE

E. DIDIER

Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade Nova de Lisboa
2829-516 Caparica, Portugal

(Recibido 17 de marzo de 2006, para publicación 31 de julio de 2007)

Resumo – Neste artigo apresenta-se um método de simulação de escoamentos bidimensionais com superfície livre, usando uma técnica de resolução totalmente acoplada das equações de Navier-Stokes, adaptada às malhas estruturadas e não estruturadas, e uma técnica de captura de interface de tipo "Volume of Fluid" (VOF). O método de resolução totalmente acoplado consiste em resolver um só sistema linear em velocidade e pressão. Este método revela-se robusto e eficaz na simulação de escoamentos não estacionários. A técnica de captura de interface VOF revela-se adaptada na simulação de deformadas complexas da superfície livre entre dois fluidos..

Palabras clave – Método de resolução totalmente acoplado, escoamentos com superfície livre, Volume of Fluid, malha não estruturada.

1. INTRODUÇÃO

A simulação dos escoamentos com superfície livre é um domínio da Mecânica dos Fluidos que se iniciou apenas há trinta anos. Foram desenvolvidos vários métodos durante este período.

O primeiro método, em fluidos perfeitos, é baseado na teoria potencial. A superfície livre representa uma fronteira do domínio de cálculo onde as condições de superfície livre são impostas. O método é particularmente interessante, mas limitado ao domínio oceânico, às aplicações onde os efeitos viscosos são desprezáveis e aos escoamentos sem rebentação.

Com o aumento do potencial computacional e com o desenvolvimento das técnicas numéricas, foi entretanto possível simular os escoamentos viscosos com superfície livre. Dois métodos apareceram: o método "front capturing interface" e o "front tracking interface".

No método "front tracking interface", a superfície livre é uma fronteira do domínio de cálculo na qual são aplicadas as condições de superfície livre. Geralmente, estes métodos permitem obter resultados precisos, e estão já muito desenvolvidos [1]. A limitação principal desta técnica está ligada à impossibilidade de representar o fenómeno de rebentação que aparece na maioria dos escoamentos reais.

O método "front capturing interface" tem como objectivo resolver configurações de superfície livre com topologias complexas. Esta técnica permite simular o fenómeno da rebentação, de conexões de superfície livre, e também dos escoamentos multi-fluidos. Neste método, a superfície livre não é uma fronteira do domínio, sendo representada através dum marcador ligado à própria superfície livre, por exemplo o método MAC [2], ou um indicador de presença variando no domínio de cálculo. Nesta ultima técnica, as características locais do fluido são determinadas através deste indicador, e a convecção desta variável permite localizar a superfície livre, ou a interface, entre os fluidos. Este indicador é definido no domínio de cálculo, sendo a posição da superfície livre identificada por um iso-valor deste indicador. Nos métodos "Level Set" [3] e "Volume of Fluid" [4], este indicador é definido usando respectivamente uma estimativa da distância à superfície livre ou uma taxa de presença no domínio dos fluidos existentes.

O presente trabalho consiste simular escoamentos viscosos com grandes deformações de superfície livre, particularmente casos envolvendo escoamento de água. Usa-se em conjunto, um método de tipo "front capturing interface", o método "Volume of Fluid" VOF, e um método de resolução das equações de

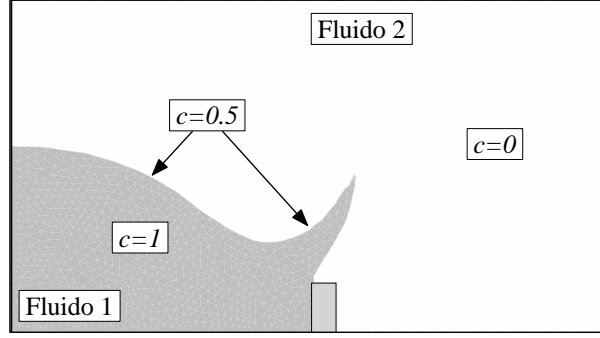


Fig. 1. Repartição da fracção de volume.

Navier-Stokes totalmente acoplado em velocidade e pressão, para malhas estruturadas e não estruturadas. A discretização das equações e a construção do modelo numérico apoiam-se no método de volumes finitos [5, 6]. O método de resolução totalmente acoplado apresenta-se atractivo e original [7, 8], sendo também uma alternativa aos métodos padrões não acoplados, como o método SIMPLE. A principal vantagem do método consiste no aumento da robustez ligada ao tratamento implícito e global de acoplagem velocidade-pressão. Permite ainda uma convergência rápida dos resíduos não lineares tornando-se uma técnica atractiva nas simulações de escoamentos não estacionários. O método de resolução totalmente acoplado revela-se preciso e eficaz, como foi demonstrado para os escoamentos em torno de cilindros circulares isolados [9, 10].

2. MODELO FÍSICO

As equações de Navier-Stokes, para um escoamento laminar, são escritas numa forma conservativa num espaço cartesiano (O, x_1, x_2) . As variáveis são as componentes cartesianas da velocidade (u_1, u_2) , a pressão p , a densidade ρ e a viscosidade dinâmica μ . As equações de quantidade de movimento na forma não dimensional escrevem-se,

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\text{Re}} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \mu}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\rho}{Fr^2} \frac{g_i}{g} \quad (1)$$

A equação da continuidade na hipótese de fluido incompressível escreve-se,

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

Define-se a fracção de fluido c que representa a taxa de presença do fluido 1 no domínio de cálculo (Fig. 1). O valor $c=1$ caracteriza um volume de controlo onde há unicamente o fluido 1, o valor $c=0$ indica que o elemento contém apenas o fluido 2. O valor médio $c=0.5$ permite identificar a posição da superfície livre. A equação de transporte da fracção de volume escreve-se,

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial c u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

Se o fluido de referencia (ρ_o, μ_o) é considerado como o fluido o mais denso, e se (ρ_1, μ_1) e (ρ_2, μ_2) são as características físicas dos dois fluidos, define-se ρ e μ no domínio de cálculo fluido usando as seguintes relações não dimensionais,

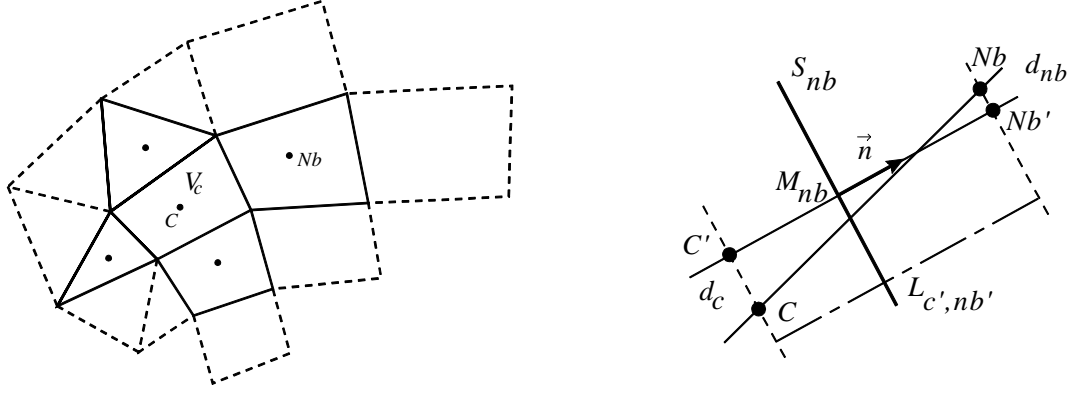


Fig. 2. Molécula de discretização e notações.

$$\rho = \frac{c\rho_1 + (1-c)\rho_2}{\rho_o} \quad \mu = \frac{c\mu_1 + (1-c)\mu_2}{\mu_o} \quad (4)$$

O número de Reynolds e o número de Froude são definidos pelas relações,

$$\text{Re} = \frac{U_o L_o \rho_o}{\mu_o} \quad \text{Fr} = \frac{U_o}{\sqrt{gL_o}} \quad (5)$$

U_o e L_o representam uma velocidade e um comprimento característicos, g a aceleração da gravidade, e (ρ_o, μ_o) as características do fluido de referência.

3. DISCRETIZAÇÃO E RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

As equações (1), (2) e (3) são integradas em cada volume de controlo. As integrais de volume são transformadas em integrais nas superficiais do volume de controlo. Assim é necessário de definir os fluxos convectivos e viscosos da equação de quantidade de movimento tal como a pressão às interfaces entre elementos. Para a equação de continuidade e o termo de convecção da equação de conservação da fracção de volume, os fluxos são calculados nas interfaces do volume de controlo. Os outros termos são directamente integrados no volume do elemento.

3.1. Notações Equações discretas

Utiliza-se para a discretização das equações o método dos volumes finitos em conjunto com uma localização "collocated cell-centered" das incógnitas: as incógnitas são localizadas no centro do volume de controlo. As principais notações envolvidas no processo de discretização são apresentadas na Fig. 2.

O volume de controlo central e os vizinhos são indicados por C e Nb . Cada volume de controlo é definido pelo seu volume, V_c , e pelo número nb de interfaces de superfície S_{nb} . O centro da interface nb é indicado por M_{nb} . Para malha não ortogonal, este ponto pode ser diferente do ponto de intersecção entre os centros das células e a interface, induzindo uma perda de precisão no cálculo do integral discreto. A precisão de segunda ordem é conservada se o integrante for estimado no centro da interface. Neste caso, introduz-se uma estimativa dos valores à direita e à esquerda da interface, nos pontos C' e Nb' , realizando assim a interpolação no centro da interface.

3.2. Esquemas de discretização

A implementação do método totalmente acoplado implica a resolução dum sistema linear complexo. Assim é necessário considerar esquemas de discretização implícitos compactos, envolvendo só os

volumes de controlo adjacentes ao volume de controlo central, conservando ao mesmo tempo uma precisão de segunda ordem.

Estima-se o termo de tempo usando um esquema implícito de segunda ordem a três níveis em tempo.

Uma interpolação linear implícita, envolvendo os dois elementos adjacentes à interface, permite determinar um valor ϕ_{nb} na interface do volume de controlo. Quando a malha é não ortogonal, são adicionadas correcções para definir ϕ_{nb} no centro da interface. Estas contribuições explícitas são pequenas em comparação com as outras, se a não ortogonalidade da malha for também pequena. A interpolação linear escreve-se na forma seguinte, onde o superscript *expl* indica uma contribuição explícita:

$$\phi_{nb} = \lambda \phi_C + (1 - \lambda) \phi_{Nb} + \lambda \left(\vec{\nabla} \phi_C \cdot \vec{d}_c \right)^{expl} + (1 - \lambda) \left(\vec{\nabla} \phi_{Nb} \cdot \vec{d}_{nb} \right)^{expl} \quad (6)$$

$$\lambda = \left(M_{nb} - Nb' \right) / L_{C', Nb'} \quad (7)$$

Usa-se o esquema CDS, "Central Differencing Scheme", para estimar os gradientes nas interfaces. O esquema compõe-se duma parte implícita, envolvendo os dois elementos adjacentes à interface, adicionada a correcções explícitas se a malha for não ortogonal.

$$\left(\vec{\nabla} \phi \cdot \vec{n} \right)_{nb} = \frac{\phi_{Nb} - \phi_C}{L_{C, Nb}} + \left(\vec{\nabla} \phi_{Nb} \cdot \vec{d}_{nb} - \vec{\nabla} \phi_C \cdot \vec{d}_c \right)^{expl} \quad (8)$$

O termo convectivo é discretizado através do esquema "deferred correction", Khosla & Rubin [11]. Esta técnica permite obter soluções precisas usando esquemas de ordem elevada, sem introduzir dificuldades na resolução do sistema linear. A ideia consiste em dividir o termo convectivo numa parte implícita, escrita através dum esquema de primeira ordem L^1 , e numa parte explícita, igual a diferença entre um esquema de ordem elevada, L^2 , e o esquema de primeira ordem, L^1 .

$$\phi_{nb} = L_\phi^1 + \omega_{DC} \left(L_\phi^2 - L_\phi^1 \right)^{expl} \quad (9)$$

O método totalmente acoplado não necessita de introdução de difusão numérica, e consequentemente $\omega_{dc}=1$. Quando a convergência não linear é obtida, a estimação do termo convectivo é da ordem do esquema L^2 .

No âmbito do método totalmente acoplado, usa-se o esquema de primeira ordem UDS, "Upwind Differencing Scheme".

O esquema de terceira ordem WACEB, "Weighted-Average Coefficient Ensuring Boundedness", Song et al. [12], é utilizado para o operador L^2 .

3.3. Equações discretas

Com os esquemas precedentes, a equação de quantidade de movimento integrada num volume de controlo escreve-se na forma discreta seguintes:

$$(u_i)_C = \frac{1}{a_c^{u_i}} \sum_{nb} a_{nb}^{u_i} (u_i)_{Nb} - \frac{1}{a_c^{u_i}} \left(a_c^{u_i, p} p_C + \sum_{nb} a_{nb}^{u_i, p} p_{Nb} \right) + s^{u_i} \quad (10)$$

onde s^{u_i} é um termo fonte que reagrupa as contribuições explícitas dos diferentes esquemas.

A velocidade $(u_i)_C$ pode ser considerada como a soma duma pseudo-velocidade $(u_i^*)_C$ e dum gradiente de pressão, Prakash & Patankar [13]. Assim, a equação discreta de quantidade de movimento escreve-se:

$$(u_i)_C = (u_i^*)_C - \frac{1}{a_c^{u_i}} \left(a_c^{u_i, p} p_C + \sum_{nb} a_{nb}^{u_i, p} p_{Nb} \right) \quad (11)$$

A pseudo-velocidade reagrupa as contribuições dos termos explícitos, do termo fonte e dos termos extra-diagonais dos esquemas convectivos e difusivos.

A partir da forma discreta da equação de continuidade, e substituindo a velocidade pela relação (11), a conservação da massa exprime-se através das pseudo-velocidades e da pressão. Obtém-se assim uma equação discreta de pressão. Usa-se uma técnica de reconstrução de Rhie & Chow [14] para estimar os fluxos de gradiente de pressão nas interfaces do volume de controlo.

$$\sum_{nb} \left(\left((u_i^*)_C - \frac{1}{a_c^{u_i}} \left(a_c^{u_i,p} p_C + \sum_{nb} a_{nb}^{u_i,p} p_{Nb} \right) \right) n_i \right)_{nb} S_{nb} = 0 \quad (12)$$

As diferentes equações discretas, de quantidade de movimento, de pseudo-velocidade e de pressão, são escritas sob a suas formas simbólicas:

$$U - U^* + G P = 0 \quad (13)$$

$$U^* - C U = S_{U^*} \quad (14)$$

$$D U^* - D G P = S_p \quad (15)$$

G é o operador gradiente, C reagrupa os coeficientes dos esquemas de convecção- difusão fora da diagonal e D é o operador divergência. S reagrupa os termos fontes e a parte explícita dos esquemas de discretização.

3.4. Método Volume of Fluid

O método VOF é baseado na convecção duma fracção de volume [4]. A principal vantagem é a facilidade obter a posição da superfície livre resolvendo apenas uma equação de transporte. No entanto é necessário estimar os fluxos convectivos usando esquemas de discretização que permitem conservar as propriedades do campo da fracção de volume:

- valores limitados de c , $0 < c < 1$, que constitui o critério "Convection Boundedness Criterion", CBC [15],
- zona de transição fina entre os fluidos para conservar o carácter não miscível dos fluidos,
- minimizar a difusão numérica das não continuidades e conservar a estabilidade numérica.

Usa-se para a discretização da equação (3) um esquema Euler explícito.

$$\frac{c^{t+dt} - c^t}{\Delta t} V_C + \sum_{nb} c_{nb}^t (u_i \cdot n_i)_{nb}^t S_{nb} = 0 \quad (16)$$

O esquema de discretização para o termo de convecção é determinante neste tipo de método. Não se pode usar o esquema "Central Differencing Scheme" pois o critério de CBC não é verificado. Os outros esquemas, como o esquema "Upwind" de primeira ordem, são demasiadamente difusivos introduzindo uma mistura artificial dos dois fluidos. A solução é adoptar os esquemas designados por "High Order Mixing Scheme", que permitem eliminar as oscilações não físicas, verificando os critérios indicados. Estes esquemas apoiam-se na técnica de "Normalized Variable Diagram", NVD: HRIC de Peric [16], CICSAM de Ubbink [17] ou Gama de Jasak [18]. São classicamente escritos recorrendo a variáveis normalizadas que permitem representar num diagrama NVD a fracção de volume normalizada \tilde{c}_{nb} na interface do elemento em função da fracção de volume normalizada \tilde{c}_C do elemento central.

De maneira geral, é possível determinar a fracção de volume normalizada no diagrama NVD através da relação seguinte [15],

$$\tilde{c} = \frac{c - c_U}{c_D - c_U} \quad (17)$$

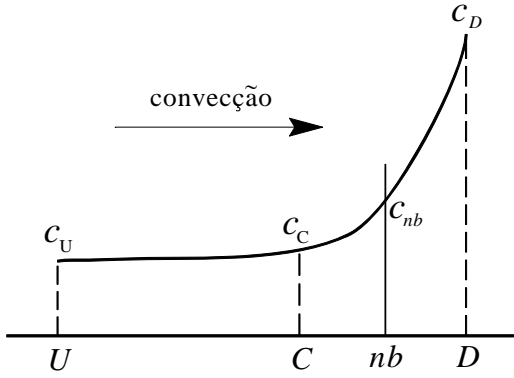
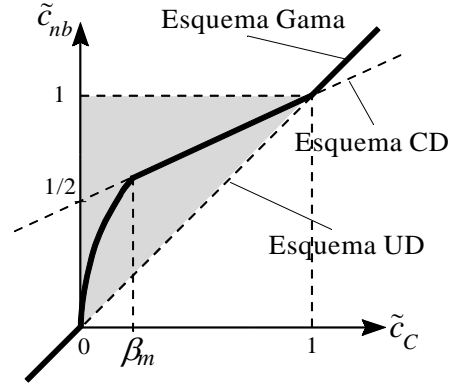
Fig. 3. Perfil típico de fracção de volume c .

Fig. 4. Esquema Gama no diagrama NVD.

Os índices U e D designam respectivamente o nó a montante e jusante do nó central C (Fig. 3). Assim o valor de c_{nb} na interface está necessariamente compreendido entre os valores de c_U e c_D , o que permite suprimir as oscilações não físicas. No diagrama NVD, esta condição exprime-se pela relação $0 \leq \tilde{c}_C \leq 1$ que verifica o critério CBC. O valor de c_{nb} é determinado em função.

Adopta-se neste trabalho o esquema Gama proposto por Jasak [18], representado no diagrama NVD na Fig. 4. O esquema mais adaptado é seleccionado em função do valor de \tilde{c}_C :

- para $\tilde{c}_C < 0$ e $\tilde{c}_C > 1$ o critério CBC indica que se deve usar o esquema UDS.

$$\tilde{c}_{nb} = \tilde{c}_C \quad (18)$$

- se $\beta_m \leq \tilde{c}_C \leq 1$, usa-se o esquema CDS. Outros esquemas de ordem superior poderiam ser utilizados, mas para malhas não estruturadas este esquema revela-se suficiente (Jasak [18]).

$$\tilde{c}_{nb} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tilde{c}_C \quad (19)$$

- se $\tilde{c}_C < \beta_m$, adopta-se uma combinação entre o esquema UDS e CDS usando o parâmetro de ponderação γ . Para $\gamma = 0$ (ou $\tilde{c}_C = 0$) usa-se o esquema UDS e para $\gamma = 1$ (ou $\tilde{c}_C = \beta_m$) o esquema CDS. O factor de ponderação do esquema Gama é definido por,

$$\gamma = \frac{\tilde{c}_C}{\beta_m}, \quad 0.1 \leq \beta_m \leq 0.5 \quad (20)$$

$$\tilde{c}_{nb} = -\frac{\tilde{c}_C^2}{2\beta_m} + \left(1 + \frac{1}{2\beta_m}\right) \tilde{c}_C \quad (21)$$

O valor recomendado por Jasak [18] é $\beta_m = 0.2$.

A resolução explícita da equação de transporte de fracção de volume impõe determinar um critério de limitação do passo de tempo através do número de Courant,

$$N_C = \sum_{nbs} \max\left(0, \frac{-(u_j \cdot n_j)_{nb} S_{nb} \Delta t}{V_C}\right) \quad (22)$$

Para assegurar a convergência, N_C deve tomar um valor baixo inferior a aproximadamente 0.1.

3.5. Método de resolução totalmente acoplado das equações de Navier-Stokes

O único sistema linear totalmente acoplado em velocidade e pressão escreve-se reagrupando as equações (13), (14) e (15):

$$\begin{bmatrix} I & -I & G \\ C & I & 0 \\ 0 & D & DG \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U \\ U^* \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ S_{U^*} \\ S_p \end{pmatrix} \quad (23)$$

sendo I a matriz identidade.

A matriz deste sistema linear é muito esparsa, não simétrica, com grande dimensão e o seu condicionamento é elevado, particularmente para o bloco de pressão DG . É assim necessário usar um algoritmo iterativo de resolução. O algoritmo BiCGSTAB- ω , Sleijpen and Van Der Vorst [19], associado a um pré-condicionamento LU apresenta-se como a melhor estratégia de resolução. A utilização do algoritmo precedente permite obter um método de resolução totalmente acoplado robusto. Em oposição aos métodos segregados, como SIMPLE, Issa [20], ou PISO, Patankar [21], onde as equações discretas são resolvidas sequencialmente, o método totalmente acoplado resolve um único sistema linear, permitindo obter a solução do campo de velocidade e de pressão simultaneamente. Contrariamente aos métodos segregados, a técnica de acoplagem total entre velocidade e pressão não requer etapa de correcções, parâmetros de relaxação ou outros tipos de tratamentos para garantir a convergência.

A acoplagem entre a velocidade e a pressão permite simular com eficiência os fenómenos não-lineares, particularmente importantes na simulação de escoamentos não estacionários. A técnica de resolução induz igualmente uma aceleração da convergência dos resíduos não-lineares. Uma redução dos resíduos de 5-6 ordens é obtida em 4-6 iterações não-lineares. Em comparação, os métodos segregados, no mesmo número de iterações, permitem uma redução de apenas uma a duas ordens.

A convergência do método totalmente acoplado é analisada no caso da simulação do escoamento em torno dum cilindro circular, para um número de Reynolds, $Re=300$. Usa-se uma malha de tipo "O" que tem as características seguintes: 200 e 165 nós nas direcções angular e radial respectivamente, o primeiro nó situado a $10^{-3}D$ da parede. O passo de tempo é $dt=10^{-2}$. As Fig. 5, Fig. 6a e Fig. 6b representam a evolução da convergência relativa ao tempo não dimensional $t=150$. A Fig.5 mostra a convergência do resíduo normalizado na resolução do sistema linear totalmente acoplado durante o processo não-linear, para um critério de convergência $tol_c=10^{-3}$ (indicado pela linha descontinua). Este resíduo é definido pela relação seguinte:

$$r_c = \frac{\|R_c\|}{\|R_{co}\|} \leq tol_c \quad (24)$$

r_c indica o resíduo normalizado, R_c o resíduo e R_{co} o resíduo inicial.

Nas Fig. 6a e Fig. 6b, representam-se o número de iterações necessárias para a resolução do sistema linear e o comportamento dos resíduos não-lineares. Os resíduos não lineares de velocidade e pressão são definidos, usando uma notação igual à precedente:

$$r_c^u = \frac{\|R_c^u\|}{\|R_{co}^u\|} \leq tol_c^u, \text{ e } r_c^p = \frac{\|R_c^p\|}{\|R_{co}^p\|} \leq tol_c^p \quad (25)$$

No início do processo não linear, são necessárias 27 iterações para resolver o sistema linear, como se pode ver nas Fig. 5 e Fig. 6a. Observa-se igualmente, durante esta primeira iteração, uma redução muito forte dos resíduos (Fig. 6b). Com efeito, esta etapa corresponde à principal fase de resolução das não linearidades, onde os resíduos são reduzidos da ordem de grandeza 0 para a ordem 3-4. Depois, na segunda iteração não linear, o sistema linear é resolvido em dez iterações. É apenas necessária uma iteração após a quinta iteração não linear, como é observável na Fig. 6a. O resíduo normalizado do

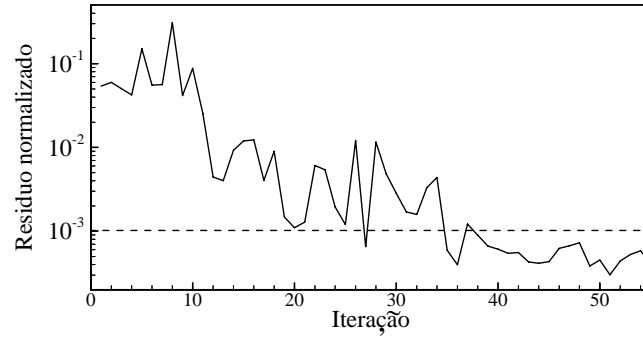


Fig. 5. Convergência do resíduo do sistema linear totalmente acoplado, $Re=300$, $t=150$.

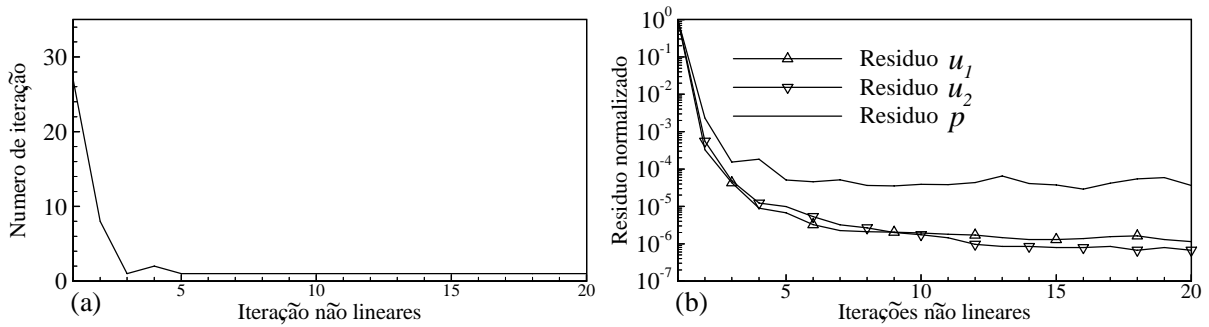


Fig. 6. Convergência para $Re=300$, $t=150$; (a) número de iterações necessário na resolução do sistema linear para cada iteração não-linear; (b) convergência dos resíduos não-lineares.

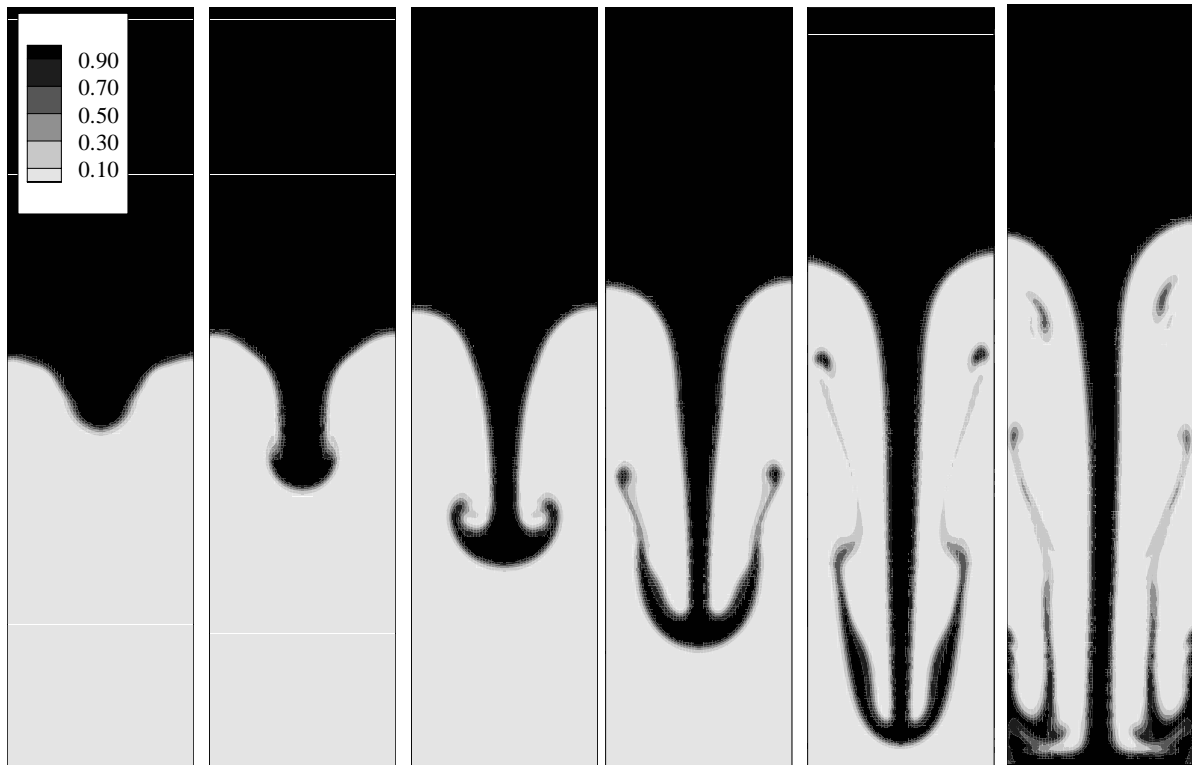
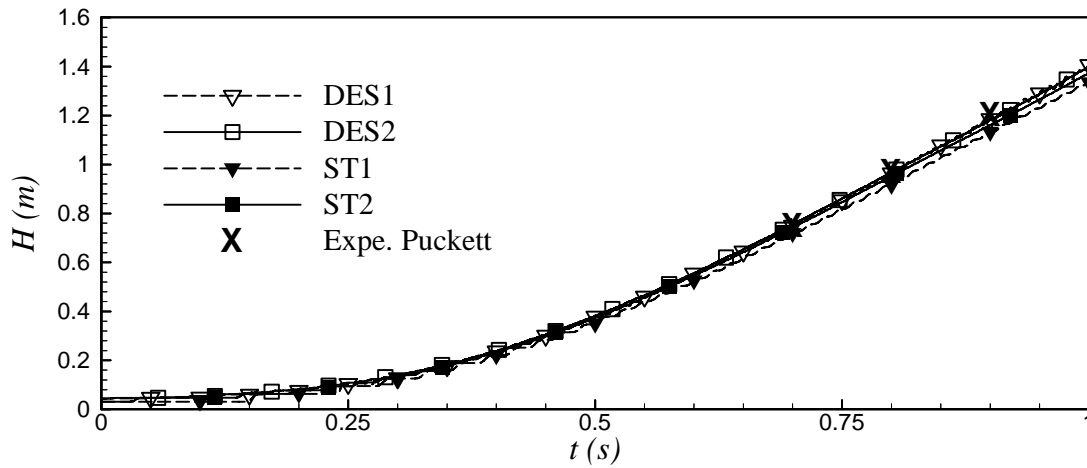
sistema linear fica inferior ao critério de convergência desde a primeira, e única, iteração (Fig. 5). Este comportamento corresponde a uma estagnação dos resíduos não lineares, ilustrado na Fig. 6b. Assim, nota-se que em só duas iterações não lineares, os resíduos normalizados de velocidade e de pressão são já da ordem de 10^{-4} . Os métodos segregados necessitam, para alcançar esta precisão, de um número substancialmente superior de iterações. Este análise confirma a robustez e rapidez do método totalmente acoplado.

4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Apresentam-se escoamentos onde a deformação da interface entre os dois fluidos é complexa. A primeira simulação numérica, modelando as instabilidade de Rayleigh Taylor, permite verificar o comportamento do modelo desenvolvido. As aplicações seguintes, cada vez mais extremas, demonstram a validade e a eficácia do presente modelo.

4.1. Instabilidades de Rayleigh Taylor

Foram Rayleigh e Taylor que iniciaram o estudo deste fenómeno. Este escoamento desenvolve-se quando o equilíbrio instável de dois fluidos sobrepostos de densidade diferente rompe-se, estando o fluido mais denso por cima do fluido mais leve. Observam-se características diferentes no escoamento em função da diferença de viscosidade cinemática e de densidade. As características físicas da simulação são: o fluido mais denso ocupa a metade superior da cuba e tem densidade 1.225 kg/m^3 , o outro fluido tem densidade 0.1694 kg/m^3 . A viscosidade dinâmica é igual a $0.0013 \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$. O escoamento desenvolve-se dentro dum tubo rectangular vertical, 1 por 4 m.



Esta simulação revela-se relativamente fácil não obstante as importantes deformações da interface entre os dois fluidos, pois a diferença de densidade é apenas de uma ordem de grandeza induzindo assim uma variação pequena nos gradientes de pressão na zona de transição dos fluidos.

Foram utilizadas duas malhas estruturadas, ST1 e ST2, com (32×128) e (64×256) elementos, e duas malhas não estruturadas DES1 e DES2, com 6840 e 27100 elementos. Compara-se na Fig. 7 a posição do ponto mais abaixo de fluido pesado em relação à sua posição inicial, ou seja a frente da bolha do fluido mais pesado (ver Fig. 8), com os resultados de Puckett [22], para as quatro malhas. Observa-se a convergência dos resultados com o refinamento da malha e um bom acordo entre os resultados obtidos com as malhas ST2 e DES2. Uma pequena diferença aparece nestes resultados, nomeadamente após 0.9s.

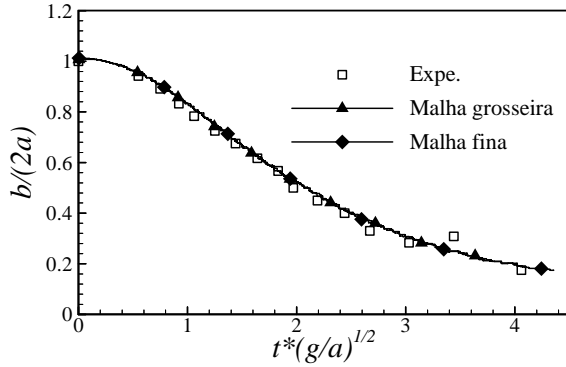


Fig. 9. Posição da superfície livre na parede esquerda.

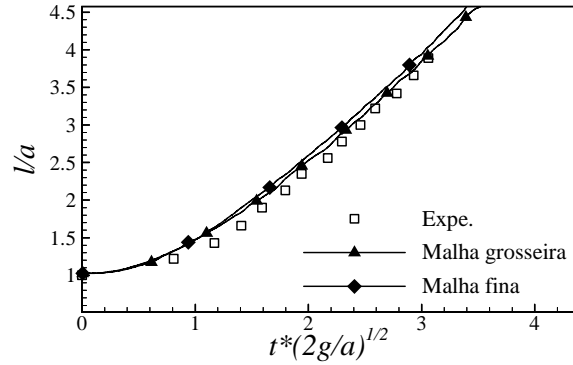


Fig. 10. Posição da frente da superfície livre no chão.

No entanto, os resultados para as duas malhas finas, ST2 e DES2, ficam coerentes e em bom acordo com os resultados de Puckett.

Na Fig. 8, apresenta-se o escoamento, para a malha ST2, em 6 tempos diferentes, entre o tempo 0.5s e 1.5s. Observa-se a reduzida dimensão da zona de transição, composta por apenas 5 a 6 elementos, o que é muito satisfatório para um método sem reconstrução de interface.

4.2. Queda duma coluna de água numa cuba aberta

A queda duma coluna de água apresenta grandes e complexas deformações da superfície livre e é um simulação clássica na validação dum código numérico. Três configurações são apresentadas, apresentando cada vez um escoamento mais complexo:

- a queda simples duma coluna de água numa cuba aberta, nesta secção,
- a queda duma coluna de água numa cuba vazia, na secção seguinte, 4.4,
- a queda duma coluna de água numa cuba com um obstáculo no chão, na secção 4.5.

A cuba tem um comprimento grande, a coluna de água tem as seguintes dimensões, $2a=0.292\text{m}$ de altura e $a=0.146\text{m}$ de comprimento. São utilizadas duas malhas não estruturadas constituídas por 8200 e 22000 elementos respectivamente a malha grosseira e fina.

Nas Fig. 9 e Fig. 10 observa-se a evolução da posição da superfície livre na parede esquerda da cuba, b , e a posição da frente da superfície livre no chão da cuba, l . Observa-se uma muito boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais de Martin and Moyce [23], particularmente para a elevação de superfície livre na parede. Parece que com malhas mais finas a posição da frente do escoamento é estimada com menor precisão. No entanto os autores indicam a dificuldade em obter experimentalmente a posição da frente do escoamento, de mais difícil identificação que a altura de água na parede esquerda.

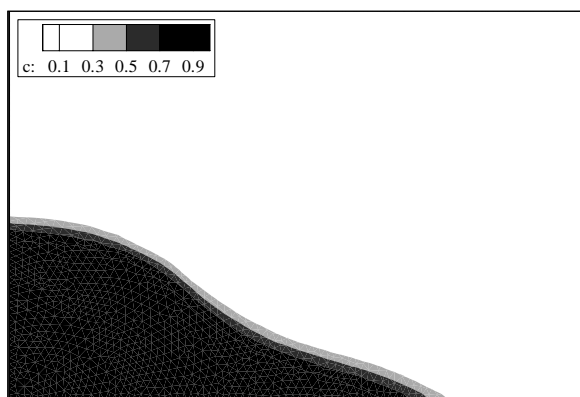
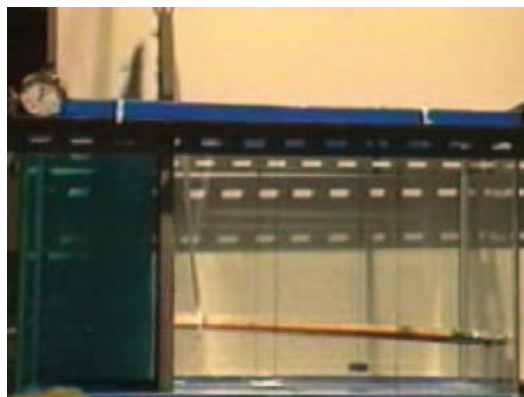
4.3. Queda duma coluna de água numa cuba fechada

A cuba tem um comprimento de $4a=0.584\text{m}$, a coluna de água no lado esquerdo tem $2a=0.292\text{m}$ de altura e $a=0.146\text{m}$ de comprimento. As duas malhas não estruturadas são constituídas por 3700 e 7500 elementos, respectivamente para a malha grosseira e fina.

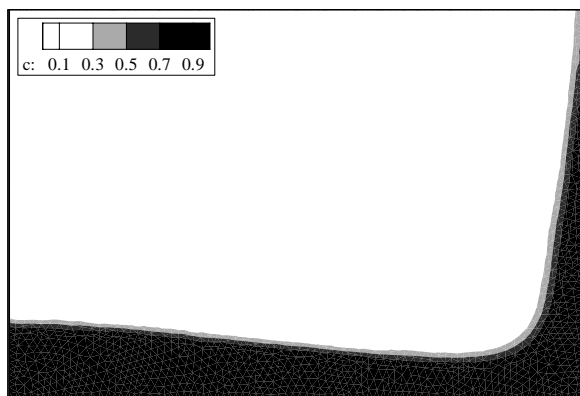
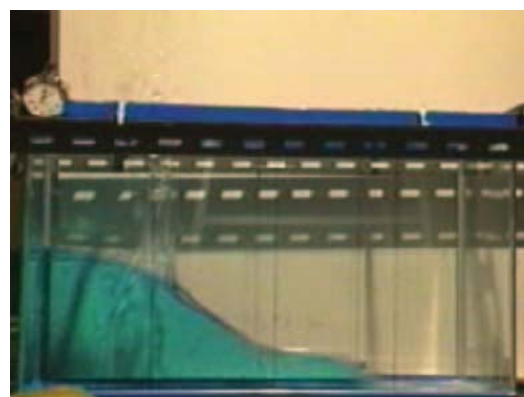
As Fig. 11.a até Fig. 11.f permitem comparar os resultados numéricos da deformação da superfície livre com os obtidos experimentalmente por Koshizuka [24] para 6 tempos, 0.0s, 0.2s, 0.4s, 0.6s, 0.8s e 1.0s. Na generalidade pode constatar-se uma boa concordância entre as fotografias e as simulações. Na Fig. 11.b, para o tempo $t=0.2\text{s}$, a água ocupa 75% do chão e aparece uma língua fina na parte frontal do escoamento. Para o tempo $t=0.6\text{s}$, a água atingiu a parede direita tendo iniciado o seu movimento vertical nesta parede. Junto ao chão observa-se uma boa concordância relativamente à posição horizontal da superfície livre e à camada fina de fluido. A camada de fluido na parede direita é também coerente com os resultados experimentais.



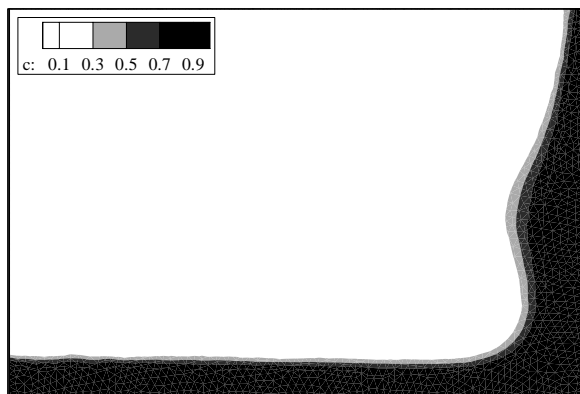
(a)



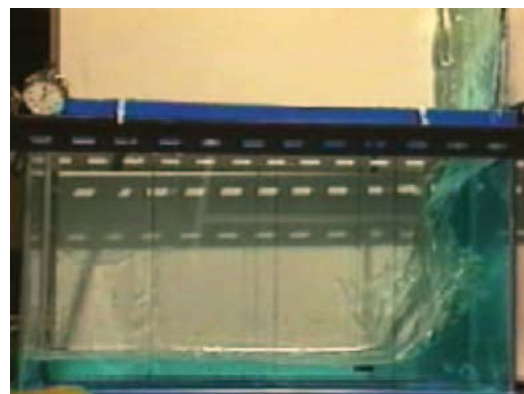
(b)



(c)



(d)



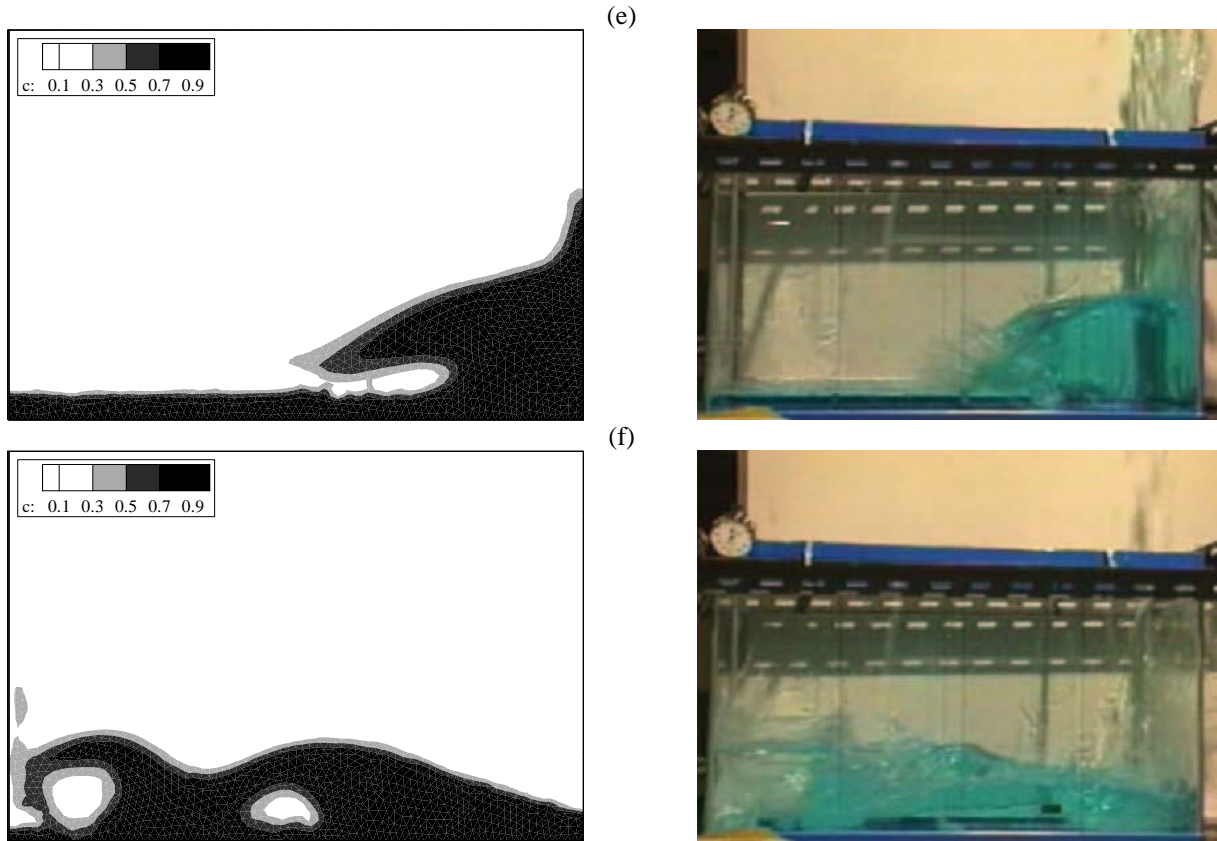


Fig. 11. Queda duma coluna de água numa cuba: comparação da deformação da superfície livre entre a simulação numérica e a experiência: (a) $t=0.0s$; (b) $t=0.2s$; (c) $t=0.4s$; (d) $t=0.6s$; (e) $t=0.8s$; (f) $t=1.0s$

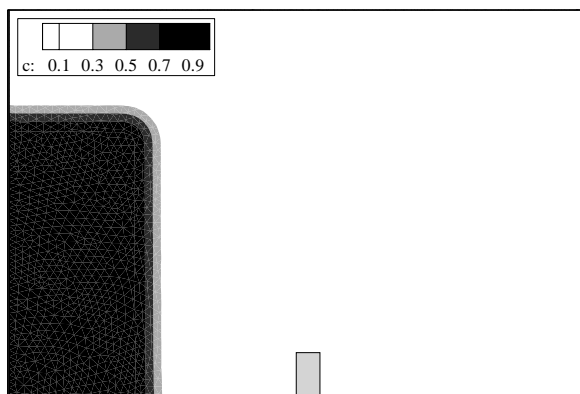
Após à acção da força dinâmica responsável da subida da água, inicia-se o fenómeno de rebentação devido ao efeito da força da gravidade. No instante $t=0.8s$, Fig. 11e, aparece a primeira rebentação. No instante $t=1.0s$, Fig. 11f, uma língua de água é impelida para parede esquerda ficando uma bolha de ar aprisionada pela água.

Pode-se constatar que o método numérico revela-se satisfatório na simulação deste tipo de escoamento, pois embora a transição apresenta-se fina, não há excesso de difusão.

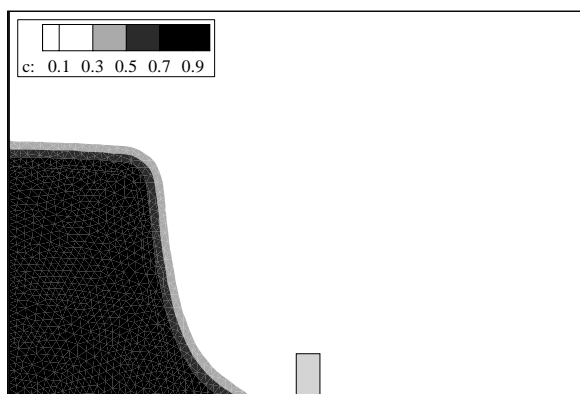
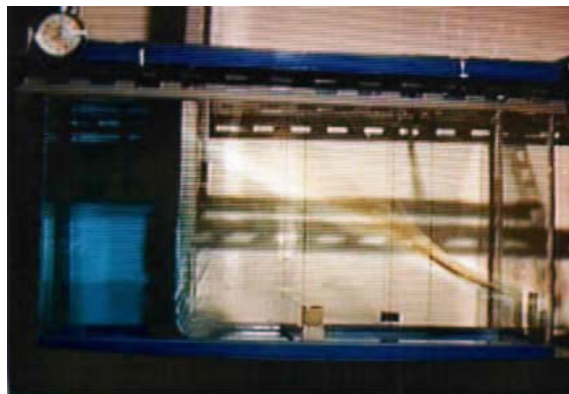
4.4. Queda duma coluna de água numa cuba com um obstáculo

As dimensões da cuba e da coluna de água são iguais às do caso precedente. O obstáculo está situado à distância de $2a$ da parede direita, $a=0.146m$, tem $2d$ de altura e $d=0.024m$ de comprimento. Comparam-se para seis instantes, na Fig. 12, as deformações da superfície livre calculadas numericamente com fotografias do escoamento da coluna de água, únicos resultados experimentais disponíveis [24]. Observa-se uma boa concordância entre as simulações e os dados apesar da complexidade do escoamento e das grandes deformações da superfície livre:

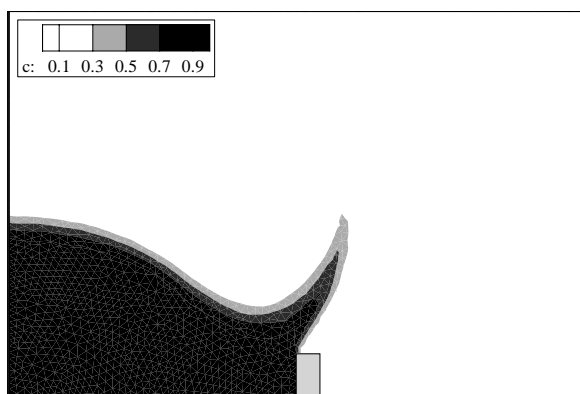
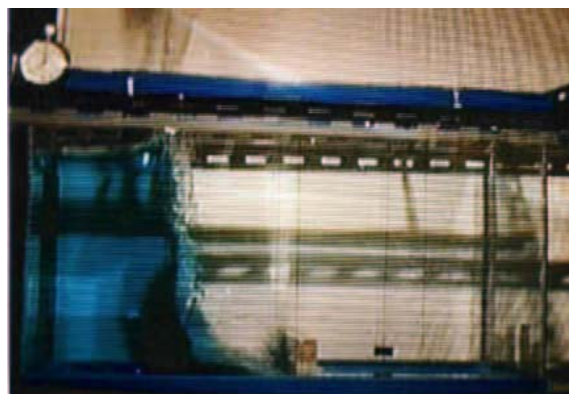
- nas Fig. 12b e Fig. 12c, correspondente ao tempo $0.1s$ e $0.2s$, observa-se uma boa concordância entre os resultados numéricos e as fotografias na forma da superfície livre, antes e logo depois o impacto com o obstáculo,
- na língua de água impelida após o impacto no obstáculo em direcção da parede direita e na forma característica da superfície livre à esquerda do obstáculo, para o tempo $t=0.3s$ (Fig. 12d),
- no impacto na parede direita e na forma horizontal típica da superfície livre à esquerda do obstáculo para o instante $t=0.5s$, Fig. 12e.



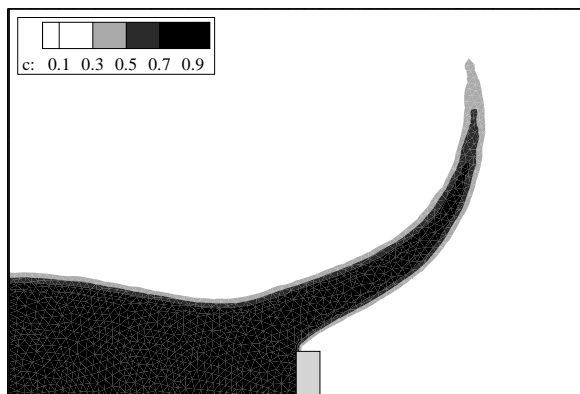
(a)



(b)



(c)



(d)



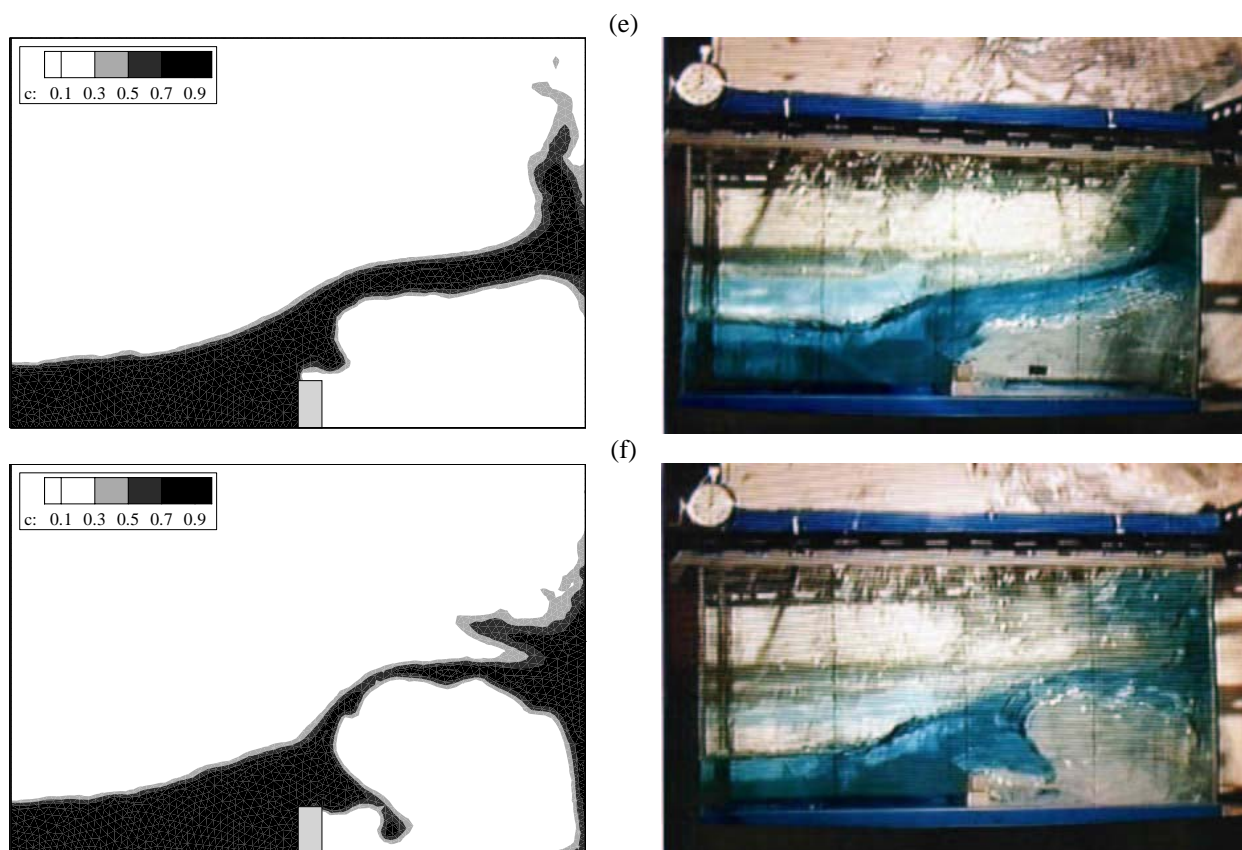


Figura 12. Queda duma coluna de água numa cuba com um obstáculo: comparação da superfície livre: (a) $t=0.0s$; (b) $t=0.1s$; (c) $t=0.2s$; (d) $t=0.3s$; (e) $t=0.5s$; (f) $t=0.6s$.

Efeitos dinâmicos importantes estão associados ao escoamento apresentado. Assim, mesmo para uma grande diferença entre a densidade dos fluidos que induz gradientes de pressão fortes, a zona de transição fica fina ao longo da simulação.

5. CONCLUSÕES

O método de resolução numérica totalmente acoplado associado ao método de "interface capturing" VOF, aqui desen

volvido para malhas estruturadas ou não estruturadas, revela-se adaptado para simular escoamentos que apresentam deformações importantes da superfície livre e uma dinâmica rápida. A zona de transição é composta apenas por 5 ou 6 elementos, assegurando assim uma boa representação da evolução da superfície livre.

Foi modelado escoamentos complexos que permitem considerar, a curto prazo, aplicações para problemas complexos de interesse práticos e de engenharia.

6. REFERÊNCIAS

- [1] Alessandrini, B., Delhommeau, G., "A fully coupled Navier Stokes solver for calculation of turbulent incompressible free surface flow past a ship hull", *International Journal for Numerical Methods In Fluids*, **29**(2), 125-142 (1999)
- [2] Harlow, F.H., Welsh, J.E., "Numerical calculation of time dependent viscous incompressible flow with free surface", *Physics of Fluids*, **8**, 2182-2189 (1965)

- [3] Sussman, M., Smereka P., Osher, S., "A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow", *Journal of Computational Physics*, **114**(1), 146-159 (1994)
- [4] Hirt C.W., Nichols, B.D., "Volume of fluid VOF method for the dynamics of free boundaries", *Journal of Computational Physics*, **39**(1), 201-225 (1981)
- [5] Didier E., Alessandrini, B., "Simulation d'écoulements visqueux à surface libre pour des géométries complexes à l'aide de maillages déstructurés", *Proceedings, 8ième Journées de l'Hydrodynamique*, Nantes (2001)
- [6] Didier, E., "Simulation d'écoulements à surface libre sur des maillages déstructurés", Tesis Doctoral, Ecole Centrale de Nantes, Nantes (2001)
- [7] Deng, G.B., Piquet, J., Vasseur X., Visonneau, M., "A new fully coupled method for computing turbulent flows", *Computers & Fluids*, **30**(4), 445-472 (2001)
- [8] Ammara, I., Masson, C., "Development of a fully coupled control-volume finite element method for the incompressible Navier-Stokes equations", *International Journal for Numerical Methods In Fluids*, **44**(6), 621-644 (2004)
- [9] Didier E., Borges, A.R.J., "Unsteady Navier-Stokes equations: a fully coupled method for unstructured mesh", *Proceedings of 12th Int. Conf. on Modelling Fluid Flow*, eds. T. Lajos & J. Vad: Budapest, 814-821 (2003)
- [10] Didier, E., Borges A.R.J., Gil, L., "Simulação numérica de escoamentos laminares e turbulentos em torno de corpos cilíndricos", *Proceedings of VII Congresso de Mecânica Aplicada e Computacional*, Évora, Portugal (2003)
- [11] Khosla P.K., Rubin, S.G., "A diagonally dominant second-order accurate implicit scheme", *Computers & Fluids*, **2**(2), 207-209 (1974)
- [12] Song, B., Liu, G.R., Lam, K.Y., Amano, R.S., "On a higher-order bounded discretization scheme", *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, **32**(7), 881-897 (2000)
- [13] Prakash, C., Patankar, S.V., "A control-volume-based-finite-element method for solving the Navier-Stokes equations using equal-order velocity-pressure interpolation", *Numerical Heat Transfer*, **8**(3), 259-280 (1985)
- [14] Rhie C.M., Chow, W.L., "A numerical study of turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation", *AIAA Journal*, **21**, 179-195 (1983)
- [15] Leonard, B.P., "Simple high-accuracy resolution program for convective modelling of discontinuities", *International Journal for Numerical Methods In Fluids*, **8**, 1291-1318 (1988)
- [16] Peric, M., "Basics of viscous flow CFD, CFD for Ship and Offshore Design", *31st Wegemt School* (1999)
- [17] Ubbink, O., "Numerical prediction of two fluid system with sharp interface", Tesis Doctoral, Imperial College (1997)
- [18] Jasak H., Weller, H.C., "High resolution NVD differencing scheme for arbitrary unstructured meshes", pagina internet: <http://monet.me.ic.ac.uk/publications/abstracts.html> (1996)
- [19] Sleijpen G.L.G., Van Der Vorst, H.A., "Maintaining convergence properties of BiCGSTAB methods in finite precision arithmetic", *Numerical algorithms*, **10**(2), 203-223 (1995)
- [20] Issa, R.I., "Solution of the implicit discretized fluid flow equations by operator-splitting", *Journal of Computational Physics*, **62**(1), 40-65 (1986)
- [21] Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw Hill (1980)
- [22] Puckett, E.G., Almgren A.S., Bell, J.B., "A high order projection method for tracking fluid interfaces in variable density incompressible flows", *Journal of Computational Physics*, **130**(2), 269-282 (1997)
- [23] Martin J.C., Moyce, W.J., "An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, **A244**, 312-324 (1952)
- [24] Koshizuka, S., Tamako H., Oka, Y., "A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation", *Journal of Computational Fluid Dynamics*, **4**(1), 29-46 (1995)

BREAKING FREE-SURFACE FLOW NUMERICAL SIMULATIONS

Abstract – Simulations of complex free-surface flow are presented using a solver based on the following methods. A fully coupled resolution method is developed to resolve the Navier-Stokes equations. A finite-volume approach, adapted to structured and unstructured meshes, is used. With this method, only one linear system in velocity-pressure is solved. The free surface is simulated by the "Volume-Of-Fluid" interface capturing method. This global approach allows the simulation of complex flows, like breaking waves.

Keywords – Fully coupled resolution method, Free surface flow, Volume of fluid, Unstructured mesh