

# MODELO TEÓRICO EXPERIMENTAL PARA CORRELACIONAR EL DESALINEAMIENTO Y DESBALANCE DE UNA MÁQUINA ROTATIVA CON EL COMPORTAMIENTO VIBRO-ACÚSTICO Y EL CONSUMO DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN ESTADO ESTABLE

LUIS LÓPEZ TABORDA<sup>1</sup>, JOVANNY PACHECO<sup>2</sup>, VENTURA MUÑOZ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Antonio Nariño, Sede Puerto Colombia Facultad de Ingeniería Mecánica Km. 5 Antigua Vía Puerto Colombia, Barranquilla-Colombia <sup>2</sup>Universidad del Norte Facultad de Ingeniería Mecánica Km. 5 Vía Puerto Colombia Barranquilla-Colombia

(Recibido 25 de julio de 2012, revisado 15 de octubre de 2012, para publicación 30 de octubre de 2013)

**Resumen** – En el campo industrial las máquinas de tipo rotativo son ampliamente usadas, y la falla más frecuente ocurre en los rodamientos. Entre las causas raíces de fallas en elementos rodantes se encuentra la vibración producida por el des balance y des alineamiento. Otras consecuencias de la vibración son el aumento en los niveles de ruido y el aumento en el consumo eléctrico del motor. Estas variables son empleadas para monitorear y/o diagnosticar el daño en la maquina a fin de evitar perdida de disponibilidad del equipo. En el presente artículo se propone un modelo de regresión que permite relacionar el des balance y des alineamiento de una maquina con las vibraciones en los rodamientos, el nivel de ruido y el consumo de energía eléctrica. Adicionalmente se realiza un montaje experimental para la obtención de los coeficientes del modelo y posterior análisis de regresión. El modelo de regresión propuesto permite predecir el comportamiento vibro-acústico-energético de un equipo en condiciones de falla con menores recursos computacionales que los modelos numéricos publicados hasta el momento, teniendo en cuenta que ambos tipos de modelos requieren calibración experimental.

Palabras clave – Desbalance, desalineamiento, desplazamiento de vibración, nivel de presión sonora, corriente inductiva eléctrica.

## 1. INTRODUCCIÓN

El desalineamiento y el desbalance son las principales y más comunes fuentes de vibración de maquinaria rotativa, esta vibración afecta sellos, engranes, rodamientos, motor, acoples, etc. [1]. En general la mayoría de las fallas en maquinaria rotativa se presenta en los rodamientos debido a las vibraciones. Estas fallas disminuyen la eficiencia del consumo de energía eléctrica del motor eléctrico [2]. En las maquinarias rotativas eléctricas las fallas en orden de importancia se presenta en: Rodamientos, estator y rotor [3]. El consumo energético de algunos agrupamientos industriales a nivel local se encuentra distribuido en equipos: Motores eléctricos 45%; sistemas de refrigeración 29%; compresores de aire 8.3%; sistemas de bombeo 7.8%; ventiladores 5.8% e iluminación 2.9% [4], es decir, la mayoría del consumo eléctrico se debe al motor eléctrico. Debido a que en estos las principales fallas ocurren en los rodamientos, y la causa raíz es el desalineamiento y desbalance, estas últimas fallas se convierten en las principales causa de la disminución de eficiencia eléctrica.

Hay métodos completamente empíricos que caracterizan el desempeño de máquinas con falla no específica, en el que criterio de intervención de la máquina es la perdida de eficiencia a fin de evitar la pérdida de disponibilidad [2]. Las variables: vibración, sonido y consumo eléctrico son medidas y entonces empleadas para monitorear y diagnosticar maquinas rotativas pero el uso de una u otra, implica ventajas y desventajas. Las mayores ventajas del uso del monitoreo predictivo de vibración son: La confiabilidad y estandarización y sus mayores desventajas son: El costo, intrusividad, y sensores sujetos a fallas; por otra parte la medición de sonidos es de fácil uso y no intrusivo, pero debe estar protegido del ruido de fondo [5]. La medición de los parámetros del motor como base para la medición de eficiencia es un método exacto aunque intrusivo [6]. Se puede emplear técnicas de diagnóstico de máquinas eléctrica, en general los métodos de diagnóstico son: El flujo; monitoreo de la corriente del estator MCSA (*motor currentspectral analysis*); monitorear la potencia en las terminales; monitorear el voltaje del eje. De los métodos mencionados los más eficientes y aplicados de forma no intrusiva es el monitoreo de flujo y el de corriente de estator, este último es el mejor de ambos, pero el análisis de espectro lo hace complejo. Los modelos acústicos para predecir teórico-experimentalmente ruidos a bajas frecuencias en función de parámetros mecánicos en general, calculan la presión acústica en el campo exterior lejano partiendo de la superficie vibrante, de esta manera se predicen el sonido producido en claros de uniones de maquinaria reciprocante de forma muy justa tanto cualitativa como cuantitativa [7]; o el sonido producido por el desalineamiento y desbalance en máquinas rotativas de forma aproximada cualitativamente, mas no cuantitativamente [8]-[9].

Otros modelos acústicos basados en el método de análisis estadístico de energía SAE (*statistical energy analysis*) o el método hibrido numérico-SAE predicen respuestas vibro-acústicas de estructuras en función de impulsos e impactos, aplica para altas y medias frecuencias pero a diferencia de los métodos de bajas frecuencias no requiere conocer la velocidad de vibración de la superficie vibrante [10]. El desalineamiento y desbalance son fallas propias de maquina rotativas que producen vibraciones y sonidos de baja frecuencia [9], por lo anterior el método SAE no es apropiado, pero un método alternativo requiere un modelo para predecir la vibración del sistema. Existen modelos de elementos finitos FE (*finite element*) que predicen las vibraciones producidas por desalineamiento y desbalance en sistemas rotativos conformados por ejes de múltiples discos y múltiples rodamientos, estas predicciones teórico-experimentales son justas cualitativa y cuantitativamente siempre que el modelo se complemente experimentalmente [1]. En cuanto a la correlación teórica-experimental de parámetros eléctricos del motor en función de los mecánicos, la potencia y el par se pueden modelar mediante un circuito equivalente del motor de inducción. Este método proporciona resultados exactos, pero es muy intrusivo ya que requiere experimentación sin carga, para medir parámetros que complemente el modelo teórico [11].

El presente escrito tiene por objeto proponer una forma general de los modelos de regresión para correlacionar el desbalance y desalineamiento de la maquina con las vibraciones en los rodamientos, el nivel de ruido y el consumo de energía eléctrica. Se propone un modelo de regresión cuya forma específica parte de modelos teóricos propuestos y desarrollados en investigaciones y bibliografía relacionada con los temas. Dado que la complejidad de estos requiere abordar el problema mediante simulación numérica, se opta por simplificar los modelos de tal forma que su tratamiento matemático sea lo más simple posible, y permita relacionar las diferentes variables de interés mediante simple modelos de regresión de efectos lineales. Posteriormente se obtienen datos experimentales que obedecen a un diseño estadístico del experimento con su respectiva ejecución y análisis, y se ajusta los datos a la forma específica del modelo para corroborar su coeficiente de correlación, siempre verificando los debidos supuestos estadísticos, que son: significancia de los coeficientes del modelo, significancia del modelo, e independencia del error [12].

## 2. MODELOS EMPLEADOS

#### 2.1. Vibración de sistema.

## 2.1.1. Rodamiento.

La fuerza del rodamiento sobre el eje se puede modelar como se observa en la Fig.1.

El rodamiento se puede modelar como un sistema masa resorte amortiguado equivalente. La ecuación diferencial ordinaria (ODE) del desplazamiento del rodamiento es [13]:

$$m_o \frac{d^2}{dt^2} Y_o(t) + c_o \frac{d}{dt} Y_o(t) + k_o Y_o(t) = q_o$$
(1)

donde  $Y_0$  es el desplazamiento en la dirección vertical del rodamiento,  $q_0$  es la fuerza de excitación en el rodamiento,  $m_0$  es la masa,  $c_0$  es la amortiguación,  $k_0$  es la rigidez y t es el tiempo.



Fig. 1. Rodamiento: modelo masa resorte-amortiguador.

Fig. 2. Disco desbalanceado.

La solución de la ODE anterior cuando la función de excitación  $q_0$  es una ecuación harmónica EH, también es una EH con amplitud igual a [13]:

$$Y_{o}(\Omega) = \frac{(a_{o}^{2} + b_{o}^{2})^{\frac{1}{2}}}{\left[\left(\frac{k_{o}}{m_{o}}\right)^{2} - \Omega^{2}\right)^{2} + 4\left(\frac{c_{o}}{2m_{o}}\right)^{2}\Omega^{2}\right]^{\frac{1}{2}}}$$
(2a)

$$\frac{q_o(t)}{m_o} = a_o \sin \Omega t + b_o \cos \Omega t \tag{2b}$$

donde  $Y_0(\Omega)$  es la amplitud de desplazamiento del rodamiento en función de la velocidad angular  $\Omega$  de la excitación  $q_0$ ,  $a_0$  y  $b_0$  son las amplitudes de la EH de  $q_0$ .

#### 2.1.2. Disco Desbalanceado

La fuerza de excitación debido a desbalance se puede cuantificar con la siguiente ecuación armónica EH [1]:

$$p_{x} = m_{u}e_{u}\Omega^{2}\cos(\Omega t)$$

$$p_{y} = m_{u}e_{u}\Omega^{2}\sin(\Omega t)$$
(3)

donde  $m_u$  es la masa desbalanceada ubicada a una distancia  $e_u$  del eje,  $\Omega$  es la velocidad angular del eje que es igual a la misma velocidad angular de la función de excitación q<sub>o</sub> como se observa en la Fig. 2.

#### 2.1.3. Acople flexible desalineado

El desalineamiento produce fuerza y momentos de reacción en el acople, estos se observan en el diagrama de cuerpo libre estático en la Fig. 3.

donde FX1, FY1, MX1, MY1, MZ1 son las fuerzas y momentos de reacción en el lado izquierdo del acople en las direcciones X, Y y Z; FX2, FY2, MX2, MY2, MZ2 son las fuerzas de reacción en el lado izquierdo del acople en las direcciones X, Y y Z;  $\Delta$ X1, $\Delta$ Y1, son las diferencias de coordenadas del lado derecho del acople para desalineamiento paralelo;  $\Delta$ X2, $\Delta$ Y2, son las diferencias de coordenadas del lado izquierdo para desalineamiento paralelo; X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2, Z3, son las coordenadas del acople en sus extremos izquierdo, derecho, y en su centro de masa;  $\theta$  es el ángulo de desalineamiento angular:

Las ecuaciones para las fuerzas y momentos estáticos para desalineamiento paralelo y angular son [1]: Desalineamiento paralelo

$$MX1 = Tq \sin \theta_1 + K_b \phi_1, \quad MX1 = Tq \sin \theta_2 - K_b \phi_2$$
$$MY1 = Tq \sin \phi_1 - K_b \theta_1, \quad MY2 = Tq \sin \phi_2 + K_b \theta_2$$



a. Desalineamiento paralelo b. Desalineamiento angular

Fig. 3. Diagrama de cuerpo libre estático del acople.

$$FX1 = (-MY1 - MY2)/Z3, FX2 = -FX1$$
(4a)  

$$FY1 = (MX1 + MX2)/Z3, FY2 = FY1$$

Desalineamiento angular:

$$MX1 = 0.0, MX2 = -K_b\theta, \qquad MY1 = 0.0$$
  

$$MY2 = Tq \sin \theta, \qquad MZ1 = Tq/\cos \theta, \qquad MZ2 = -Tq$$
  

$$FX1 = (-MY1 - MY2)/Z3, \ FX2 = -FX1 \qquad (4b)$$
  

$$FY1 = (MX1 + MX2)/Z3, \ FY2 = -FY1$$

donde  $T_q$  es el torque mecánico transmitido por el motor eléctrico al sistema mecánico mediante el acople,K<sub>b</sub> es la constante de rigidez del acople,  $\theta_1 = sin^{-1} \frac{\Delta X1}{Z3}, \theta_2 = sin^{-1} \frac{\Delta X2}{Z3}, \phi_1 = sin^{-1} \frac{\Delta Y1}{Z3}$  y  $\phi_2 = sin^{-1} \frac{\Delta Y2}{Z3}$ 

Para el análisis dinámico las fuerzas a la izquierda y derecha del acople son [1]:

1

$$Q_c^1 = [FX1 \sin(\Omega t) + FX1 \sin(2\Omega t)]\hat{\iota} + [FY1 \cos(\Omega t) + FY1 \cos(2\Omega t)]\hat{\jmath}$$
$$Q_c^2 = [FX2 \sin(\Omega t) + FX2 \sin(2\Omega t)]\hat{\iota} + [FY2 \cos(\Omega t) + FY2 \cos(2\Omega t)]\hat{\jmath}$$
(5)

donde  $\hat{i} \neq \hat{j}$  son los vectores unitarios en las direcciones X e Y respectivamente.

## 2.2. Presión acústica

La presión del campo lejano P(R, t) debido a la vibración de la maquina se puede determinar por medio de la ecuación integral de Helmholtz que es una función de la superficie de presión en la superficie de la maquina  $P(R_o, t)$ , la aceleración de la superficie de la máquina  $\ddot{w}(Ro, t)$ , la posición de la superficie de la maquina  $R_o$ , la posición del receptor en el campo lejano R, el tiempo t y la función espacial libre de Green. [7] Las coordenadas espaciales para el análisis acústico se puede observar en la Fig. 4.

La ecuación mencionada se simplifica al limitar el cálculo al rango audible 20-20000 Hz, al suponer que el receptor es un punto en el campo acústico lejano y despreciar la contribución Aero-acústica, entonces la ecuación integral de Helmholtz en el dominio de frecuencia para bajas frecuencias es:



Fig. 4. Coordenadas geométricas para análisis acústico.

$$P(R,\omega) \cong \int \frac{\rho_0 \, \ddot{w} \, (R_0,\omega) e^{-img \, K \, r_0}}{4 \, \pi \, r_0} ds_0 \tag{6}$$

Donde  $P(R, \omega)$  es la presión del campo lejano en el dominio de la frecuencia,  $\rho_0$  es la densidad del medio acústico,  $\ddot{w}(R_0, \omega)$  es la aceleración de la superficie de la maquina en el dominio de la frecuencia,  $R_0$ es la posición de las superficie de la máquina  $s_0$ ,  $\omega$  es la frecuencia, e es el numero natural, *K* es la relación de frecuencia a velocidad de onda (K= $\omega/c$ ), c es la velocidad de onda del medio acústico, img es el numero imaginario  $\sqrt{-1}$ ,  $r_0$  es el vector posición relativa del receptor respecto a la superficie.

#### 2.3. Energía y potencia mecánica/eléctrica

## 2.3.1. Energía mecánica

La energía mecánica total del sistema es:

$$E_{total} = K_{total} + U_{total} + H_{total} \tag{7}$$

donde  $K_{total}$  es la energía cinética total,  $U_{total}$  es la energía potencial de deformación total, y  $H_{total}$  es la energía potencial gravitacional total del sistema.

## 2.3.2. Potencia mecánica

El consumo de potencia mecánica desde la perspectiva de la energía, es la variación de la energía de mecánica total respecto al tiempo, es decir:

$$P_{mec} = \frac{d}{dt} E_{total} = \frac{d}{dt} [K_{total} + U_{total} + H_{total}]$$
(8)

#### 2.4. Potencia eléctrica

La potencia de un motor eléctrico inductivo se puede modelar mediante un circuito eléctrico equivalente. [11] [11] El modelo de circuito equivalente además de ser complejo requiere la obtención de parámetros eléctricos del motor mediante experimentación. Un modelo más simple de eficiencia eléctrica constante simplifica la modelación:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \tag{9}$$

donde  $\eta$  es la eficiencia del motor,  $P_{out}$  es la potencia de salida,  $P_{in}$  es la potencia de entrada.

### 3. DESARROLLO DE MODELOS DE REGRESIÓN.

## 3.1. Vibración de sistema

El sistema que se modela y sobre el que se experimenta en el presente escrito es una combinación de ejes flexibles, rodamientos en sus apoyos, y discos rígidos delgados, por analogía los ejes se asemejan a vigas flexibles y los rodamientos a sistemas masa resorte amortiguados. La ecuación de vibración para vigas flexibles es una ecuación diferencial parcial PDE de cuarto orden, la solución analítica de esta produce una expresión en forma de serie de términos infinitos cuya complejidad dificulta el tratamiento matemático para ser abordada como un modelo de regresión. Debido a que la solución analítica debe cumplir con las condiciones de frontera de los desplazamientos en los rodamientos y el modelo de regresión se debe ajustar a los datos medidos en los mismos, es conveniente deducir un modelo de regresión a partir de esta condición de frontera. La ODE (1) se encuentra resuelta y caracterizada para una excitación de EH, la función resultante es una EH cuya amplitud es función de la velocidad de giro de la excitación (2). En el presente caso se introdujo en la función de excitación (2b) las funciones específicas para desbalance (3) y desalineamiento (4)-(5) a fin de obtener ecuaciones específica de la amplitud de desplazamientos en el caso que se presente la falla de desbalance, y desalineamiento. Esta ecuación resultante se extiende para el resto del dominio del sistema, y el comportamiento temporal de los desplazamientos se asume igual al de la excitación, es decir: Para el caso de desbalance, es harmónico a la frecuencia de giro del eje, o primer harmónico 1 Har; para el caso de desalineamiento, es periódico compuesto por harmónicos a la frecuencia de giro del eje 1har., el doble de la frecuencia del eje 2 Har y el triple de la frecuencia del eje 3 Har, según indican modelaciones y experimentos de otros autores [1, 14-15].

## 3.1.1. Vibración disco desbalanceado

Se iguala  $\frac{q_o}{m_o}$  de (2b) con p<sub>y</sub> de (3), se obtiene  $a_o = m_u e_u \Omega^2$ y  $b_o = 0$ , reemplazando en (2a) se obtiene:

$$Y_{o}(\Omega) = \frac{m_{u}e_{u}\Omega^{2}}{\left[\left(\frac{k_{o}}{m_{o}}\right)^{2} - \Omega^{2}\right)^{2} + 4\left(\frac{c_{o}}{2m_{o}}\right)^{2}\Omega^{2}\right]^{\frac{1}{2}}}$$
(10)

Aproximando (10) a una serie de potencias de Mc. Laurin con  $\Omega$  como variable y despreciando los términos de orden superior a 2, se propone un modelo de regresión de la forma:

$$Y_o(\Omega) = \frac{m_u e_u \Omega^2}{\left(\frac{k_o}{m_o}\right)^2} = C_1 m_u e_u \Omega^2 \tag{11}$$

donde  $\left(\frac{k_o}{m_o}\right)^2$  es una constante que depende del sistema masa resorte equivalente del rodamiento y que se incluye dentro de las constantes del modelo de regresión  $C_1$  a determinar experimentalmente. Los resultados anteriores se pueden extrapolar a las demás componentes harmónicas 2 Har, 3 Har; las demás direcciones; y los demás rodamientos.

#### 3.1.2. Vibración desalineamiento

Considerando solo las fuerzas en la dirección Y para el desalineamiento paralelo, asumiendo pequeños ángulos de deformación del acople, de la ecuación (4a) la expresión para la fuerza en el acople es:

Desalineamiento paralelo

$$FY1 = \frac{Tq(sin\theta_1 + sin\theta_2) + K_b(\phi_1 - \phi_2)}{Z_3} = \frac{Tq(\frac{\Delta X_1}{Z_3} + \frac{\Delta X_2}{Z_3}) + K_b(\frac{\Delta Y_1}{Z_3} - \frac{\Delta Y_2}{Z_3})}{Z_3}\phi_1 \cong \sin\phi_1 = \frac{\Delta Y_1}{Z_3}, \phi_2 \cong \sin\phi_2 = \frac{\Delta Y_2}{Z_3}(12)$$

Se iguala  $\frac{q_o}{m_o}$  de (2b) con FY1 de (12) y  $Q_c^1$  de (5) solo la componente harmónica 1 Har., reemplazando en (2a) se obtiene:

$$Y_{o}(\Omega) = \frac{Tq\Delta X + K_{b}\Delta Y}{\left[\left(\frac{k_{o}}{m_{o}}\right)^{2} - \Omega^{2}\right)^{2} + 4\left(\frac{c_{o}}{2m_{o}}\right)^{2}\Omega^{2}\right]^{\frac{1}{2}}} \Delta X = \Delta X_{1} + \Delta X_{2}, \quad \Delta Y = \Delta Y_{1} - \Delta Y_{2}$$
(13)

Aproximando (13) a una serie de potencias de Mc. Laurin con  $\Omega$  como variable y despreciando los términos de orden superior a 2, se proponer un modelo de regresión de la forma:

$$Y_{o}(\Omega) = \frac{Tq\Delta X + K_{b}\Delta Y}{(\frac{k_{o}}{m_{o}})^{2}} + \frac{(Tq\Delta X + K_{b}\Delta Y)\Omega^{2}((\frac{k_{o}}{m_{o}})^{2} - 2(\frac{c_{o}}{2m_{o}})^{2})}{(\frac{k_{o}}{m_{o}})^{6}} = C_{2}Tq\ \Delta X + C_{3}\Delta Y + C_{4}Tq\ \Delta X\Omega^{2} + C_{5}\Delta Y\Omega^{2}$$
(14)

donde  $\left(\frac{c_o}{2m_o}\right)^2$  es una constante que depende del sistema masa resorte equivalente del rodamiento y que se incluye dentro de las constantes del modelo de regresión a determinar experimentalmente, es decir,  $C_n$ . Los resultados anteriores se extrapola a las demás componentes harmónicas 2x, 3x; las demás direcciones; y las posiciones del acople.

### 3.2. Presión acústica y nivel de presión acústica

#### 3.2.1. Presión acústica

Para encontrar una expresión simplificada de la ecuación (6), es necesario definir los componentes que la conforman, reemplazarlos en (6) y desarrollar la ecuación. La Fig. 5. Presenta la posición del elemento diferencial de área ds<sub>0</sub> respecto receptor:

Donde  $\iota$  es la posición angular de elemento diferencial respecto al eje axial,  $\varsigma$  es el ángulo que forma *R* respecto plano X-Z,  $\psi$  es el ángulo de proyección *R* en X-Z, respecto eje Z. De lo anterior, las expresiones para las componentes de la ecuación (6) son:

$$\ddot{w}(\text{Ro}, t) = \ddot{X}_{o}^{i} \cos t + \ddot{Y}_{o}^{i} \sin t, \\ \ddot{X}_{o}^{i} = \frac{d^{2} X_{o}^{i}}{dt^{2}}, \\ \ddot{Y}_{o}^{i} = \frac{d^{2} Y_{o}^{i}}{dt^{2}}, \\ Y_{o}^{i} = \|Y_{o}^{i}\| \sin(\Omega t + \vartheta^{i}), \\ X_{o}^{i} = \|X_{o}^{i}\| \cos(\Omega t + \vartheta^{i})$$

$$R_o = (X_o^{t} + r\cos l)\hat{i} + (Y_o^{t} + r\sin l)\hat{j} + (Z^{t})k, R =$$
$$\|R\|[(\cos\varsigma\sin\psi)\hat{i} + (\sin\varsigma)\hat{j} + (\cos\varsigma\cos\psi)\hat{k}]ds_o = r \,dl\,dz, r_o = \|R - R_o\|$$
(15)

donde  $X_o^i$  y  $Y_o^i$  son los desplazamientos de vibraciones del sistema en las direcciones X e Y, en las diferentes ubicaciones*i* en la dirección Z, es decir, a lo largo del eje,  $||Y_o^i||$  está dado por (11) para desblance, y/o (14) para desalineamiento y de forma análoga para la dirección X, es decir, se generaliza (11) y (14)



Fig. 5. Posición elemento diferencial de área ds0 del eje (sistema vibrante) respecto al receptor acústico.

para la totalidad del sistema pero con diferentes coeficientes de regresión  $C_n^i$  para cada ubicación i, y  $\vartheta^i$  es el ángulo de fase para cada ubicación i.

Para simplificar el tratamiento matemático a fin de llegar a un modelo de regresión simple, se toma en cuenta solo la vibración en el eje Y, y desarrolla la ecuación (6) para un receptor acústico fijo ubicado verticalmente sobre un rodamiento ubicado en el origen de coordenadas, es decir, $\iota = 90^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$ ,  $\varsigma = 90^\circ$ ,  $X_o^i = 0$ , Z = 0, con ángulo de fase cero,  $\vartheta^i = 0$ , frecuencia acústica igual a frecuencia de excitación de la falla  $\omega = \Omega$ . De las simplificaciones anteriores aplicadas a (15), expresando las ecuaciones resultantes en el dominio de la frecuencia usando la transformada de Fourier considerando solo la frecuencia  $\Omega$ , sustituyendo en (6), la ecuación de diferencia de presión  $\Delta P$  para un elemento  $\Delta s_o$  es:

$$\frac{\Delta P(\Omega)}{\Delta s_o} \cong \frac{\rho_o \Omega^2}{4\pi} \left[ \cos\left(\frac{-\pi \|Y_o^i\|\Omega i}{c}\right) + i \sin\left(\frac{-\pi \|Y_o^i\|\Omega i}{c}\right) \right] \tag{16}$$

Aproximando (16) a una serie de potencias de Mc. Laurin con  $\Omega$  como variable hasta un polinomio de orden 5 (esto permite incluir las variables asociadas a la falla) se obtiene:

Para desbalance

$$\frac{\Delta P(\Omega)}{\Delta s_o} \cong \frac{\rho_o \Omega^2}{4\pi} + \frac{C_1 \rho_o m_u e_u \Omega^5}{4c}$$
(17a)

Para desalineamiento

$$\frac{\Delta P(\Omega)}{\Delta s_o} \cong \frac{\rho_o \Omega^2}{4\pi} + \frac{\rho_o \Omega^5}{4\pi} \left(\frac{\pi (C_4 Tq \,\Delta X + C_5 \Delta Y)}{c} + \frac{\pi^3 (C_2 Tq \,\Delta X + C_3 \Delta Y)^3}{6c^3}\right) + \frac{\rho_o \Omega^3 (C_2 Tq \,\Delta X + C_3 \Delta Y)}{4c} + \frac{\pi \rho_o \Omega^4 (C_2 Tq \,\Delta X + C_3 \Delta Y)^2}{8c^2} (17b)$$

La presión acústica total en el receptor fijo es igual a la sumatoria de presiones acústica  $\Delta P^i$  generada por el *i* esimo elemento de área constante  $\Delta s_o^i = r \Delta l^i \Delta z^i$  sobre la superficie vibrante, es decir:

$$P(\Omega) = \sum_{i=1}^{i} \Delta P^{i}(\Omega) \Delta s_{o}^{i}$$
<sup>(18)</sup>

donde  $\Delta P^i / \Delta s_o^i$  esta dada por (17a) para desbalance, o por (17b) para desalineamiento, donde nuevamente las constantes de regresión se pueden desarrollar y agrupar en nuevas constantes de regresión  $C_n^i$  dependientes de la ubicación sobre el sistema vibrante.

## 3.2.2. Nivel de presión acústica

El nivel de presión acústica  $L_P$  en una ubicación fija se obtiene calculando el logaritmo natural del cociente de (18) entre la presión de referencia  $P_o$ , es decir,  $L_P = \ln\left(\frac{P(\Omega)}{P_o}\right)$ , aplicando propiedades de los logaritmos,

 $L_P(\Omega) = \ln(P(\Omega)) - \ln(P_0)$ , aproximando el primer término a una serie de potencias de Taylor con  $\Omega$  como variable,  $\Omega_0$  como frecuencia fija alrededor de la cual se desea aproximar la función, hasta un polinomio de orden 2, y agrupando las constantes se obtiene:

Para desbalance

$$L_{P}(\Omega) = \left[\frac{(C_{6}m_{u}e_{u} + C_{7})}{(C_{8}m_{u}e_{u} + C_{9})}\right]^{2} \Omega^{2} + \left[\left(\frac{(C_{10}m_{u}e_{u} + C_{11})}{(C_{12}m_{u}e_{u} + C_{13})}\right)^{2} + \frac{(C_{14}m_{u}e_{u} + C_{15})}{(C_{15}m_{u}e_{u} + C_{17})}\right] \Omega + \left[\frac{(C_{18}m_{u}e_{u} + C_{19})}{(C_{20}m_{u}e_{u} + C_{21})} + \left(\frac{(C_{22}m_{u}e_{u} + C_{23})}{(C_{24}m_{u}e_{u} + C_{25})}\right)^{2}\right] + \ln(C_{26}m_{u}e_{u} + C_{27}) + C_{28}$$
(19a)

Para desalineamiento

$$L_{P}(\Omega) = \left[\frac{\left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+28}K_{n}\right)}{\left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+32}K_{n}\right)^{2}} + \frac{\left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+36}K_{n}\right)}{\left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+40}K_{n}\right)}\right]\Omega^{2} + \left[\frac{\left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+44}K_{n}\right)}{\left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+48}K_{n}\right)^{2}} + \frac{\left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+56}K_{n}\right)}{\left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+64}K_{n}\right)}\right]\Omega + \left[\left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+56}K_{n}\right) + \left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+64}K_{n}\right)\right] + \left[\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+64}K_{n}\right] + \left[\sum_{n=1}^{n=4}C_{n$$

$$\frac{(\sum_{n=1}^{n=1}C_{f+68}K_{f})}{\left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{f+72}K_{f}\right)^{2}} + \frac{(\sum_{n=1}^{n=1}C_{n+80}K_{n})}{\left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+88}K_{n}\right)} + \frac{(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+88}K_{n})}{\left(\sum_{n=1}^{n=4}C_{n+92}K_{n}\right)} + C_{97}$$
(19b)

$$\frac{K_1}{\Delta s_o^i} = \frac{\rho_o}{4\pi} \left( \frac{\pi (\overline{C_4} Tq \ \Delta X + \overline{C_5} \Delta Y)}{c} + \frac{\pi^3 (\overline{C_2} Tq \ \Delta X + \overline{C_3} \Delta Y)^3}{6c^3} \right), \qquad \frac{K_2}{\Delta s_o^i} = \frac{\pi \rho_o (\overline{C_2} Tq \ \Delta X + \overline{C_3} \Delta Y)^2}{8c^2}, \qquad \frac{K_3}{\Delta s_o^i} = \frac{\rho_o (\overline{C_2} Tq \ \Delta X + \overline{C_3} \Delta Y)}{4c},$$

donde  $\overline{C_2} = \sum_{i=1}^{i} C_2^i$ , y demás coeficientes subrayados representan los coeficientes compuesto resultantes de combinar los coeficientes de regresión de las diferentes ubicaciones*i*.

#### 3.3. Energía y potencia mecánica/eléctrica

Se emplea solo  $Y_o^i$  de (15) para obtener la energía: cinética, potencial de deformación y potencial gravitacional, posteriormente se suma y deriva respecto al tiempo de acuerdo con (8) para obtener la potencia mecánica. Solo se considera la dirección Y para facilitar el tratamiento matemático.

#### 3.3.1. Energía mecánica

El sistema está conformado por *n* segmentos de eje uniformes, de longitud *L*, densidad  $\rho$ , área *A*, Momento de inercia *I*. El sistema también está conformado por *m* discos rígidos y delgados D, de masa  $m_D$ , Momento de inercia  $I_D$ . Los ejes y discos giran a velocidades angulares  $\Omega_L$ ,  $\Omega_D$  respectivamente, se mueven a velocidades lineales  $\frac{\partial Y}{\partial t}$ ,  $V_D$  respectivamente. La ecuación general de energía cinética, y posterior simplificación empleando (15),  $\left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)_i = (V_D)_i$ ,  $\Omega_L = \Omega_D$  se presenta a continuación:

$$K_{Total} = K_{\dot{Y}} + K_{\Omega} = \left[ \sum_{n} \int_{0}^{L_{n}} \frac{1}{2} \rho_{n} A_{n} \left( \frac{\partial Y}{\partial t} \right)^{2} dz + \frac{1}{2} \sum_{m} m_{Dm} V_{Dm}^{2} \right] + \left[ \frac{1}{2} \sum_{n} I_{Ln} \Omega_{Ln}^{2} + \frac{1}{2} \sum_{m} I_{Dm} \Omega_{Dm}^{2} \right] = \left[ \sum_{n} \sum_{i} \frac{1}{2} \rho_{n} A_{n} \left( \left\| Y_{o}^{i} \right\| \Omega_{i} \cos(\Omega_{i} t) \right)^{2} + \frac{1}{2} \sum_{m} m_{Dm} V_{Dm}^{2} \right] + \left[ \frac{1}{2} \sum_{n} I_{Ln} \Omega_{Ln}^{2} + \frac{1}{2} \sum_{D} I_{D} \Omega_{D}^{2} \right] = C_{98} \Omega^{2} + C_{99} \left( \left\| Y_{o}^{i} \right\| \Omega \cos(\Omega t) \right)^{2} \right]$$
(20)

Donde  $K_{\Omega}$ ,  $K_{\dot{Y}}$  son la energía cinética rotatoria y lineal del sistema.

La ecuación general de energía de deformación, con esfuerzos  $\sigma_z^i = \frac{M_x^i y}{l^i}$ ,  $\tau_{xz} = \frac{Tq (x^2 + y^2)}{J^i}$ , tos  $M_x^i = \frac{\partial^2 Y_o^i}{\partial z^2} = \frac{Y_o^{i+1} - 2Y_o^i + Y_o^{i-1}}{\Delta Z^2}$  (aproximación de diferencias finitas de segundo orden) es [16]:

$$U_{total} = \int U_o dV = \int \left[ \frac{1}{2E} \left( \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 \right) - \frac{v}{E} \left( \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z \right) + \frac{1}{2G} \left( \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2 \right) \right] dx \, dy \, dz = \int \left[ \frac{1}{2E} \left( \frac{\left( \frac{Y_o^{i+1} - 2Y_o^i + Y_o^{i-1}}{\Delta z^2} \right) y}{I^i} \right)^2 + \frac{1}{2G} \left( \frac{Tq \left( x^2 + y^2 \right)}{I^i} \right)^2 \right] dx \, dy \, dz = C_{100} Tq^2 + C_{101} \left( \left\| Y_o^i \right\| \sin(\Omega t) \right)^2$$
(21)

donde  $I^i$ ,  $J^i$  son los momentos de inercia y polar respectivamente en la posición *i*.

La ecuación general de energía potencial gravitacional es: [16]

$$H_{total} = \sum_{n} \int_{0}^{Ln} \rho_{n} A_{n} g Y_{o}^{i} dz + \sum_{m} m_{Dm} g Y_{o}^{m} = C_{102} \|Y_{o}^{i}\| \sin(\Omega t)$$
(22)

#### 3.3.2. Potencia mecánica

Sustituyendo (20)-(22) en (8), desarrollando, transformando el resultado al dominio de la frecuencia con la transformada de Fourier, considerando solo la frecuencia  $\Omega$ , se propone el siguiente modelo de regresión general:

$$P_{mec} = C_{103} \|Y_o^i\| \Omega \tag{23}$$

## 3.3.3. Potencia eléctrica

La potencia mecánica (23), es igual a la potencia de salida del motor eléctrico, es decir,  $P_{mec} = P_{out}$  la cual está relacionada con la eficiencia y la potencia eléctrica de entrada al motor (9). Despejando la potencia de salida de la ecuación (9), se obtiene.

$$P_{in} = \frac{P_{mec}}{\eta} \tag{24}$$

El motor inductivo mantiene el voltaje constante, a medida que el sistema mecánico demanda más potencia, la potencia eléctrica de entrada se incrementa, incrementando el consumo de corriente eléctrica. La potencia de entrada del motor eléctrico trifásico en función del voltaje de la fase $V_f$  la corriente de fase  $I_f$ , factor de potencia  $\cos(\alpha)$  es: [11]

$$P_{in} = \sqrt{3}V_f I_f \tag{25}$$

Despejando  $I_f$  de (25), reemplazando (23) en (24) y sustituyendo el resultado en la ecuación  $I_f$  se obtiene:

$$I_f = C_{104} \left\| Y_o^i \right\| \Omega \tag{26}$$

Donde la constante del modelo  $C_{104}$  incluye todos los parámetros eléctricos que se asumen constantes, y las ecuaciones específicas por tipo de falla son: Para desbalance

$$I_f = C_{105} m_u e_u \Omega^3 \tag{27}$$

Para desalineamiento.

$$I_f = C_{106} T q \,\Delta X \Omega + C_{107} \Delta Y \Omega + C_{108} T q \,\Delta X \Omega^3 + C_{109} \Delta Y \Omega^3 \tag{28}$$

## 4. EXPERIMENTACION

#### 4.1. Configuración experimental.

La Fig. 6 resume la configuración del sistema, de la instrumentación, ubicación de los sensores e instrumentos de medición. Las figuras están seguidas por Tabla1 en la que se resume los rangos y resoluciones de los instrumentos:

#### 4.2. Análisis de resultados

En cuanto al análisis estadístico de los resultados de vibración, sonido, y energía, se evalúa cuatro aspectos: La significancia estadística de los modelos en las respuestas (ANOVA del modelo), la significancia de los coeficientes de los modelos con la respuesta (ANOVA de los coeficientes de regresión del modelo), el coeficiente de correlación del modelo con la respuesta, y la independencia de error (Durbin Watson). Debido a que para cada variable de respuesta se extrajeron gran cantidad de rasgos (por ejemplo: componente harmónica, valores rms, pico, máximos, mínimos, promedios, respuesta dependiente de la fase eléctrica, o puesto/ posición de medición, entre muchos otros rasgos) los resultados se presentan en función de los coeficientes de correlación, porcentajes de población de modelos por variable, y porcentaje de confiabilidad de pruebas.

#### 4.2.1. Desbalance

En la Fig. 7 se encuentran los factores experimentales con sus respectivos niveles:



a. Configuración instrumentación

Codigo ubicación acelerometro	Puesto	Direccion
1V	1	vertical
2V	2	vertical
2H	2	horizontal
3V	3	vertical
3H	3	horizontal



b. Posición acelerómetros

Fig. 6. Configuración del sistema e instrumentación.

Para la vibración los resultados se extrajeron del espectro de frecuencia del desplazamiento, el interés se centró en las amplitudes del dominio de la frecuencia en el 1 Har, 2 Har. y 3 Har, se eligió inicialmente acople flexible helicoidal.

Para el sonido los análisis se basaron principalmente en los promedios respecto al tiempo de grabación (30 segundos a 1 minuto después de alcanzar el estado estacionario de la falla) de los niveles de presión acústica: picos (pk, *peak*), máximos (*max*) y mínimos (min), también se analizaron los niveles de presión promedios (avg, *average*), en las frecuencias de 1/3 octavas más cercanos a los armónicos 1x, 2x y 3x. Se midió presión acústica en 1/3 de bandas de octavas, con ponderación de la frecuencia tipo Flat y ponderación de tiempo *F* y guardar registros cada 1 s

Se realizó un experimento  $2^3$  factorial con punto central 1 replica (18 experimentos), también aplica para el experimento sonoro. El resumen de lo más relevante del análisis de resultados para todos los puestos es el siguiente:

$$Y_o^i = C_1 m_u e_u \Omega^2 + C_{110} m_u e_u \Omega + C_{111} m_u e_u + C_{112}$$
<sup>(29)</sup>

En general para las vibraciones las amplitudes aumentan con la distancia y/o masa desbalance según se observa en la Fig. 8. El 80% de los modelos (29) tienen correlaciones con los datos mayores al 70%, y de ese porcentaje el 75% tiene correlación mayor al 90%. Se observa que es necesario incluir en el modelo (11) otras componentes, según (29), pero es predominante (11) y se corrobora en la Fig. 8.a con en el comportamiento no lineal.

	Instrumento	Objetivo	Bango	Recolucion	Incertidumbre
Variables de entrada	Alineador optico Optalign Plus	medir alineacion entre ejes	(360 grados)	0,001mm(1 grado)	0,02%
	caratula/pernos desalinemiento	medir alineacion banco	8,9 grados (1 mill)	longitud perno	0,5 mill
	Balanza digital	medir masa des balance	3 kg	0,0002 kg	0,001 kg
	Pie de rey	medir distancia des balance	230 mm	0,05mm	0,0025 mm
	indicador variador	medir frecuencia operación	0-84 hz	0,1 hz	-
	Tacometro Optico	medir velocidad de eje	0,5-100000 rpm	0,1-1 rpm	0,05%+1dig
Variables de salida	Acelerometro CTC AC102 1-A	medir aceleracion de vibracion	50 g	100 mV/g	10%
	Modulo de adquisicion y procesamiento de señal VibraSpec	Adquisicion y procesamiento de señal	80 g	100 mV/g	1%
	Sonometro y microfono	medir presion acustica	143 dB	0,1 dB	2 dB
	Analizador de red Fluke 41 B	medir voltaje	5-600 Vrms (5- 933 Vpico)	0,01 V rms (0,01 V pico)	0,5%+2dig rms (2%+3dig pico)
		medir corriente	1-1000 A rms(1- 2000 A pico)	0,01Arms (0,01Apico)	0,5%+2dig rms (2%+4dig pico)
		medir potencia	0-600KW prom(0- 2000kWpico)	0,1 W	1%+4dig

Tabla 1. Resumen especificaciones instrumentación



Fig.7. Factores y niveles experimentales desbalanceo.



a.1X vs Frecuencia

b.1X a frecuencia constante 60Hz vs distancia desbalance

Fig. 8. Gráficos de amplitudes de desplazamiento de vibración en el 1 puesto 1V.

$$L_{n} = C_{14}m_{\mu}e_{\mu}\Omega + C_{18}m_{\mu}e_{\mu} + C_{28}$$
(30)

En general para el experimento sonoro los niveles aumentan con el desbalance y con la frecuencia según se observa en la Fig. 9.a. y 9.b., y los modelos basados en (30) que los relacionan tienen correlación





b) Lp promedio a 60Hz vs distancia desbalance



c. Espectro a 60 Hz

Fig. 9. Niveles de presión sonora, desbalance.



Fig. 10. If Amperios rms vs Frecuencia, desbalance

promedio superior al 90%. Los picos en el espectro que más resaltan, son los cercanos a las frecuencias 1 Har. y 2 Har. en la Fig. 9.c, se observa que el modelo (30) se puede derivar del (19a). Respecto a la energía eléctrica se realizó la prueba para acople rígido y flexible. Con el acople flexible la falla no es significativa estadísticamente en los parámetros eléctricos. Para acople rígido se obtiene significancia estadística de los parámetros eléctricos en función de la falla. A pesar de los elevados coeficientes de correlación de

Nivel codificado	Frecuencia(Hz)	∆x desalineamiento(mill)
1	20	0
2	24	30
3	35	42
4	45	57
5	60	



Fig. 11. Niveles experimentales, desalineamiento paralelo acople rígido.



a. 2 Har, puesto 3H Vs Frecuencia

b. 3 Har. Puesto 3H Vs Frecuencia

Fig.12. Vibración desplazamiento, desalineamiento paralelo.

los modelos, en la Fig. 10 no se observa diferencias marcadas entre los consumos para la falla y sin falla, la prueba de independencia de error tiene una confiabilidad del 90% que es inferior a lo observado en los modelos de vibraciones y de niveles de presión sonora. El modelo de corriente probado es de la forma:

$$I_f = C_{113}m_u e_u \Omega + C_{114}m_u e_u + C_{115}\Omega + C_{116}$$
(31)

El modelo (31) es de menor orden que (27) pero al igual que este, tiene un efecto elevado de la interacción de los factores velocidad y desbalance, las diferencias de parámetros eléctricos son más notables a niveles intermedios de la falla y la velocidad según se observa en la Fig. 10.

#### 4.2.2. Desalineamiento paralelo

Se realizó experimento con acople flexible y acople rígido. El acople flexible absorbe la vibraciones ocasionadas por el desalineamiento por lo tanto el desalineamiento no es significativo estadísticamente en los niveles de presión sonora y los parámetros eléctricos. El desalineamiento en acople rígido es significativo en la variación de niveles de presión sonora y parámetros eléctricos. En la Fig. 11 se encuentran los niveles experimentales para acople rígido.

Se realizó un experimento con 2 factores, frecuencia y desalineamiento (mills, milésimas de pulgada), 5 y 4 niveles respectivamente, 1 replica para un total de 40 experimentos, aplica para el experimento de sonido y parámetros eléctricos. El resumen de lo más relevante del análisis de resultados para todos los puestos está en la Fig. 12.

$$Y_o^i = C_4 \Omega^2 + C_2 \Delta X \,\Omega + C_{115} \Omega \tag{32}$$



Lppk vs Frecuencia

b. Espectro Lpavg a 45 Hz





Fig. 14. If Amperios rms vs frecuencia, desalineamiento paralelo.

Respecto a la vibración el 70% de los modelos (32) extraídos de (14) tienen correlación con los datos entre el 70 al 90%, aproximadamente el 50% el desalineamiento no es significativo en las vibraciones corresponden a las amplitudes en el 1 Har, 90% de confiabilidad en la prueba de independencia del error, al constatar la Fig. 12, se aprecia comportamientos muy aleatorios y dispersos.

$$L_{p} = C_{48} \Omega + C_{69} \Delta X + C_{45} \Delta X \Omega + C_{97}$$
(33)

Los niveles de presión sonora son significativamente dependientes de la frecuencia y el desalineamiento, el modelo (33) extraído de (19b) se correlaciona con los datos en porcentajes mayores 90%, y hay un incremento notable de los niveles a las frecuencias de operación es decir en el 1 Har. Según se observa en Fig. 13.

$$I_f = C_{106} \Delta X \Omega + C_{107} \Omega + C_{108} \Delta X + C_{116}$$
(34)

Respecto a la corriente eléctrica, los coeficientes de correlación de los modelos (34) deducidos a partir de (28) son elevados, en la Fig. 14 se observa diferencias marcadas a altas frecuencias respecto al consumo de corriente, la prueba de independencia de error tiene una confiabilidad del 90% que es inferior a lo observado en los modelos de vibraciones y de niveles de presión sonora.

#### 4.2.3. Desalineamiento angular

Por el mismo argumento que para desalineamiento paralelo, los resultados finales presentados son de experimento con acople rígido. Los niveles experimentales se representan en la Fig. 15.

Nivel codificado	Frecuencia (Hz)	ΔX desalineamiento (mill)
1	20	0
2	24	30
3	35	42
4	45	57
5	60	72
6	_	84



Fig. 15. Niveles experimentales, des alineamiento angular acople rígido.







Fig. 16. Vibración desplazamiento vs frecuencia, desalineamiento angular acople rígido.



a. Lpk vs Frecuencia

```
b. Espectro de Operación a 45 Hz
```

Fig. 17. Nivel de presión sonora, desalineamiento paralelo.

Se realizó un experimento similar a desalineamiento paralelo, pero para sonido se empleó los niveles de des alineamiento 72 y 84 mil, y no se realizó 30 y 57 mil. El resumen de lo más relevante del análisis de resultados para todos los puestos está representado en la Fig. 16., Fig. 17 y Fig. 18.

Respecto a la vibración el coeficientes de correlación de modelos promedio es del 71%, inferior a lo observado para desbalance y desalineamiento paralelo, la prueba de independencia de error es 90% confiable, y aplica en el 50 % de los casos, el 30% de los modelos implican significancia estadística de la vibración con el desalineamiento y la totalidad se centra en 2 Har. y una minoría en el 3 Har. Los niveles de presión sonora son significativamente dependientes de la frecuencia y el desalineamiento, el modelo (33) se correlaciona con los datos en porcentajes mayores 90%, y hay un incremento notable de los nive-



Fig. 18. Corriente eléctrica vs frecuencia, desalineamiento angular.

les en el 1 Har. Respecto al consumo eléctrico los resultados obtenidos son similares a los del desalineamiento paralelo.

## 5. ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS

La falla con comportamiento más marcado desde el punto de vista de vibraciones y sonido es el desbalance, lo anterior se concluye a partir de los coeficientes de correlación y el porcentaje de confiabilidad de las pruebas estadísticas, y para ambos tipos de falla, los modelos de regresión apropiados son los propuestos para vibración y sonido, pero en vibración el modelo de regresión de desalineamiento aplica principalmente para 2 Har y presentan menores correlaciones y mayor dispersión, mientras que el modelo de des balance aplica para 1 Har, 2Har.y 3Har con elevadas correlaciones y menor dispersión de datos. Respecto al sonido ambos modelos de desbalance y des alineamiento explican más del 90% del error (en promedio) de los niveles de presión sonoro globales y los específicos, se observa picos elevados en las frecuencias armónicas, especialmente en el 1Har.y 2Har. que igualmente correlacionan adecuadamente con el modelo propuesto. Los parámetros eléctricos presentan de todos los modelos los menos marcados por la falla, aunque presentan coeficientes elevados de correlación, son dispersos, varían desde el 40% hasta 90%, y también presenta la menor fiabilidad de la prueba estadística de independencia del error 90%. Respecto a los experimentos con acoples rígidos, se cambió el tipo de acople para percibir cambios significativos estadísticamente en los parámetros sonoros y energéticos, se emplearon los mismos modelos de regresión propuestos para acople flexible, dado que las variables de entrada son las mismas para modelos de acoples rígidos [17], se obtuvo modelos de regresión con correlación entre 70-90% adecuados a pesar de la no flexibilidad del acople.

## 6. CONCLUSION Y TRABAJOS FUTUROS

Los modelos de regresión propuestos describen apropiadamente los datos experimentales, pero la obtención experimental es un método muy específico, que en el presente caso aplica para la máquina con la que se desarrollaron los modelos, sin embargo los modelos y los datos sirven de base para proseguir con la obtención de un modelo teórico que podría extrapolarse a otros sistemas diferentes que el desarrollado, basado en los mismos modelos que se emplearon para proponer los modelos de regresión, en el que el principal reto es el acople entre el modelo de vibraciones y el acústico, y que en el presente caso fue posible gracias a las simplificaciones que permitieron arrojar el modelo de regresión hipotético. Actualmente se sigue trabajando en mismo problema en la Tesis de maestría y de doctorado de los Ingenieros Luis L. López y Ventura Muñoz respectivamente, en la posibilidad de modelar la falla de forma completamente teórica empleando modelos analíticos DTFS (*Distributed Transfer Function Syntesis*) para vibraciones, métodos numéricos FE para el sonido, teoría de mecánica de sólidos y teoría de máquinas eléctricas para modelar el consumo de energía mecánica y eléctrica. Los autores esperan pronto estar publicando más artículos similares en la misma línea de investigación y presentando los avances en la misma.

#### AGRADECIMIENTOS

A Colciencias y el programa jóvenes investigadores e innovadores "Virginia Gutiérrez de Pineda", al Ingeniero Eloy Olsen, y Marco de Leon de Semapiltda.

## REFERENCIAS

- [1] Jalan, A.Kr., Mohanty, A.R., "Model based fault diagnosis of a rotor-bearing system for misalignment and unbalance under steady-state condition", *Journal of Sound and Vibration*, **327**(3-5), 604-622 (2009)
- [2] Lu, B., Durocher, D.B., Stemper, P., "Online and nonintrusive continuous motor energy and condition monitoring in process industries", Pulp and Paper Industry Technical Conference, 2008. PPIC 2008.Conference Record of 2008 54th Annual, 18- 26 (2008)
- [3] Tavner, P.J., "Review of condition monitoring of rotating electrical machines", *Electric Power Applications*, 2(4), 215-247 (2008)
- [4] Campos, J.C., Prias, O., Meriño, L., Charris, I., Lora, E., Correa, Z., Riaño, F., "Caracterización del uso de la energía en un agrupamiento industrial de la ciudad de Barranquilla", *Energía y Computación*, 14(2), 31-39 (2006)
- [5] Wei, Z., Habetler, T.G., Harley, R.G., "Bearing Condition Monitoring Methods for Electric Machines: A General Review", Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, 2007. SDEMPED 2007. IEEE International Symposium on, 3-6 (2007)
- [6] Lu, B., Habetler, T.G., Harley, R.G., "A Survey of Efficiency-Estimation Methods for In-Service Induction Motors", *Transactions on industry applications*, **42**(4), 924-933 (2006)
- [7] Dubowsky, S., Morris, T.L., "An Analytical and Experimental Study of the Acoustical Noise Produced by Machine Links", *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, **105**(3), 393-401 (1983)
- [8] Hamzaoui, N., Boisson, C., Lesueur, C., "Vibro–acoustic analysis and identification of defects in rotating machinery, part i: theoretical model", *Journal of Sound and Vibration*, **216**(4), 553-570 (1998)
- [9] Hamzaoui, N., Boisson, C., Lesueur, C., "Vibro–acoustic analysis and identification of defects in rotating machinery, part ii: experimental study", *Journal of Sound and Vibration*, **216**(4), 571-583 (1998)
- [10] Shorter, P.J., Langley, R.S., "Vibro-acoustic analysis of complex systems", *Journal of Sound and Vibration*, 288(3), 669-699 (2005)
- [11] Chapman, S.J., Maquinas Eléctricas, McGraw-Hill, Colombia, Tercera Edición (2000)
- [12] Montgomery, *Diseño y Análisis de Experimentos*, John Wiley & Sons, United States of America, Second edition (2006)
- [13] Rao, S.S., Mechanical vibrations, Pearson Prentice Hall, United States of America, Fourth edition (2004)
- [14] Xu, M., Marangoni, R.D., "Vibration Analysis of a Motor-flexible Coupling-Rotor System Subject To Misalignment And Unbalance, Part II: Experimental Validation", *Journal of Sound and Vibration*, 176(5), 681-691 (1994)
- [15] Xu, M., Marangoni, R.D., "Vibration Analysis Of A Motor-Flexible Coupling-Rotor System Subject To Misalignment And Unbalance, Part I: Theoretical Model And Analysis", *Journal of Sound and Vibration*, 176(5), 663-679 (1994)
- [16] Ugural, A.C., Fenster, S.K., Advanced Strength and Applied Elasticity, Prentice Hall, United States of America, Fourth edition (1995)
- [17] Lees, A.W., "Misalignment in rigidly coupled rotors", *Journal of Sound and Vibration*, **305**(1-2), 261–271 (2007)

## THEORICAL AND EXPERIMENTAL MODEL TO CORRELATE THE MISALIGNMENT AND UNBALANCE OF A ROTARY MACHINE WITH THE VIBROACUSTIC BEHAVIOR AND THE ELECTRIC ENERGY CONSUMPTION IN A STABLE STATE

**Abstract** – Rotary machines are often used in the industrial field and the most frequently failure occurs in the roll bearings. Vibration produced by the unbalance and misalignment are the main causes of rolling element failures. Other consequences of the vibrations are the increase of noise level and the electric energy consumption in the motor. These variables are used to monitor and diagnose the failure in the machine in order to prevent them not to be available. Through this article we propose a regression model which allows us to relate the unbalance and misalignment of a machine to the vibrations in the roll bearing, the noise level and the electric energy consumption. In addition to this we perform an experimental assembly to obtain the coefficient of the model and then the regression analysis. The regression model proposed let us predict the energy –vibroacustic behavior of equipments exposed to fail using less technological resources than the numerical model disclosed so far, and both require experimental calibrations.

Keywords - Unbalance, Misalignment, Vibration displacement, Sound pressure level, Induction current.