



## CAMPO DE TEMPERATURAS EN COJINETES DESLIZANTES

J. A. MORENO<sup>1</sup>, F. ALHAMA<sup>2</sup>, F. C. GÓMEZ DE LEÓN<sup>3</sup>

<sup>1</sup>UPCT, Departamento de Ingeniería Mecánica

Campus Muralla del Mar, 30203 Cartagena, Murcia, España

<sup>2</sup>UPCT, Departamento de Física Aplicada

Campus Muralla del Mar, 30203 Cartagena, Murcia, España

<sup>3</sup>UMU, E. S. Ingeniería, Departamento de Ing. Información y Comunicación  
Campus Espinardo, 30071 Murcia, España

*(Recibido 24 de marzo de 2004, revisado 30 de junio de 2004, para publicación 26 de octubre de 2004)*

**Resumen** – Basado en el Método de Simulación por Redes se diseña un modelo en red estacionario, 2-D, para la solución numérica del campo de temperaturas y flujos de calor en cojinetes deslizantes de turbinas de vapor, con lubricación hidrodinámica. Su simulación en un software de propósito general proporciona de manera precisa y rápida el campo térmico y los flujos de calor, tanto en el lubricante como en el cojinete. Los resultados numéricos obtenidos permiten localizar los puntos térmicamente críticos del problema.

### 1. INTRODUCCIÓN

En operación, el cojinete es uno de los puntos críticos de las turbomáquinas [1]. El comportamiento de estos grandes componentes de muchos equipos industriales depende de la rigidez y del amortiguamiento que introduce la película fluida en movimiento que separa el eje del cojinete, parámetros dinámicos condicionados por la viscosidad del fluido que, a su vez, depende fuertemente de la temperatura. A pesar de que las turbomáquinas disponen de sofisticados sistemas para medir las oscilaciones del eje en el interior del cojinete [2], en pocas ocasiones se dispone de información acerca de la temperatura alcanzada por el material antifricción. Someya [3] en un extenso trabajo, que constituye una referencia clásica en el estudio de las características estáticas y dinámicas de la película de aceite en cojinetes deslizantes, organiza la información existente hasta 1986 y resuelve numéricamente mediante diferencias finitas el campo de temperaturas en la película fluida. Posteriormente Monmousseau et al. [4,5] estudian el mismo problema considerando dilataciones en el cojinete. Gomiciaga et al. [6] estudian el efecto de la órbita del eje en la temperatura. Chao [7] presenta soluciones que incluyen además efectos de cavitación y turbulencia en el fluido.

El objetivo de este trabajo es presentar y aplicar un modelo 2-D rápido y preciso, basado en el método de simulación por redes [8], para la solución numérica de este problema fuertemente no lineal debido a la acusada dependencia de la viscosidad con la temperatura [9], lo que hace inviable una solución analítica aproximada. El método seguido ha sido aplicado a numerosos problemas de ingeniería térmica proporcionando resultados precisos y rápidos [10,11]. Su simplicidad debida a los pocos componentes que intervienen en el modelo, el hecho de no necesitar ningún tipo de manipulación matemática de las ecuaciones, ni de preocuparse de los problemas de convergencia, y la precisión casi absoluta del software empleado en relación con la solución de los circuitos, convierten al método en una herramienta potente y, eficaz y muy versátil para la solución de numerosos tipos de problemas en este campo.

Siguiendo la secuencia de pasos que establece el método en que nos basamos [8], se diseña en primer lugar el modelo en red de un elemento de volumen (para cojinete y lubricante, independientemente). Para ello se discretizan las ecuaciones del modelo matemático del problema estableciendo el balance térmico del elemento de volumen; cada término de la ecuación discretizada se asocia a una corriente y se implementa en el circuito mediante un dispositivo llamado “fuente controlada de corriente”, que asume cualquier tipo de dependencia no lineal con la temperatura que pueda ser expresada mediante una ecuación

matemática. La corriente que proporcionan estos dispositivos se especifica en el modelo en red mediante software, tomando para cada variable que forma parte del término de la ecuación su valor en el nudo del modelo en donde está definida esa variable, esté este nudo dentro o fuera del elemento de volumen el que se encuentran las fuentes.

Las ecuaciones del modelo son, pues formalmente equivalentes a las ecuaciones en diferencias finitas del modelo del problema. El resto de las ecuaciones del modelo, asociadas a las condiciones de contorno e iniciales se integran en el mismo por medio de componentes sencillos para constituir el modelo completo del problema. Éste se ejecuta en un software de propósito general [12,13] proporcionando de manera precisa y rápida el campo térmico y los flujos de calor, tanto en el lubricante como en el cojinete.

La aplicación del modelo al cojinete deslizante con lubricación hidrodinámica de una turbina de vapor abre la vía a la modelización de nuevos tipos de cojinete con pequeñas variaciones sobre este modelo básico. Los resultados se presentan en forma de gráficos tridimensionales que facilitan su interpretación.

## 2. MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO Y MODELO EN RED

### 2.1. Lubricante

La ecuación local de conducción-convección en el fluido es

$$\rho_0 c_0 d\Omega u \frac{\partial T}{r \cdot \partial \theta} = k_0 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} d\Omega + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 d\Omega, \quad d\Omega = dr \cdot rd\theta \quad (1)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad del lubricante,  $c_0$  su capacidad calorífica,  $u$  la componente circunferencial de la velocidad del fluido,  $r$  la coordenada radial,  $\theta$  la coordenada angular,  $\mu$  la viscosidad dinámica del fluido y  $k_0$  su conductividad térmica. La viscosidad dinámica depende fundamentalmente de la temperatura según la expresión de Vogel

$$\mu = \exp \left[ \frac{C_2}{t + C_3} + C_1 \right] \quad (2)$$

donde  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  son constantes y  $t$  es la temperatura del lubricante. La expresión de la velocidad circunferencial de lubricación y su gradiente radial se obtiene a partir de la ecuación de Navier-Stokes

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \left( \frac{y}{\mu} - \frac{\int_0^h \frac{y}{\mu} dy}{\mu \cdot \int_0^h \frac{dy}{\mu}} \right) + \frac{\omega \cdot R}{\mu \cdot \int_0^h \frac{dy}{\mu}}, \quad u = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \left( \int_0^r \frac{y}{\mu} dr - \frac{\int_0^h \frac{y}{\mu} dy}{\int_0^h \frac{dy}{\mu}} \cdot \int_0^r \frac{dy}{\mu} \right) + \frac{\omega \cdot R}{\int_0^h \frac{dy}{\mu}} \cdot \int_0^r \frac{dy}{\mu} \quad (3)$$

donde  $\omega R$  es la velocidad del lubricante en la superficie del eje,  $P$  la presión en un punto del lubricante,  $x$  la coordenada en la dirección tangencial al cojinete e  $y$  la altura sobre el espesor del lubricante, medida desde el cojinete y en sentido radial.

La discretización espacial de la ecuación de conducción-convección (1) conduce al mismo resultado que la aplicación del balance térmico a un elemento de volumen del lubricante, constituido por una sección de corona excéntrica limitada por dos radios próximos. Esta ecuación, de la que se parte para el diseño del modelo en red, convenientemente agrupada puede escribirse en la forma:

$$\frac{\rho_0 \cdot c_0}{2} \cdot \Delta r \cdot u \cdot (T_{\theta-\Delta\theta} - T_{\theta+\Delta\theta}) + \frac{T_{r+\Delta r} - T_r}{\Delta r / 2 \cdot k_0 \cdot r \cdot \Delta \theta} - \frac{T_r - T_{r-\Delta r}}{\Delta r / 2 \cdot k_0 \cdot r \cdot \Delta \theta} + \Delta r \cdot r \cdot \Delta \theta \cdot \mu \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 = 0 \quad (4)$$

Si cada término de la anterior ecuación representa una corriente eléctrica que incide en el nudo central del elemento de volumen, el modelo en red de la ecuación anterior, figura 1a, incluye sólo cuatro dispositivos eléctricos asociados con cada uno de los miembros de dicha ecuación. Estos son: a) una fuente controlada de corriente de valor,  $j_{TRA}$ , igual al primer sumando de la ecuación, b) una fuente controlada de

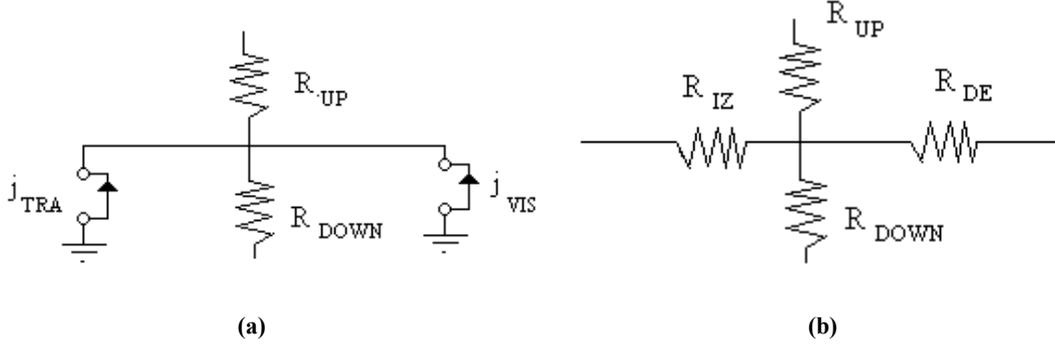


Fig. 1. Modelo en red: (a) lubricante, (b) cojinete.

corriente de valor,  $j_{VIS}$ , igual al último sumando, c) una resistencia de valor igual al denominador del segundo sumando,  $R_{DOWN}$ , y d) una resistencia de valor igual al denominador del tercer sumando,  $R_{UP}$ .

$$R_{UP} = R_{DOWN} = \frac{\Delta r}{2 \cdot k_0 \cdot r \cdot \Delta \theta} \quad (5)$$

$$\Delta r = \frac{R_{interior} - R}{15}; \quad r = R_{interior} - (15.5 - j) \cdot \Delta r$$

donde  $R_{interior}$  es el radio interior del cojinete,  $R$  es la distancia entre el centro del cojinete y la superficie del eje para el ángulo  $\theta$  y  $j$  es el número de capa de lubricante contando desde el eje. Las corrientes  $j_{TRA}$  y  $j_{VIS}$  se definen directamente al especificar este tipo de fuentes controladas capaces de asumir cualquier tipo de no linealidad del problema (7).

La zona del lubricante limitada por la circunferencia interior del cojinete y la del eje, excéntrica respecto a la primera, se divide en veinte porciones en sentido circunferencial y quince en sentido radial (300 elementos de volumen cuya geometría es diferente debido a la asimetría excéntrica del medio, cada elemento de volumen está limitado por dos arcos de circunferencia de distinto radio y centro, y dos segmentos de distinta longitud). Para obtener el gradiente de presión en la dirección tangencial se usan valores de presión del modelo dinámico del cojinete que tiene sesenta divisiones circunferenciales, lo que da lugar a tres valores de presión en cada porción del modelo de cálculo de temperatura. El gradiente viene aproximado numéricamente por la siguiente expresión:

$$\frac{\partial P}{\partial x} \approx \frac{\Delta P}{\Delta x} = \frac{1}{2R} \cdot \left( \frac{P_i - P_{i-1}}{\pi/10} + \frac{P_{i+1} - P_i}{\pi/10} \right) = \frac{5}{\pi R} \cdot (P_{i+1} - P_{i-1}) \quad (6)$$

## 2.2. Cojinete

La aplicación del balance térmico a un elemento de volumen del cojinete (sección de corona circular limitada por dos radios próximos) conduce a la ecuación

$$\frac{k_c}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) \cdot d\Omega + \frac{k_c}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \cdot d\Omega = 0 \quad (7)$$

donde  $k_c$  es la conductividad térmica del material del cojinete. De forma similar al caso del lubricante, la discretización de esta ecuación agrupada de forma conveniente según la ecuación

$$\frac{T_{i-\Delta r/2} - T_i}{\Delta r} - \frac{T_i - T_{i+\Delta r/2}}{\Delta r} + \frac{T_{i-\Delta\theta/2} - T_i}{r_i \cdot \Delta\theta} - \frac{T_i - T_{i+\Delta\theta/2}}{r_i \cdot \Delta\theta} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{2k_c \cdot \Delta\theta \cdot \left( r_i - \frac{\Delta r}{2} \right)}{2k_c \cdot \Delta\theta \cdot \left( r_i + \frac{\Delta r}{2} \right)}$$

conduce modelo en red de la figura 1b constituido por cuatro resistencias de valor

$$R_{DOWN} = \frac{\Delta r}{2k_c \Delta \theta \left( r_i - \frac{\Delta r}{2} \right)}, \quad R_{UP} = \frac{\Delta r}{2k_c \Delta \theta \left( r_i + \frac{\Delta r}{2} \right)}$$

$$\Delta r = \frac{R_{exterior} - R_{interior}}{11} \quad (9)$$

$$R_{DE} = R_{IZ} = \frac{r \cdot \Delta \theta}{2k_c \cdot \Delta r}$$

donde  $r = R_{interior} + (\Delta R/2)$  y  $R_{exterior}$  es el radio exterior del cojinete.

Para implementar el modelo en red se discretiza el cojinete en once coronas circulares concéntricas divididas en veinte sectores (220 elementos de volumen idénticos limitados por dos arcos y dos segmentos de igual longitud).

### 2.3. Condiciones de contorno

La temperatura del eje es prácticamente constante (condición isoterma), ec. (10), mientras que la cara exterior del cojinete intercambia calor por convección ( $j_{conv}$ ) con la atmósfera que lo rodea, ec (11), donde  $h$  es el coeficiente de convección y  $T_{amb}$  la temperatura exterior. Por otro lado la entrada del lubricante tiene lugar por la línea superior del plano de simetría vertical del cojinete; esto supone una condición adicional isoterma (de valor la temperatura del lubricante a la entrada  $t_{lub,o}$ ) en los elementos de que contienen la entrada del lubricante, ec. (12). Por último, las condiciones de conservación del flujo del flujo calorífico en la frontera entre lubricante y cojinete, ec. (13) y la unicidad de temperatura en dicha frontera, ec. (14), también son condiciones adicionales necesarias para completar el modelo matemático.

$$t_{eje} = t_e \quad (10)$$

$$j_{conv, superficie exterior del cojinete} = h \cdot \frac{2\pi \cdot R_{exterior}}{20} \cdot (T_{exterior del cojinete} - T_{amb}) \quad (11)$$

$$t_{ent lub} = t_{lub,o} \quad (12)$$

$$\left( k_{lub} \frac{dt}{dr} \right)_{lub} = \left( k_{coj} \frac{dt}{dr} \right)_{coj} \quad (13)$$

$$t_{lub,front} = t_{coj,front} \quad (14)$$

Las ecuaciones (10) y (13) se implementan en el modelo en red mediante pilas, mientras que la ecuación (12) se implementa mediante fuentes controladas de corriente [8].

La ejecución del modelo en red en Pspice se ejecuta de manera directa si bien éste ha de introducirse en el software mediante un lenguaje apropiado. Pspice tiene dos opciones para elaborar los archivos del modelo. Directamente mediante esquemas eléctricos por medio de la opción “schematics” o mediante un archivo de texto muy intuitivo. Aunque esta etapa requiere cierta familiarización con la elaboración de este tipo de archivos es interesante mencionar que las reglas de programación que necesita el usuario son escasas dado que los elementos que integran el modelo son sólo dos, a saber resistencias y fuentes controladas de corriente. Unas horas de estudio son suficientes para familiarizarse con la elaboración de estos archivos sólo con la ayuda del propio programa.

## 3. APLICACIÓN

Para iniciar los cálculos debemos conocer el gradiente de presiones y las constantes para la función viscosidad-temperatura. Para el cálculo de presiones se usa un programa desarrollado siguiendo a Dimarogonas [14] que para una viscosidad equivalente de  $1.35 \text{ E-}8 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{mm}^2$  de una excentricidad relativa de

Tabla 1. Valores temperatura viscosidad del lubricante.

Viscosidad dinámica ( $10^{-3}$ Pa s)	50	30	1.2	13.5	9.6	7.2	5.4
Temperatura ( $^{\circ}$ C)	20	30	40	50	60	70	80

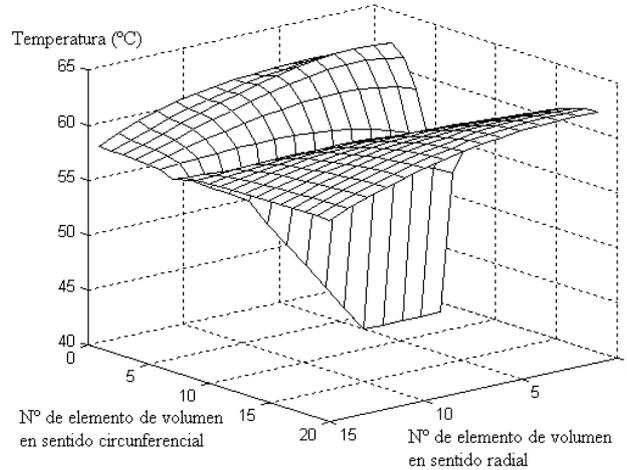


Fig. 2. Distribución de temperaturas en el lubricante desde un punto de vista cercano al eje.

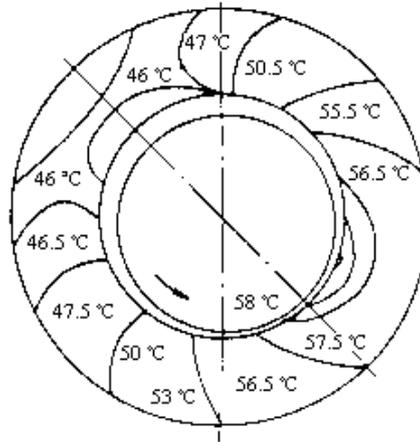


Fig. 3. Distribución de temperaturas en el cojinete obtenida por Mitsui (11).

0.74 y un ángulo de excentricidad de  $43.98^{\circ}$ . Estos resultados son muy parecidos a los usados por Mitsui [15] que son: diámetro del cojinete = 100 mm, longitud = 70 mm, holgura radial = 0.0785 mm, carga estática = 5610 N, excentricidad relativa = 0.7 y ángulo de excentricidad =  $43^{\circ}$ . Los valores de viscosidad en función de la temperatura se muestran en la tabla 1.

Los restantes valores numéricos del problema son:  $t_{eje} = 58^{\circ}\text{C}$  (9),  $h = 20 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ,  $t_{amb} = 29.2^{\circ}\text{C}$ ,  $t_{lub,o} = 40^{\circ}\text{C}$ ,  $k_{lub} = 0.131 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  y  $k_{coj} = 47 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ . En cuanto a la temperatura de entrada del aceite se sigue la misma ley experimental adoptada por Mitsui.

En la figura 2, que muestra la distribución de la temperatura en el lubricante, puede apreciarse que el máximo de temperatura se da cerca del espesor mínimo de película, en concordancia con los resultados de Mitsui mostrados en la figura 3.

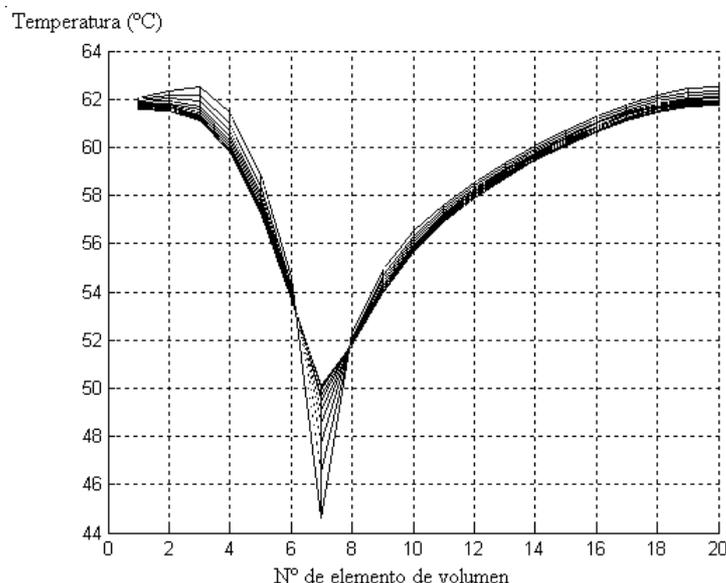


Fig. 4. Distribución circunferencial de temperaturas en el cojinete.

La figura 4 muestra la distribución circunferencial de temperaturas. La banda que aparece en la gráfica representa la fluctuación de temperaturas entre el punto en la cara exterior del cojinete y el punto sobre el mismo diámetro en la interior, en contacto con el lubricante. La línea vertical sobre la abscisa 7 representa la variación de temperatura en el espesor del cojinete justo en la zona donde entra el aceite. La discrepancia de dos grados en la temperatura máxima y en la temperatura mínima respecto a Mitsui pueden achacarse a la falta de refinamiento en la información referente a la distribución de temperaturas del aceite a la entrada, y a los valores de coeficiente de convección.

#### 4. CONCLUSIONES

Se presenta un modelo numérico preciso y computacionalmente rápido, basado en el Método de Simulación por Redes, que permite la determinación de los campos de temperaturas en cojinetes deslizantes con lubricación hidrodinámica de una manera rápida y precisa. Los resultados se han comprobado por aplicación del mismo a cojinetes de turbinas de vapor, comparando los campos térmicos con la información proporcionada por otros autores. La solución numérica proporciona de manera simultánea el campo de temperaturas y flujos de calor en todo el medio sin necesidad de manipulaciones matemáticas ni del cálculo de criterios de convergencia por parte del usuario.

#### REFERENCIAS

- [1] Vance, J. M. *Rotordynamics of turbomachinery*. John Wiley & Sons. 1988.
- [2] Bently Nevada Corporation. *Monitoring Systems*. 1995.
- [3] Someya, T. *Journal-Bearing Databook*. Springer-Verlag. Berlin. 1989.
- [4] Monmousseau, P.; Fillon, M.; Frêne, J. *Transient thermoelastohydrodynamic study of tilting-pad journal bearings- Application to bearing seizure*. J. Tribology, April (120) 319-324, 1998.
- [5] Monmousseau, P.; Fillon, M. *Frequency effects on the TEHD behavior of a tilting-pad journal bearing under dynamic loading*. J. Tribology, April (121) 321-326, 1999.
- [6] Gomiciaga, R.; Keogh, P.S. *Orbit induced journal temperature variation in hydrodynamic bearings*. J. Tribology, January (121) 77-84, 1999.

- [7] Chao, Z.; Zixia, Y.; Zhiming, Z. *THD analysis of high speed heavily loaded journal bearings including thermal thermal deformation, mass conservating cavitation and turbulent effects*. J. Tribology, July (122) 597-602, 2000.
- [8] González-Fernández, C.F. y Alhama, F. *Heat Transfer and the Network Simulation Method*. Cap. 2. Ed. J. Horno, Transworld Research Network, Trivandrum, 2001.
- [9] Shigley, J.E.; Mischke, C.R. *Standard Handbook of Machine Design*. McGraw-Hill Book Company. New York. 1986.
- [10] Alhama, F. y Campo, A. *Electric network representative of the unsteady cooling of a lumped body by nonlinear heat transfer modes*. J. Heat Transfer, Oct. (124) 988-992, 2002
- [11] Alhama, F. y Campo, A. *Network simulation of the rapid temperature changes in the composite nozzle wall of an experimental rocket engine during a ground firing test*". Applied Thermal Engineering 23 (1) 37-47, 2002.
- [12] Nagel, L.W. "*SPICE2: A computer program to simulate semiconductor circuits*". University of California, Electronics Research Lab., ERL-M520. Berkeley. CA.
- [13] Microsim Corporation Fairbanks, PSPICE 6.0., Irvine, California 92718, 1994.
- [14] Dimarogonas, A. *Computer aid machine design*. Prentice Hall 1993.
- [15] Mitsui J., Hori Y. y Tanaka, M. *An experimental investigation on the temperature distribution in circular journal bearings*. J. Tribology 1986 (108), pp. 621-627.

## TEMPERATURE FIELDS IN HYDRODYNAMIC JOURNAL BEARINGS

**Abstract** – A 2-D stationary network model based on the network simulation method is designed for the numerical solution of temperature fields and heat flux densities in the hydrodynamic journal bearing of a steam turbine. Its simulation, carried out using a general purpose software, provides rapidly and accurately the temperature field and heat flux both in oil film and in the bearing. Numerical solution permits to locate the thermal critical points of the problem.

