



## CONCEPÇÃO DE SISTEMAS DE SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIAS COMPLEXAS PARA AERONAVES COMERCIAIS

TÉO C. REVOREDO<sup>1</sup>, JULES G. SLAMA<sup>2</sup>, FÉLIX MORA-CAMINO<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade do Estado do Rio de Janeiro  
Departamento de Engenharia Eletrônica e Telecomunicações  
Rua São Francisco Xavier 524, sala 5001E, bloco E, Rio de Janeiro, RJ, 20550-900, Brasil

<sup>2</sup>Universidade Federal do Rio de Janeiro - Centro de Tecnologia  
Laboratório de Acústica e Vibrações, Programa de Engenharia Mecânica/COPPE  
Bloco G, Cidade Universitária, Ilha do Fundão, Rio de Janeiro, RJ, 21949-900

<sup>3</sup>École Nationale de l'Aviation Civile  
Laboratoire d'Automatique et de Recherche Opérationnelle  
7, avenue Edouard Belin - BP 54005 31055 Toulouse Cedex 4, França

*(Recibido 5 de enero de 2012, para publicación 12 de junio de 2012)*

**Resumo** – O crescimento do tráfego aéreo nos principais aeroportos do mundo gera problemas relativos à saturação do espaço aéreo próximo e ao ruído ao redor destes aeroportos, o que tem levado pesquisadores a buscar soluções através da pré-definição de trajetórias de menor ruído que sejam compatíveis com a capacidade prevista para o tráfego nos aeroportos. Estas trajetórias podem ser difíceis de serem seguidas por aeronaves com sistemas de controle de voo clássicos, baseados no seqüenciamento de modos de controle elementar tanto para movimentos verticais como laterais. Assim, propõe-se demonstrar a exequibilidade da concepção de sistemas de controle de voo capazes de acompanhar com exatidão este novo tipo de trajetória. Para isso, considera-se que o modelo matemático da dinâmica do voo de aeronaves apresenta uma propriedade denominada platitude diferencial (differential flatness), que permite elaborar os controles adequados através de inversão dinâmica. Desse modo, apresentamos aqui um método de concepção de sistemas de seguimento de trajetórias para aeronaves comerciais, baseado no conceito de platitude diferencial. Primeiro, partindo de um modelo da dinâmica de guidade de uma aeronave, estabelecem-se condições suficientes para que a propriedade de platitude diferencial seja satisfeita. De fato, estas condições são satisfeitas pelos diferentes tipos de aeronaves comerciais atuais em condições normais de voo. Em seguida, dada a complexidade da inversão dinâmica proposta, uma rede neural artificial é utilizada para a solução numérica do problema. Os resultados são obtidos e validados com base no Modelo integrado de ruído (INM).

**Palavras-chave** – Controle plano, inversão dinâmica, redes neurais artificiais.

### 1. INTRODUÇÃO

O crescimento do tráfego aéreo nos principais aeroportos do mundo resulta, inevitavelmente, em problemas de saturação do espaço aéreo próximo a estes locais. Além disso, o impacto sonoro criado pela movimentação das aeronaves ao redor dos aeroportos torna-se cada vez maior. O ruído aeronáutico, inclusive, já se enquadra hoje como um dos fatores determinantes nas políticas de expansão aeroportuária, sendo uma restrição importante para permitir o crescimento sustentado do transporte aéreo. Esse cenário tem fomentado a busca por novas soluções para o problema, e vários estudos vêm sendo realizados com o objetivo de projetar novos procedimentos de pouso e decolagem que reduzam o incômodo sonoro da população vizinha aos aeroportos, ao mesmo tempo em que sejam compatíveis com a capacidade almejada do tráfego aéreo. Para que o desenvolvimento de tais procedimentos seja efetivo, dois fatores são importantes, a saber:

1. A estimação do ruído aeronáutico de maneira dinâmica e com alta exatidão em pontos ao redor dos aeroportos, em função das trajetórias desempenhadas pelas aeronaves.

2. A capacidade do sistema de guidagem das aeronaves de fazê-las seguir trajetórias complexas, projetadas com os objetivos de minimizar os níveis de ruído gerados na vizinhança dos aeroportos e de atender à nova capacidade de tráfego.

O primeiro item trata da estimação adequada do ruído gerado pelas aeronaves ao redor dos aeroportos. Uma estimação exata e dinâmica permitiria a avaliação de diferentes cenários de maneira adequada e abriria caminho para a implementação de procedimentos de otimização do projeto de trajetórias, condicionando-as aos níveis de ruído estimados em função dos parâmetros de desempenho da aeronave e das condições ambientais locais.

O segundo item diz respeito à necessidade das aeronaves serem capazes de desempenhar novas trajetórias complexas geradas dinamicamente. Tais trajetórias podem ser difíceis de serem realizadas por aeronaves com sistemas de controle de voo clássicos, baseados no seqüenciamento de modos de controle elementar tanto para movimentos verticais como laterais, o que destaca a importância do desenvolvimento de novos sistemas de controle com essa finalidade.

Ambos os itens dependem do conhecimento (ou da estimação adequada) dos parâmetros que são as entradas para o sistema de guidagem das aeronaves. São esses parâmetros que fazem com que as aeronaves sigam uma trajetória definida e, junto a ela, definem primariamente os níveis de ruído na vizinhança dos aeroportos. Trata-se especificamente dos ângulos de *roll* e *pitch*, e do empuxo dos motores.

Para realizar a estimação destes parâmetros, a propriedade de *platitude* diferencial (*differential flatness*) pode ser utilizada. Sua aplicação permite demonstrar que o conhecimento da trajetória desempenhada pelo centro de gravidade de uma aeronave é suficiente para determinar, algebricamente, as trajetórias dos parâmetros de entrada (controles) do sistema de guidagem da mesma. Entretanto, o procedimento implica na realização de uma inversão dinâmica que é difícil de ser alcançada de forma analítica, devido à complexidade do modelo. Desse modo, uma solução numérica é aqui implementada. Uma rede neural artificial (RNA) é aplicada ao problema, sendo treinada com dados extraídos do Modelo integrado de ruído (INM), um programa desenvolvido pela administradora dos aeroportos norte-americanos (FAA) que é, hoje, o mais difundido pelo mundo para a estimação do ruído aeronáutico ao redor de aeroportos. Apesar das inúmeras limitações que o software (e a metodologia de segmentação das trajetórias de voo das aeronaves na qual é baseado) possui, tendo como principal finalidade a geração de curvas estáticas de níveis de ruído para a região ao redor dos aeroportos devido à operação das aeronaves, o INM provê informações coerentes e suficientes para a demonstração da exequibilidade da metodologia aqui proposta.

O trabalho é organizado da seguinte maneira: A Seção 2 apresenta de maneira sucinta as principais abordagens para o projeto de novos procedimentos operacionais para a redução de ruído. A Seção 3 apresenta os conceitos fundamentais da teoria dos sistemas diferencialmente planos, incluindo a definição da propriedade de *platitude* diferencial e uma breve discussão com relação às principais aplicações. A Seção 4 demonstra a possibilidade de inversão da dinâmica de guidagem de uma aeronave a partir do conhecimento da trajetória realizada pelo seu centro de gravidade. A Seção 5 apresenta resultados da realização desta inversão utilizando uma estrutura de rede neural artificial como sistema de predição (ou sistema de entrada e saída), e a Seção 6 apresenta algumas conclusões sobre o trabalho.

## 2. PROCEDIMENTOS OPERACIONAIS PARA A REDUÇÃO DE RUÍDO

Os procedimentos operacionais para a redução de ruído (NAPs) podem ser classificados em três grupos [1], a saber: Perfis e rotas de voo, gerenciamento espacial e gerenciamento do solo. Dentre estes, os que mais têm sido abordados na literatura são os focados nos procedimentos de voo e rotas de pouso e decolagem, sendo os estudos que abordam aproximação e pouso os mais difundidos até então. De um modo geral, esses procedimentos são baseados na tentativa de evitar vôos sobre áreas com alta densidade populacional através da modificação da rota ou do procedimento de pouso ou decolagem da aeronave.

A modificação da rota diz respeito à modificação da trajetória percorrida pela aeronave no plano horizontal, com o objetivo de eliminar o voo da mesma sobre determinadas regiões. Nesse contexto, novos conceitos em navegação aérea (RNAV) devem oferecer melhorias na determinação de rotas mais flexíveis para a redução de ruído em áreas sensíveis, ao mesmo tempo em que reduzir a dispersão de rotas. Isso é esperado em função da melhor exatidão dos novos sistemas de navegação aérea com relação aos conven-

cionais. Na Europa, por exemplo, a introdução deste conceito é objetivada para todas as fases do voo. A organização europeia para a segurança da navegação aérea (EUROCONTROL) [2], definiu os conceitos de RNAV e sistemas de navegação por satélite como habilitadores de melhorias futuras em termos de segurança, eficiência e/ou economia de voo, uma vez que sua implementação é baseada em um processo de planejamento coordenado e harmonizado.

A modificação do perfil diz respeito à modificação da trajetória percorrida pela aeronave no plano vertical, de maneira a aumentar a distância entre esta e a região no solo na qual se deseja diminuir a exposição sonora. Nesse contexto, a metodologia consiste na definição de perfis ótimos de subida ou aproximação, atuando nas velocidades da aeronave e no empuxo do motor nas diferentes fases do procedimento. Como exemplo, citam-se os procedimentos de decolagem NADP1 e NADP2 [3], também conhecidos como NADPs próximo e distante, respectivamente, e o procedimento de pouso CDA. Os primeiros visam diminuir a exposição sonora em regiões próximas (NADP1) ou a uma dada distância (NADP2) do aeroporto sob determinadas rotas de decolagem e o segundo objetiva a manutenção da aeronave em maiores altitudes e com menor utilização de potência dos motores durante o pouso se comparado a perfis convencionais. Exemplos de estudos para a diminuição do ruído gerado por aeronaves quando da realização de procedimentos de decolagem podem ser encontrados em [4,5].

Uma análise da implementação de procedimentos operacionais para redução de ruído em aeroportos ao redor do mundo é encontrada em [1]. Outros exemplos de aplicação podem ser encontrados em [6,7].

Embora os benefícios ambientais da adoção de NAPs possam ser facilmente quantificados, a implementação destes procedimentos é dificultada por diversas restrições, dentre as quais citam-se os requisitos de capacidade, a infra-estrutura do aeroporto, a tripulação da aeronave, a aceitação por parte dos pilotos e controladores de voo, dentre outros.

Deve-se também observar que os procedimentos de pouso e decolagem para minimização de ruído são normalmente genéricos por natureza, ou seja, não são otimizados para uma situação local. Isso significa que, embora eles sejam otimizados para um determinado desvio no nível de ruído, eles não são projetados com base no impacto ambiental sonoro para um aeroporto específico, uma vez que isso é fortemente relacionado à distribuição da população e do tipo de uso do solo ao redor do mesmo. Por esse motivo, torna-se natural a avaliação e aplicação de ferramentas de otimização com o intuito de alcançar procedimentos operacionais que reduzam o impacto ambiental sonoro do aeroporto condicionados à restrições. Alguns trabalhos com esse foco são encontrados na literatura, dentre os quais os comentados a seguir.

Em [8] os autores apresentam uma proposta de otimização de procedimentos operacionais baseada em procedimentos pré-definidos e no tipo de aeronave que os irá desempenhar. A ferramenta de análise utilizada combina um modelo de ruído, uma relação dose-resposta, um sistema de informações geográficas e um algoritmo de otimização dinâmica de trajetórias. O método proposto foca a otimização dos perfis de voo enquanto as rotas são mantidas constantes. A função de custo considera o número de pessoas que têm seu sono interrompido e a quantidade de combustível consumido durante o procedimento de decolagem das aeronaves. Os resultados de simulação apresentados comparam perfis otimizados gerados com base no perfil padrão OACI-A e comprovam o menor consumo de combustível e número de pessoas acordadas com reduções significativas. Um estudo anterior do autor realiza metodologia semelhante com foco na otimização de trajetórias de pouso [9].

Uma metodologia semelhante é proposta em [10] e um algoritmo adaptativo para redução de ruído pode ser encontrado em [11]. Outro estudo [12] enfatiza que a maioria dos NAPs atuais, tais como os citados acima, são adaptações locais de procedimentos genéricos que objetivam a otimização da curva de níveis de ruído em solo gerada pela aeronave e geralmente não consideram as densidade e a distribuição populacional ao redor de um aeroporto específico. Partindo dessa afirmação, os autores apresentam uma metodologia de troca entre trajetórias de pouso que são otimizadas de acordo com diferentes critérios em função do ruído. Tipicamente, esses diferentes critérios não são compatíveis entre si, e as variáveis que otimizam um determinado objetivo podem estar distantes de o fazerem para outros, o que ressalta a dificuldade de identificar a trajetória de mínimo ruído entre todas as mínimas locais.

### 3. PLATITUDE DIFERENCIAL

Sistemas mecânicos não lineares possuem vasta aplicação tanto nas indústrias tradicionais quanto em novas tecnologias aplicadas a diversas áreas tais como transporte, saúde, agricultura, segurança, entre outras. Embora apresente algumas aplicações desafiadoras, muitas metodologias de controle não aproveitaram de maneira abrangente a estrutura não linear desta classe de sistema. De fato, a técnica mais comum para análise e controle de sistemas mecânicos é a conversão das equações de movimento, de equações diferenciais ordinárias (ODEs) de segunda para primeira ordem (levando à uma representação de estado) e, em seguida, a linearização ao redor de um ponto de operação, para depois realizar a síntese de um controlador linear. Esta abordagem, entretanto, não aproveita informações estruturais importantes que podem ser úteis para melhorar o desempenho global do sistema em malha fechada.

Nesse contexto, grande parte dos problemas considerados são relacionados ao planejamento e ao seguimento de trajetórias na presença de ruídos e incertezas. Como exemplos, pode-se citar aeronaves e submarinos não-tripulados pilotados remotamente, movimentação de robôs em áreas fabris e mãos robóticas em operações de inspeção e manipulação dentro do corpo humano. O projeto adequado de trajetórias para esses sistemas permite considerar especificidades comportamentais e atingir níveis de desempenho impossíveis caso contrário. Dentre os seus benefícios, destaca-se a aplicação em sistemas nos quais o erro entre o estado desejado e o estado verdadeiro possa levar a níveis de atuação excessivos, pois é possível evitar a saturação dos atuadores, melhorando o desempenho global. Além disso, o projeto de trajetórias inclui o estudo das restrições cinemáticas do sistema, o que, por sua vez, permite a condução do mesmo através de trajetórias realizáveis. Um dos maiores desafios para esta classe de problemas tem sido a determinação de trajetórias para sistemas não lineares com restrições cinemáticas que, pela sua natureza, não restringem o espaço de estados atingíveis, mas, por outro lado, não permitem o controle direto das variáveis de estado (restrições cinemáticas não holonômicas [13]). Não existe atualmente nenhum método de geração de trajetórias para esta classe de problema, existindo apenas métodos particulares para classes de sistemas específicos [14].

Historicamente, sistemas de equações diferenciais ordinárias determinados, ou seja, sistemas nos quais o número de variáveis dependentes é igual ao número de ODEs, têm tido suas propriedades estudadas em detalhe. Entretanto, as equações físicas que governam qualquer fenômeno são geralmente indeterminadas em sua forma original, devido, basicamente, ao fato de que a análise do sistema é geralmente realizada isolando-o de seu ambiente e modelando o efeito deste por intermédio de forças externas. Por exemplo, a aplicação das leis de movimento a uma partícula de massa  $m$  movimentando-se no espaço gera ODEs de segunda ordem num referencial inercial tal como apresentado na (1).

$$m\ddot{x}_i = F_i \quad i = 1,2,3 \quad (1)$$

A (1) diz respeito a um sistema indeterminado com três equações, cada uma com duas variáveis (estados) dependentes, a menos que às forças  $F_i$  sejam atribuídas funções conhecidas no domínio do tempo. Este é um ponto importante em Engenharia de controle, por exemplo, na qual o sistema em questão é controlado por intermédio das variáveis  $F_i$ , que, por sua vez, estão sob a ação direta de um operador humano. O propósito da análise é decidir quais funções devem ser atribuídas a estas forças. Em outras palavras, a questão é como as forças  $F_i$  devem ser modificadas de maneira a atingir determinados objetivos.

Sistemas indeterminados têm sido estudados na forma de sistemas de controle ao longo das últimas décadas. Nesse contexto, as variáveis dependentes são usualmente divididas em dois grupos, a saber: As entradas, que são as variáveis que podem ser diretamente modificadas e os estados, cuja evolução é governada por sistemas determinados de ODEs uma vez que as entradas sejam atribuídas a funções do tempo. Para detalhes em teoria de controle de sistemas não lineares cita-se [15,16]. A classe de sistemas indeterminados que são lineares após uma mudança de variáveis independente inversível (não linear) também tem sido estudada e tem sido caracterizada com o auxílio de métodos da geometria diferencial.

Outra propriedade importante que um sistema indeterminado de ODEs pode possuir é a chamada *platitude* diferencial. Nesse caso, o sistema é dito diferencialmente plano. De modo geral, esses sistemas são aqueles nos quais é possível encontrar um conjunto de variáveis, denominadas por saídas planas, tal que o

sistema seja algébrico sobre o campo diferencial gerado pelo conjunto dessas variáveis. Em outras palavras, um sistema é dito diferencialmente plano se for possível encontrar um vetor de saída, de dimensão igual ao da entrada do sistema, tal que o estado e a entrada correspondente possam ser determinados a partir dessas saídas sem que seja necessário utilizar a operação de integração.

Desse modo, caso seja especificada a trajetória que se deseja para as saídas planas, o estado e a entrada do sistema são definidos, desde que a trajetória especificada seja diferenciável por um determinado número de vezes. Esta abordagem é de elevado interesse no caso das variáveis planas terem significado físico como, por exemplo, as coordenadas de posição de um ponto específico de um corpo. Neste caso, é possível definir a trajetória desejada para esse ponto, implicando que o estado e a entrada do sistema sejam definidos automaticamente. Um exemplo clássico desta situação consiste no estacionamento automático de um automóvel de passeio, onde se torna necessário especificar apenas a trajetória desejada do centro do eixo traseiro, para que os sinais de controle e os estados do sistema sejam especificados por completo. Deve ser notado que as trajetórias de um sistema diferencialmente plano podem ser especificadas por um conjunto discreto de pontos e ângulos [17].

### 3.1. Definição

Seja um sistema cuja dinâmica é representada pelas seguintes equações de estado:

$$\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, \underline{u}) \quad \underline{x} \in \mathfrak{R}^n, \underline{u} \in \mathfrak{R}^m \quad (2)$$

Uma saída  $\underline{y}$ ,  $\underline{y} \in \mathfrak{R}^m$  do sistema é dita diferencialmente plana (ou, simplesmente, plana) se ela é tal que:

1. O vetor das saídas planas pode ser escrito na forma:

$$\underline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m) \quad (3)$$

$$y_i = h_i(\underline{x}, u_1, \dots, u_1^{\delta_i}, \dots, u_m, \dots, u_m^{\delta_m}) \quad (4)$$

nas quais  $i=1$  a  $m$  são inteiros naturais e  $\delta_i$  é a ordem da derivada de  $u_i$ .

1. As componentes de  $y_i$  são analiticamente independentes.
2. As componentes de estado,  $\underline{x}$ , e entrada,  $\underline{u}$ , podem ser expressas em função de componentes das saídas planas,  $\underline{y}$ , e um número finito das suas derivadas, tal como segue:

$$x_i = \Phi_i(y_1, y_1^1, \dots, y_1^{\mu_{i,1}}, \dots, y_m, \dots, y_m^{\mu_{i,m}}) \quad (5)$$

$$u_j = \Psi_j(y_1, y_1^1, \dots, y_1^{v_{j,1}}, \dots, y_m, \dots, y_m^{v_{j,m}}) \quad (6)$$

Nas quais  $i=1$  a  $n$  e  $j=1$  a  $m$  e  $u_{i,j}$  e  $v_{i,j}$  são inteiros naturais.

1. As funções  $\Phi$  e  $\Psi$  satisfazem à seguinte equação:

$$\dot{\Phi} = f(\Phi, \Psi) \quad (7)$$

Nos casos em que as condições (5) e (6) não são satisfeitas, mas as componentes dos vetores de estado, comando e saída e um número finito de suas derivadas satisfazem a uma relação tal como a apresentada em (8), na qual  $f$  é avaliada em  $\mathfrak{R}^{n+m}$  e é localmente inversível em um domínio  $D$ , diz-se que o vetor de saídas  $\underline{y}$  é implicitamente plano para o sistema no domínio  $D$ . No primeiro caso, quando as condições (5) e (6) são satisfeitas, diz-se que  $\underline{y}$  é, também, explicitamente plano para este sistema.

$$f(\underline{x}, \underline{u}, \underline{y}, \underline{\dot{y}}, \dots, y^{(\delta)}) = 0 \quad (8)$$

Alguns sistemas possuem saídas planas, outros não. Se do ponto de vista da matemática é interessante estudar as propriedades que garantam a existência de saídas planas para um sistema, do ponto de vista da dinâmica e controle a questão é saber se as saídas que se propõe seguir ou controlar são planas ou não.

### 3.2. Aplicações

A *platitudo* diferencial tem sido fonte de muitas aplicações na área de sistemas dinâmicos não lineares. A propriedade de inversão causal entre as saídas planas e as entradas de um sistema (Equação (6)) permite, por exemplo, que, dada a trajetória das saídas planas, seja possível reconstruir, para cada instante, o valor das entradas. Esta mesma propriedade permite, considerando que as entradas independentes são sinais de controle, estabelecer uma lei de controle em malha aberta cujo objetivo seja fazer com que as saídas planas sigam uma determinada trajetória. Deve-se notar que a propriedade de inversão local garante a controlabilidade teórica do sistema, porém se os sinais de controle calculados através da inversão vão além dos limites físicos dos atuadores que os implementam, esta trajetória não será exequível.

Geralmente o modelo matemático da dinâmica de um sistema apresenta aproximações. Além disso, o sistema físico pode ser submetido a perturbações não consideradas na modelagem. Desse modo, o controle plano deve também conter um elemento corretor das diferenças entre a saída efetiva e a saída esperada, devido ao efeito dos erros de modelagem e das perturbações.

A propriedade de inversão interna que permite representar as variáveis de estado em função das saídas e suas derivadas (5) dá origem a aplicações interessantes. Por exemplo, há muitos casos nos quais as variáveis internas apresentam limitações operacionais tais como temperatura e pressão máximas, dentre outras. Nesses casos, é possível verificar a exequibilidade de uma trajetória de saída em relação a estas restrições. Considerando também que a relação (6) constitui uma redundância analítica, uma vez que as saídas planas e algumas componentes do vetor de estados sejam medidas, a comparação entre os valores obtidos com os valores calculados a partir da Equação (6) pode ser uma base para a detecção de falhas do sistema dinâmico.

## 4. INVERSÃO DA DINÂMICA DO VÔO DE UMA AERONAVE

A *platitudo* diferencial pode ser utilizada para encontrar, a partir da trajetória desempenhada por uma aeronave, os valores das entradas para a sua dinâmica de guidagem (dinâmica lenta da aeronave). Esta dinâmica relaciona os parâmetros de pilotagem  $\theta$  (ângulo de pitch),  $\phi$  (ângulo de roll), e  $N_l$  (velocidade do rotor dos motores em baixa pressão), à trajetória seguida pela aeronave. A partir de um modelo no espaço de estados da dinâmica do vôo, e considerando algumas equações adicionais, é possível escrever as equações dinâmicas como segue.

$$\dot{v} - \frac{-D + T \cos(\theta - \gamma) - \text{sen}(\gamma)mg}{m} = \Gamma_{N_l} \quad (9)$$

$$\dot{\gamma} - \frac{-L + T \text{sen}(\theta - \gamma) - \text{cos}(\gamma)mg}{m} = \Gamma_{\theta} \quad (10)$$

$$\dot{\psi} - \frac{g}{v_T} \tan(\phi) \cos(\gamma) = 0 \quad (11)$$

Nas quais  $D$  e  $L$  são as forças de arraste e sustentação, respectivamente,  $T$  é o empuxo dos motores,  $m$  é a massa da aeronave,  $g$  é o vetor de gravidade local,  $\gamma$  é o ângulo de *pitch* aerodinâmico,  $\psi$  é o ângulo de *yaw*,  $v$  é a velocidade real da aeronave e  $v_T$  é a velocidade expressa no sistema de coordenadas da Terra. Desse modo, a *platitudo* diferencial das saídas  $x_T$ ,  $y_T$  e  $z_T$ , que são as coordenadas do centro de gravidade

da aeronave com referência ao sistema de coordenadas da Terra, será estabelecida se as seguintes condições forem satisfeitas:

$$\phi = \arctan\left(\frac{v_T \psi}{\cos(\gamma)g}\right) \tag{12}$$

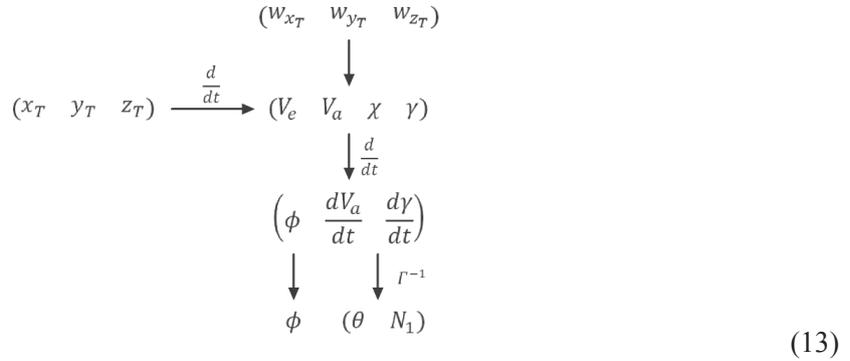


Fig. 1. Obtenção de  $\theta$ ,  $\phi$  e  $N_1$ .

$$\det \begin{bmatrix} \frac{\partial \Gamma_{N_1}}{\partial \theta} & \frac{\partial \Gamma_{N_1}}{\partial N_1} \\ \frac{\partial \Gamma_{\theta}}{\partial \theta} & \frac{\partial \Gamma_{\theta}}{\partial N_1} \end{bmatrix} \neq 0$$

A solução corresponde ao esquema apresentado na Fig. 1.

Pode ser demonstrado que a condição de inversibilidade é satisfeita para condições normais de voo [18] e que, portanto, a posição do centro de gravidade de uma aeronave é uma saída plana para sua dinâmica de guidagem. Logo, a partir do conhecimento da trajetória, é possível estimar valores para os ângulos de *roll* e *pitch* da aeronave, bem como para o empuxo (regime) dos motores. Entretanto, o procedimento implica na realização de uma inversão dinâmica, que é difícil de ser alcançada de forma analítica, devido à complexidade do modelo. Desse modo, uma solução numérica é adequada. Tal solução é aqui implementada utilizando uma estrutura de rede neural artificial.

### 5. INVERSÃO DINÂMICA VIA REDE NEURAL ARTIFICIAL

A *platitude* diferencial de um conjunto de saídas de um sistema dinâmico evidencia de maneira inversa a relação causal que existe entre as entradas e as saídas planas. Nos casos em que uma relação analítica exata não está disponível, torna-se difícil a aplicação em sistemas dinâmicos para o seguimento de trajetória, controle ou, ainda, detecção de *panes* em tempo real. No que se refere à dinâmica de guidagem de aeronaves, um modelo analítico completo dos efeitos aerodinâmicos não está disponível e, ainda que simplificações (extremas) sejam aplicadas, a resolução das equações que determinam os valores das entradas em função dos parâmetros da trajetória realizada se mantém de grande complexidade.

Nesse contexto, as redes neurais artificiais podem ser utilizadas como operadores não lineares capazes de reproduzir, após o processo de aprendizagem, a relação de dependência existente entre os dados de entrada e saída. A exequibilidade deste conceito foi demonstrada por [18] para o caso de uma aeronave de pequeno porte denominada *Navion*, um monomotor com capacidade de transportar apenas quatro passageiros. Uma vez que o presente trabalho é focado em aeronaves de transporte atuais, e tendo em vista a grande diferença existente entre estas e o *Navion*, é interessante demonstrar a aplicabilidade da inversão

dinâmica via rede neural também para aeronaves de transporte. As seções que seguem apresentam a metodologia utilizada com esta finalidade e alguns resultados obtidos.

### 5.1. Base de dados para o treinamento

Dada a dificuldade de obtenção de dados reais e contínuos para uma aeronave de transporte em diversas condições de voo, o que impossibilita o treinamento direto da rede neural artificial (RNA), além de dificultar a simulação de um modelo dinâmico exato, torna-se necessário buscar alternativas para a composição da base de dados para o treinamento da RNA. Uma das possibilidades é a utilização do INM como ponto de partida. Embora as informações fornecidas por esta ferramenta sejam bastante limitadas, elas são coerentes e suficientes para demonstrar a exequibilidade da inversão dinâmica com razoável exatidão.

Para a obtenção de um volume de dados amplo e adequado para o treinamento da RNA com base em diferentes condições de voo, várias trajetórias distintas foram criadas no INM. A aeronave de referência considerada é o Airbus A319.

Para a realização da base de dados, as seguintes informações são obtidas do INM.

- As coordenadas espaciais dos pontos de início de cada segmento da trajetória (posição da aeronave);
- O empuxo dos motores e o ângulo de roll nos pontos acima citados;
- Os vetores unitários que denotam a direção de cada segmento, dados nos pontos de início dos mesmos;
- A duração da realização de cada segmento da trajetória.

A duração de cada segmento da trajetória permite calcular o instante de tempo associado a cada uma das posições da aeronave fornecidas pelo INM. Dessa maneira é possível aproximar funções contínuas para  $x(t)$ ,  $y(t)$  e  $z(t)$ . Em seguida, a determinação das derivadas de primeira e segunda ordem é feita de maneira direta. Desse modo, todas as entradas impostas à RNA são definidas, a saber:  $z(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $\dot{y}(t)$  e  $\dot{z}(t)$ ,  $\ddot{x}(t)$ ,  $\ddot{y}(t)$  e  $\ddot{z}(t)$ .

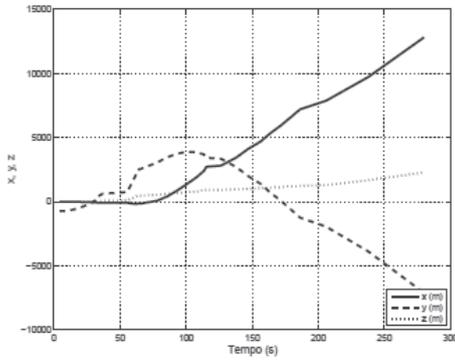
Com relação às saídas desejadas, o ângulo de *roll* em cada ponto da trajetória é lido diretamente do INM, e o ângulo de *pitch* é aproximado como sendo igual ao do segmento iniciado nestes pontos. Para evitar ainda mais aproximações, o empuxo calculado para cada ponto é usado diretamente em substituição a  $N_1$ . A Fig. 2 apresenta um exemplo de dados para o treinamento da rede neural artificial.

Os algoritmos utilizados para o treinamento, a verificação e a simulação da RNA são escritos no ambiente computacional do Matlab<sup>®</sup>, o qual possui uma biblioteca de programas especializada neste tipo de aplicação. Para a realização do treinamento o algoritmo Levenberg-Marquardt de retropropagação do erro foi utilizado. Uma estrutura de rede com apenas uma camada interna foi aplicada, sendo as funções de ativação dos neurônios das camadas internas e de saída dos tipos sigmoidal e linear, respectivamente. O objetivo do treinamento é encontrar o menor erro médio quadrático (EMQ) entre a saída estimada pela RNA e a saída esperada (valores calculados pelo INM).

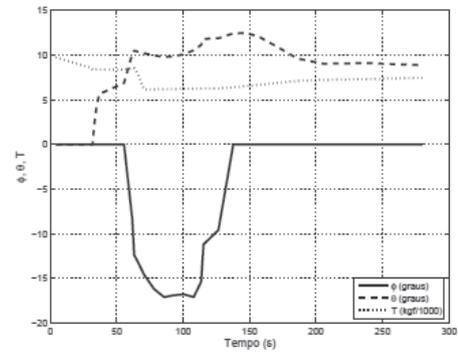
Com a finalidade de treinar a rede neural de maneira eficiente para várias saídas, todos os dados foram normalizados de maneira a estarem contidos no intervalo [-1 +1]. Isso permite evitar que ao longo do processo de aprendizado as saídas de maior valor sejam favorecidas ou preponderantes.

### 5.2. Treinamento

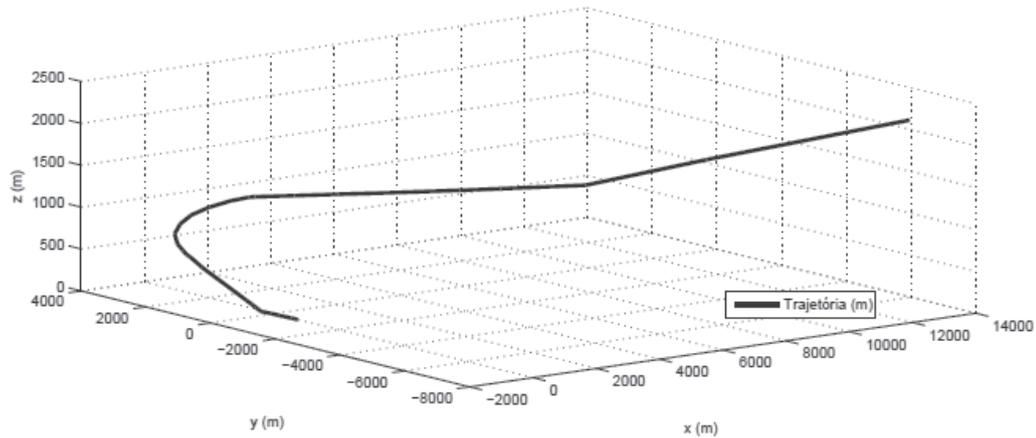
Não existem critérios específicos para determinar o número efetivo de neurônios na camada interna e o ponto de parada apropriado para o treinamento. Portanto, o tamanho desta camada é, ainda, determinado empiricamente [19]. Dessa maneira, diversas combinações de dados de entrada e número de neurônios foram testadas com o objetivo de determinar uma quantidade adequada de elementos. Como exemplo, a Tabela 1 apresenta os resultados obtidos para o processo de aprendizado usando 4902 pontos na base de dados. Nesta,  $EMQ_T$  e  $EMQ_V$  são os erros médios quadráticos alcançados nos processos de aprendizagem e validação, respectivamente.



(a) Evolução das trajetórias de x, y e z.



(b) Evolução dos comandos de pilotagem.



(c) Trajetória.

Fig. 2. Exemplo de trajetória e dados para o treinamento.

Tabela 1. Treinamento com diferentes tamanhos para a camada interna.

Neurônios	$EMQ_T$	$EMQ_V$
05	$1.17 \times 10^{-5}$	$1.10 \times 10^{-5}$
10	$7.54 \times 10^{-6}$	$8.83 \times 10^{-6}$
15	$5.63 \times 10^{-6}$	$5.92 \times 10^{-6}$
20	$4.44 \times 10^{-6}$	$5.16 \times 10^{-6}$
30	$3.56 \times 10^{-6}$	$4.10 \times 10^{-6}$
40	$2.45 \times 10^{-7}$	$3.11 \times 10^{-6}$
50	$3.85 \times 10^{-6}$	$5.88 \times 10^{-6}$
60	$2.49 \times 10^{-6}$	$3.78 \times 10^{-6}$
70	$5.11 \times 10^{-6}$	$6.04 \times 10^{-6}$
80	$2.85 \times 10^{-6}$	$4.46 \times 10^{-6}$

A observação da tabela 1 permite verificar que os erros do treinamento e da validação diminuem gradativamente com o aumento do tamanho da camada interna, atingindo um valor mínimo quando utiliza-se 40 neurônios. A partir desse ponto, o aumento do número de neurônios não implica em melhorias nos resultados de validação.

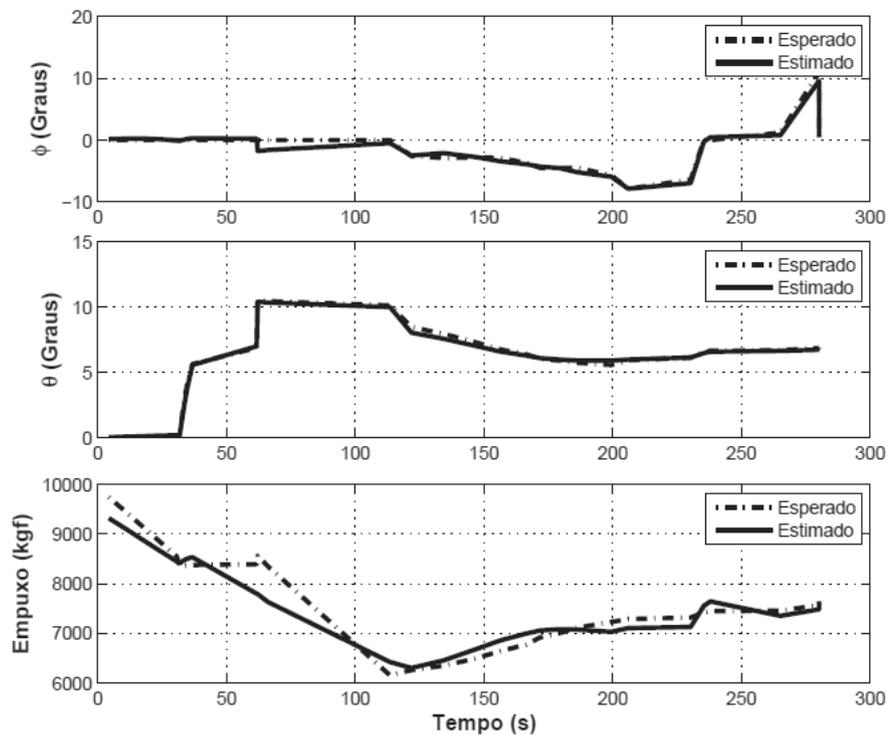


Fig. 3. Comparação entre os valores de  $\phi$ ,  $\theta$  e empuxo obtidos pela RNA e os valores esperados para uma decolagem com curva a esquerda.

Para bases de dados distintas, o comportamento é modificado e, por vezes, um erro de validação menor é alcançado com quantidades diferentes (maiores ou menores) de neurônios na camada interna. Entretanto, ainda que o erro atinja valores menores com camadas internas maiores do que 40 neurônios, a melhoria observada não se mostrou significativa o suficiente para compensar o aumento no tempo de treinamento.

### 5.3. Validação

Com o objetivo de avaliar o desempenho da rede neural artificial após o processo de aprendizagem, pode-se comparar os valores estimados por esta ferramenta com os valores calculados pelo INM em função das mesmas entradas, ou seja, para a realização de uma mesma trajetória. A Fig. 4 apresenta os valores de  $\phi$ ,  $\theta$  e do empuxo dos motores da aeronave estimados pela RNA e calculados pelo INM para uma trajetória de decolagem. Os valores estimados aproximam-se com razoável exatidão dos valores de referência. Considera-se que o erro encontrado é aceitável, uma vez que o processo foi realizado com diversas limitações em função dos dados disponíveis para o processo de aprendizagem da RNA. Os valores encontrados demonstram a exequibilidade da metodologia proposta e comprovam a aplicabilidade do conceito de inversão dinâmica para aeronaves de transporte, complementando os resultados alcançados por [18] para aeronaves de pequeno porte.

## 6. CONCLUSÃO

A saturação do espaço aéreo ao redor de grandes aeroportos aliada ao impacto ambiental sonoro gerado sobre as populações vizinhas levam a busca de trajetórias de pouso e decolagem de aeronaves que minimizem o ruído gerado no entorno do aeroporto, os custos operacionais e otimizem a utilização do espaço aéreo próximo. A definição deste tipo de trajetórias não é uma tarefa simples e deve levar em conta, dentre outros fatores, a capacidade das aeronaves em desempenhá-las de maneira adequada. As novas trajetórias podem ser difíceis de serem seguidas por aeronaves com sistemas de controle de voo clássicos, o que leva a busca por sistemas de controle de voo que sejam capazes de acompanhar com exatidão este novo tipo de trajetória. Neste trabalho exploramos essa possibilidade através da inversão dinâmica do modelo

de guidagem de aeronaves comerciais utilizando o conceito de sistemas diferencialmente planos. A propriedade de *platitude* diferencial desta dinâmica é deduzida de maneira simplificada demonstrando que, a partir da posição do centro de massa da aeronave é possível definir os controles para o seguimento de trajetórias de maneira automática (sem a necessidade de operações de integração). Dada a complexidade do modelo, a inversão dinâmica é difícil de ser alcançada de maneira analítica e uma solução numérica é aqui explorada. Uma rede neural artificial é usada como sistema de predição para encontrar os comandos para o seguimento de trajetórias de voo complexas por aeronaves comerciais, sendo treinada com dados extraídos do Modelo Integrado de Ruído. Os resultados obtidos comprovam a exequibilidade (e a utilidade) da proposta.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) por seu apoio na realização deste trabalho e a Escola Nacional de Aviação Civil da França pela colaboração no desenvolvimento deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- [1] International Civil Aviation Organization, “Review of noise abatement procedure research & development and implementation results discussion of survey results”, Relatório Técnico (2007)
- [2] EUROCONTROL, “<http://www.eurocontrol.int>” (2009)
- [3] International Civil Aviation Organization, “The procedures for air navigation services: aircraft operations pans-ops”, (2006)
- [4] SOURDINE-I, “Establishment of noise abatement solutions”, Relatório Técnico (2000)
- [5] SOURDINE-II, “Final report”, Relatório Técnico (2006)
- [6] Erkelens, L., “Research on noise abatement procedures”, Aviation-2000 Prospects Symposium (1997)
- [7] National business aviation association, “Noise abatement program”, [www.nbaa.org](http://www.nbaa.org)
- [8] Heibly, S.J., Visser, H.G., “Advanced noise abatement departure procedures: Custom optimized departure profiles”, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit (2008)
- [9] Wijnen, R., Visser, H., “Optimal departure trajectories with respect to sleep disturbance”, *Aerospace Science and Technology*, 7(11), 81–91 (2003)
- [10] Clarke, J.P., Hansman, R.J., “A systems analysis methodology for developing single event noise abatement procedures”, Relatório técnico ASL-97-1, MIT aeronautical systems laboratory (1997)
- [11] Zou, F., “Real-time trajectory optimization and air traffic control simulation for noise abatement approach procedures”, Tese de Doutorado, MIT aeronautical systems laboratory (2004)
- [12] Visser, H.G., “Generic and site specific criteria in the optimization of noise abatement procedures”, Transportation research Part D: *Transportation and environment*, 10(5), 405–419 (2005)
- [13] van Nieuwstadt, M., “Trajectory generation for nonlinear control systems”, Tese de Doutorado, California institute of technology (1997)
- [14] Lévine, J., *Analysis and Control of nonlinear systems: A flatness-based approach*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2009)
- [15] Isidori, A., *Nonlinear control systems: An introduction*, Springer-Verlag (1985)
- [16] Slotine, J.J., Li, W., *Applied nonlinear control*, Prentice Hall (1990)
- [17] Martin, P., Devasia, S., Paden, B., “A different look at output tracking: Control of a vtol aircraft”, Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control (1995)
- [18] Lu, W.C., “Contribution au Suivi Automatique de Trajectoires par um Avion: Commande Plate et Réseaux de Neurones”, Tese de Doutorado, Université de Toulouse II – Le Mirail (2005)
- [19] Haykin, S., *Neural Networks – A Comprehensive Foundation*, Prentice Hall (1999)

## DESIGN OF COMPLEX TRAJECTORIES TRACKING SYSTEMS FOR COMMERCIAL AIRCRAFT

**Abstract** – The air traffic growth in the world’s main airports generates airspace saturation problems and increases the noise annoyance over the population in airport’s surrounding areas. This has lead researchers to look for new solutions based on the pre-definition of low-noise trajectories compatible with the foreseen traffic capacity at the airports. These trajectories may become difficult to be followed by aircraft equipped with classic control systems, based on the sequencing of elementary control modes for both vertical and horizontal movements. Thus, we propose to demonstrate the feasibility of the design of flight control systems capable of accurately following this new type of trajectory. In order to do so, we consider that the mathematical model of an aircraft flight guidance dynamics encompasses a differential property defined as differential flatness, which allows the design of adequate guidance controls through dynamic inversion. So we present a method for the design of trajectory tracking systems for commercial aircraft based on differential flatness. Starting from a model of the aircraft guidance dynamics, sufficient conditions are defined so that the differential flatness property is met. Indeed, such conditions are met by current different types of commercial aircraft in regular flight conditions. Then, due to the complexity of the proposed approach, an artificial neural network is used to numerically solve the problem. The results are obtained and validated based on the Integrated Noise Model (INM).

**Keywords** – Flat control, Dynamic inversion, Artificial neural networks.