



ECUACIÓN APROXIMADA PARA LA GENERACIÓN DE ENTROPÍA EN COLECTORES SOLARES PLANOS NO ISOTÉRMICOS PARA CALENTAMIENTO DE AIRE

MIGUEL BARITTO, JOHANE BRACAMONTE

Universidad Central de Venezuela
Departamento de Energética. Escuela de Ingeniería Mecánica
Apartado 48222, Caracas 1041-A. Venezuela

(Recibido 6 de noviembre de 2012, revisado 8 de abril de 2013, para publicación 5 de junio de 2013)

Resumen – En el presente trabajo el modelo adimensional desarrollado por Bracamonte y Baritto (2012) para el cálculo de irreversibilidades en colectores solares de placas planas sin cubierta transparente en operación estacionaria, se resuelve para un amplio rango de valores de relaciones de aspecto y número de flujo de masa. A partir de los resultados se realiza un estudio paramétrico y se propone una ecuación aproximada para el número de generación de entropía en función de las relaciones de aspecto y número de flujo de masa.

Palabras clave – Análisis de segunda ley, colector solar de placas planas, irreversibilidad, calentamiento de aire, número de generación de entropía.

1. INTRODUCCIÓN

Los colectores solares de placas planas pueden definirse como intercambiadores de calor que aprovechan la radiación solar global (directa y difusa) para calentar un fluido usualmente a bajas temperaturas ($<373\text{ K}$) [1]. Sus principales aplicaciones son el calentamiento de agua, acondicionamiento de aire y procesos de secado en aplicaciones agrícolas e industriales [2-4].

Entre los calentadores solares de aire, los colectores de placas planas representan una de las configuraciones más económicas, de fácil instalación y mantenimiento [5]. Sin embargo debido a la baja densidad y calor específico del aire, en muchas aplicaciones prácticas se requiere de altos flujos volumétricos que pueden provocar pérdidas por fricción considerables [6]. En el caso de calentadores solares de aire por convección forzada, un incremento en las pérdidas por fricción se traduce en un incremento del consumo de potencia del elemento motor que impulsa el flujo, lo que pudiera en ciertas condiciones hacer que el uso de estos colectores deje de ser ventajoso.

Los procesos de diseño y dimensionamiento de colectores solares deben, por lo tanto, atender la necesidad de incrementar las tasas de flujo de calor sin que esto signifique un incremento desproporcionado de las pérdidas por fricción. En este sentido los análisis termodinámicos que involucran la segunda ley permiten cuantificar tanto las irreversibilidades asociadas a las pérdidas por fricción como aquellas asociadas a la transferencia de calor [7]. Estos análisis podrían utilizarse inclusive en la obtención de la configuración para la cual las irreversibilidades se minimicen, lo que equivale a determinar la configuración en la cual la generación de entropía es mínima [8].

El método de minimización de generación de entropía consiste en utilizar las relaciones constitutivas de la transferencia de calor (Ley de Newton del Enfriamiento, Ley de Fourier) y de la mecánica de fluidos (ecuaciones para la caída de presión y fricción) para expresar la generación de entropía como una función de las características geométricas y parámetros de operación del sistema estudiado. La relación encontrada se somete entonces a un proceso de minimización y el resultado es la configuración termodinámicamente óptima del sistema [8].

Desde un punto de vista matemático, la relación entre los parámetros controlados por el diseñador y la generación de entropía no es explícita, debido al gran número de variables involucradas y a la

dependencia no lineal existente entre geometría, coeficientes de transferencia de calor, factor de fricción y rapidez de generación de entropía. Esto hace que la obtención de una expresión multi-variable, a la cual se le debe aplicar una técnica de optimización, no resulte en una tarea trivial. En este trabajo se propone obtener una relación matemática entre los parámetros antes mencionados, mediante una metodología semi-empírica, donde una base de datos obtenidos a partir de la solución numérica de un modelo adimensional para el balance de energía y para el balance de entropía en un colector solar plano, se emplea para correlacionar los parámetros de diseño con la rapidez de generación de entropía.

2. ANTECEDENTES

La optimización termodinámica de colectores solares ha sido objeto de estudio de múltiples autores a partir de la década de los ochenta. En [9] se establecieron las bases analíticas para la optimización termodinámica de colectores solares. En este trabajo los autores utilizan modelos adimensionales simplificados que ignoran las pérdidas por fricción para estudiar colectores isotérmicos y no isotérmicos. En el caso de colectores isotérmicos obtienen la temperatura óptima de operación como una función de la temperatura ambiente y la temperatura de estancamiento. Para el caso de colectores no isotérmicos los autores asumen que el flujo se encuentra en equilibrio térmico con la superficie del colector, y obtienen el flujo de masa óptimo como una función de la temperatura ambiente, la temperatura de estancamiento y la temperatura de salida del colector. En [1,10] utilizando un análisis de exergía se determinó las irreversibilidades en varios modelos de colectores solares y se estudió el efecto de la adición de superficies extendidas en las irreversibilidades del sistema y en el desempeño de este tipo de colectores. En [11] los autores utilizaron el modelo no isotérmico planteado en [9] y establecieron una metodología para determinar los parámetros óptimos de operación para colectores solares de placas planas a partir de las condiciones meteorológicas y el área del colector. En un trabajo posterior [12] extendieron el análisis para incluir un estudio termoeconómico de este tipo de colectores. En [13] se llevó a cabo un estudio exergético basado en simulación numérica con la que se obtuvo una expresión para la eficiencia de colectores solares de placas planas como función del área del colector y el flujo de aire; este estudio se limita a colectores solares con áreas entre 0 y 10 m² y para flujos de masa entre 0 y 0,0076 kg/s. En [6] se emplea un análisis exergético para determinar la relación de aspecto longitudinal y profundidad del colector que maximiza la exergía del flujo de aire caliente como función de las variables meteorológicas. Sus resultados son presentados para un amplio rango de flujos de masa, irradiación y temperaturas ambiente. Vale la pena destacar que en ese trabajo se consideran flujos en régimen laminar y turbulento.

En [14] se presenta un modelo para la predicción de la distribución de temperatura longitudinal en el flujo de aire, la placa de absorción y la placa de fondo, en un colector solar plano, de un paso, sin cubierta transparente. En [15] los autores desarrollaron y validaron un modelo adimensional basado en [14] para describir el comportamiento térmico de un colector solar de placas planas no isotérmico sin cubierta transparente. Este modelo considera la diferencia de temperatura entre cada uno de los elementos del colector y fue resuelto para un amplio rango de valores típicos de operación utilizando el método de diferencias finitas. Como resultado, estos autores presentan una ecuación de fácil uso que permite el cálculo de la temperatura de descarga del aire como función del número de flujo de masa y las relaciones de aspecto longitudinal y transversal del colector. En este trabajo se amplió el trabajo anterior para incluir la ecuación de balance de entropía en su forma adimensional, escogiendo volúmenes de control en donde se consideran solo irreversibilidades internas, aquellas que pueden ser afectadas significativamente al modificarse el diseño del colector. Como resultado encontraron la existencia de combinaciones de las relaciones de aspectos para las cuales la generación de entropía por fricción viscosa y por transferencia de calor se equilibran, lo que sugiere la existencia de configuraciones óptimas de diseño.

En el presente trabajo se emplean los modelos de [14] y [15] para generar una base de datos que abarca un amplio rango de parámetros de operación que, a criterio de los autores, se puede obtener en la práctica. Estos datos se correlacionan mediante técnicas de ajuste de funciones multi-variables, para obtener una relación matemática que en trabajos posteriores, será sujeta a procesos de minimización a fin de obtener el diseño óptimo de un colector solar para una combinación de condiciones de operación dada. A favor de

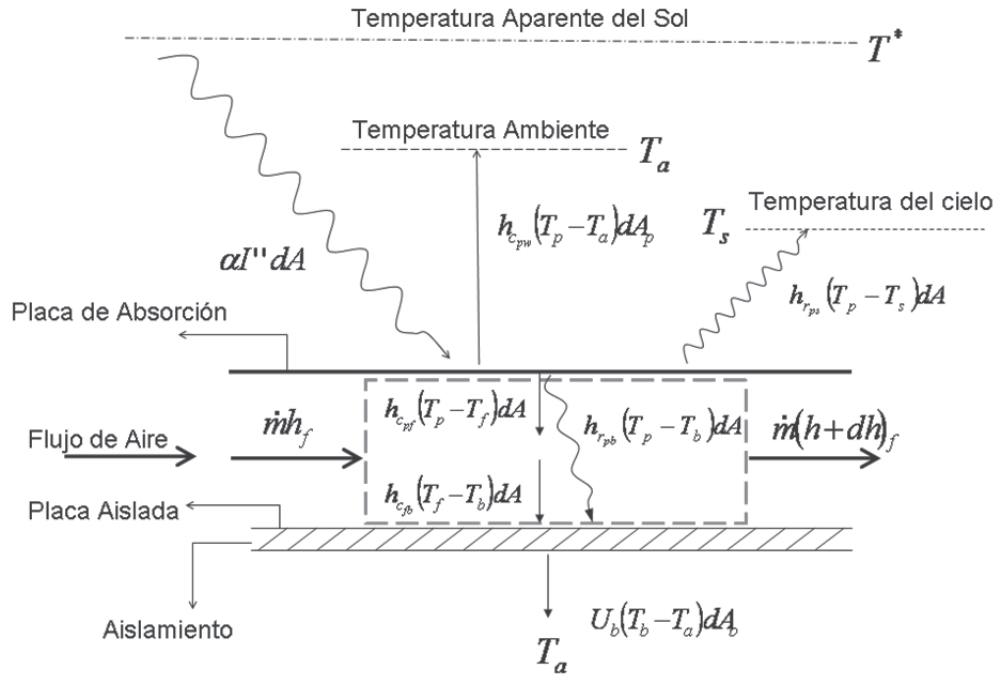


Fig. 1. Esquema del colector estudiado y nomenclatura para el balance de flujo de energía [14,15].

una mejor comprensión del resultado de este trabajo, se presenta en primer lugar un resumen de los trabajos previos. Para mayores detalles se invita al lector a consultar [14-16].

3. ECUACIONES DE BALANCE DE FLUJO DE ENERGÍA [14,15]

En la Fig. 1 se muestra un esquema del colector estudiado en [14,15] donde el volumen de control empleado se ilustra con líneas punteadas. El modelo se desarrolló bajo las siguientes consideraciones:

1. El colector solar opera en condiciones estacionarias, no se considera la variación temporal de la irradiación solar.
2. Sólo se consideran gradientes de temperaturas en la dirección del flujo, por lo tanto la distribución de temperatura es unidimensional.
3. La temperatura es uniforme en la dirección perpendicular a las placas, debido a su baja resistencia térmica.
4. Tanto las placas como el aire se consideran no isotérmicos.
5. El aire dentro del colector se considera un gas ideal, y transparente a la radiación de cualquier longitud de onda, por lo que no participa en el proceso de transferencia de calor por radiación entre las placas.

En régimen permanente la rapidez con la que se absorbe la radiación solar en la placa de absorción es igual a la rapidez con la que se pierde calor desde esa placa, tanto por convección al ambiente y al flujo de aire como por radiación térmica hacia la placa aislada y hacia el entorno. Considerando que la temperatura del entorno, o temperatura efectiva del cielo, es igual a la temperatura del ambiente, la transferencia de calor por convección hacia el ambiente y la radiación térmica hacia el entorno pueden escribirse en un único término y la ecuación de balance de energía para la placa de absorción es

$$\alpha I'' dA_p = h_{c,pf}(T_p - T_f)dA_p + U_p(T_p - T_a)dA_p + h_{r,pb}(T_p - T_b)dA_p \quad (1)$$

donde el coeficiente global de transferencia de calor asociado a esta placa es

$$U_p = h_{c_{pw}} + h_{r_{ps}} \quad (2)$$

En el flujo de aire entre las placas se cumple que la transferencia de calor neta hacia el aire es igual al cambio de entalpía del flujo, es decir

$$h_{c_{pf}}(T_p - T_f)dA_p - h_{c_{bf}}(T_f - T_b)dA_b = \dot{m}c_p \frac{dT_f}{dx} dx \quad (3)$$

En la placa aislada la transferencia de calor por convección desde el flujo de aire más la radiación térmica desde la placa de absorción debe ser igual a la transferencia de calor a través del aislamiento. El balance de energía para esta placa es

$$h_{c_{bf}}(T_f - T_b)dA_b + h_{r_{pb}}(T_p - T_b)dA_b = U_b(T_b - T_a)dA_b \quad (4)$$

donde el coeficiente global de transferencia de calor asociado a esta placa es

$$U_b = \left(\frac{1}{h_{c_{bw}}} + \frac{R_b}{A_b} \right)^{-1} \quad (5)$$

siendo R_b la resistencia térmica del aislamiento.

El coeficiente de transferencia de calor por radiación desde la placa de absorción a la placa aislada, considerando ambas como grises a la radiación de longitud de onda larga, está dado por

$$h_{r_{pb}} = \frac{\sigma(T_p^2 + T_b^2)(T_p + T_b)}{1/\varepsilon_p + 1/\varepsilon_b - 1} \quad (6)$$

Considerando el entorno como un cuerpo negro para la radiación de longitud de onda larga, el coeficiente de transferencia de calor desde la placa de absorción al entorno es

$$h_{r_{pw}} = \varepsilon_p \sigma(T_p^2 + T_s^2)(T_p + T_a) \quad (7)$$

Para flujo completamente desarrollado entre placas paralelas, con un lado uniformemente calentado, y el otro aislado, el Número de Nusselt está dado por la correlación de los datos suministrados por Kays (Yeh and Lin, 1996), ecuación (8).

$$Nu = 0.0158Re^{0.8} \quad (8)$$

La longitud característica en la correlación anterior es el diámetro hidráulico y las propiedades del aire son evaluadas al promedio aritmético de la temperatura de las placas. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre el flujo de aire es considerado igual para ambas placas.

El coeficiente de transferencia de calor por convección entre la placa de absorción y el ambiente se obtiene mediante la siguiente correlación propuesta por McAdams (1954)

$$h_{c_{pw}} = 5.7 + 3.8V \quad (9)$$

donde V es la rapidez del viento m/s .

Las propiedades del aire se consideran variables con la temperatura según las siguientes expresiones (Tiwari, 2002), donde la temperatura del fluido se expresa en grados Celsius.

$$c_p = 999.2 + 0.1434T_f + 1.101 \times 10^{-4}T_f^2 - 6.7581 \times 10^{-8}T_f^3 \quad (10)$$

$$k = 0.0244 + 0.6773 \times 10^{-4}T_f \quad (11)$$

$$\nu = 0.1284 \times 10^{-4} + 0.00105 \times 10^{-4}T_f \quad (12)$$

La densidad del aire se calcula considerando el fluido como un gas ideal mediante la expresión

$$\rho = 353.44/T_f \quad (13)$$

donde T_f es la temperatura absoluta del aire.

Las ecuaciones de balance de flujo de energía, ecuaciones (1), (3) y (4) son escalas respecto a la temperatura ambiente y a la radiación solar absorbida por la placa de absorción, y son reescritas en su forma adimensional como sigue a continuación.

Para la placa de absorción:

$$\frac{dA_p}{A_p} = \frac{h_{c_{pf}}T_a}{\alpha I}(\theta_p - \theta_f)dA_p + \frac{U_p T_a}{\alpha I}(\theta_p - \theta_a)dA_p + \frac{h_{r_{pb}}T_a}{\alpha I}(\theta_p - \theta_b)dA_p \quad (14)$$

Para el flujo de aire:

$$\frac{h_{c_{pf}}T_a}{\alpha I}(\theta_p - \theta_f)dA_p - \frac{h_{c_{bf}}T_a}{\alpha I}(\theta_f - \theta_b)dA_p = \frac{\dot{m}c_p T_a}{\alpha I} \frac{d\theta_f}{dx} dx \quad (15)$$

Para la placa de fondo:

$$\frac{h_{c_{bf}}T_a}{\alpha I}(\theta_f - \theta_p)dA_p + \frac{h_{r_{pb}}T_a}{\alpha I}(\theta_p - \theta_b)dA_p = \frac{U_b T_a}{\alpha I}(\theta_b - \theta_a)dA_p \quad (16)$$

donde A es el área de transferencia de calor, h_c es el coeficiente convectivo, h_r es el coeficiente de transferencia de calor por radiación, U es el coeficiente global de transferencia de calor, c_p es el calor específico a presión constante del aire entre las placas, \dot{m} es el flujo másico de aire, T_a es la temperatura ambiente, α es la absorptividad de la placa de absorción, dx es la longitud del volumen de control paralela a la dirección del flujo de aire, I es la irradiación solar y $\theta = T/T_a$ es la temperatura adimensional. En estas ecuaciones los subíndices p , b y f denotan placa de absorción, placa aislada y flujo de aire, respectivamente.

El grupo adimensional

$$M = \frac{\dot{m}c_p T_a}{\alpha I} \quad (17)$$

resultante en el lado derecho de la ecuación (15) se identifica como el número de flujo de masa (M) y representa la relación entre la capacidad calorífica del flujo de aire y la energía absorbida por el colector.

Una condición ambiental que se encuentra fuera del control del diseñador es la rapidez del viento, de la cual dependen las pérdidas de calor. De hecho, la principal pérdida de calor se debe a la convección desde la placa de absorción hacia el viento en la parte externa del colector [17]. Por esa razón, en ese trabajo las pérdidas de calor se caracterizan por un coeficiente de pérdidas P que toma en cuenta solo las pérdidas desde la placa de absorción, definido en la ecuación (18).

$$P = \frac{h_{c_{pw}}A_p T_a}{\alpha I} \approx \frac{U_p A_p T_a}{\alpha I} \quad (18)$$

donde $h_{c_{pw}}$ es el coeficiente convectivo entre la placa de absorción y el viento.

4. ECUACIÓN DE BALANCE DE ENTROPÍA [15]

El proceso de captar radiación térmica de una fuente de alta temperatura en un cuerpo a baja temperatura es intrínsecamente irreversible, la generación de entropía asociada a este proceso para un diferencial de área del colector está dada por la siguiente expresión

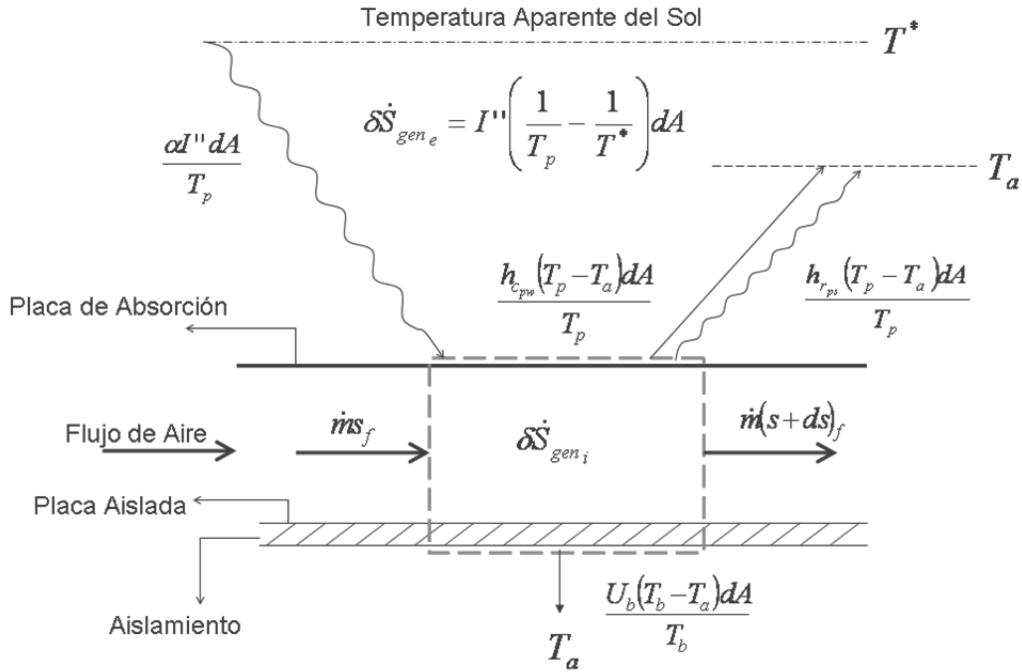


Fig. 2. Esquema de balance de entropía en un elemento diferencial del colector solar [15].

$$\delta\dot{S}_{gen_e} = I'' \left(\frac{1}{T_p} - \frac{1}{T^*} \right) dA \quad (19)$$

Dado que la temperatura aparente del Sol es mucho mayor que la temperatura de la superficie de absorción, la magnitud de este término es mucho mayor a la entropía generada por las irreversibilidades internas del colector (Bejan, 1981). Adicionalmente puede asegurarse que la magnitud de esta generación de entropía variará muy poco para las diferentes temperaturas que pueda alcanzar la superficie de absorción en los rangos de operación regulares.

Tomando esto en cuenta resulta conveniente escoger un volumen de control en el que se consideren sólo las irreversibilidades internas, aquellas que podrán ser afectadas significativamente por modificaciones en el diseño del colector. En la Fig. 2 se muestra un dibujo esquemático del volumen de control escogido para el análisis de segunda ley de un elemento diferencial del colector solar. El balance de entropía para este elemento será

$$\delta\dot{S}_{gen_i} = \dot{m}ds - \frac{\alpha I}{T_p} + \frac{\dot{Q}_{rps}}{T_p} + \frac{\dot{Q}_{cpw}}{T_p} + \frac{\dot{Q}_{cbw}}{T_b} \quad (20)$$

Recordando que para un gas ideal se cumple que

$$ds = \frac{c_p dT_f}{T_f} - \frac{dp}{\rho T_f} \quad (21)$$

Implementando la ecuación (21) en la ecuación (20) junto a las ecuaciones constitutivas de la transferencia de calor y la ecuación de Darcy-Weisbach para estimar la caída de presión en el elemento diferencial del ducto se obtiene

$$\delta\dot{S}_{gen_i} = \frac{\dot{m}c_p dT_f}{T_f} - \frac{f(b+d)\dot{m}^3 dx}{4\rho^2 b^3 d^3 T_f} - \frac{\alpha I'' b dx}{T_p} + \frac{h_{rps}(T_p - T_a) b dx}{T_p} + \frac{h_{cpw}(T_p - T_a) b dx}{T_p} + \frac{U_b(T_b - T_a) b dx}{T_b} \quad (22)$$

Al igual que para las ecuaciones de balance de flujo energía, se adimensionaliza la expresión anterior a fin de que sea válida para distintas condiciones ambientales. Empleándose las escalas usadas para adimensionalizar las ecuaciones de balance de flujo de energía, se tiene

$$\frac{\delta\dot{S}_{gen_i} T_a}{\alpha l} = \frac{M}{\theta_f} d\theta_f - \frac{f(b+d)\dot{m}^3}{\alpha I'' \rho^2 b^4 d^3 \theta_f} dx^* - \frac{1}{\theta_p} + \frac{U_p T_a (\theta_p - 1)}{\alpha I'' \theta_p} dx^* + \frac{U_p T_a (\theta_b - 1)}{\alpha I'' \theta_b} dx^* \quad (23)$$

donde $\delta\dot{S}_{gen}$ es la rapidez de generación de entropía en el elemento diferencial, f es el factor de fricción, b es el ancho del colector, d es la separación entre placas, ρ es la densidad del aire entre las placas, I'' es la intensidad de radiación solar y $x^* = x/L$ es una coordenada adimensional paralela al flujo de aire, siendo L la longitud del colector.

El grupo adimensional

$$\delta N_s = \frac{\delta\dot{S}_{gen_i} T_a}{\alpha l} \quad (24)$$

en la ecuación (23) se define como el número de generación de entropía local (δN_s), y de acuerdo al teorema de Guy-Stodolla [8], representa la relación entre las irreversibilidades internas del colector y la energía radiante absorbida por el mismo. El segundo término del lado derecho de la ecuación (23) representa la generación de entropía por fricción, mientras que los términos restantes representan la generación de entropía por transferencia de calor.

5. SUPERFICIE DE GENERACIÓN DE ENTROPIA

En este trabajo se desarrolló un código computacional para resolver el sistema de ecuaciones conformado por los balances de flujo de energía en su forma adimensional, ecuaciones (14-16), para obtener la distribución de temperatura en cada elemento del colector incluyendo el flujo de aire. El colector se consideró formado por secciones de igual longitud y ancho a través de las cuales las propiedades del fluido y las temperaturas de las placas son consideradas constantes, como se muestra en la Fig. 3. La variación de la temperatura adimensional del flujo de aire es considerada lineal en cada sección y se aproximó mediante diferencias finitas según

$$\left. \frac{d\theta_f}{dx} \right|_i \approx \frac{\theta_f(i) - \theta_f(i-1)}{\Delta x} \quad (25)$$

donde $\theta_f(i)$ es la temperatura adimensional del flujo de aire a la salida de la sección i .

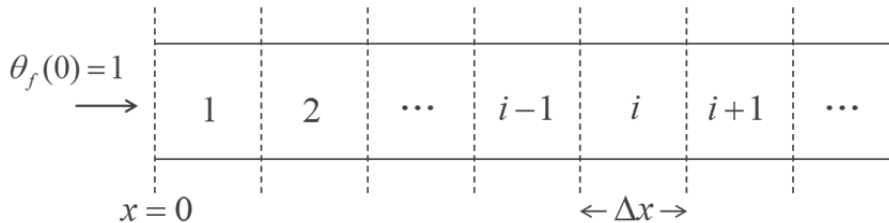


Fig. 3. Discretización del dominio de solución de las ecuaciones (13-15).

Tabla 1. Propiedades de los materiales de la placa de absorción, placa aislada y aislamiento

| Propiedad | Valor | Material característico |
|-----------------|------------------------------------|---|
| α | 0.8 | Hierro galvanizado |
| ε_p | 0.04 | Aluminio pulido |
| ε_b | 0.04 | Aluminio pulido |
| R_b | $0.2 \text{ m}^2\text{K}/\text{W}$ | Poliestireno expandido ($k_i = 0.027 \text{ W}/\text{mK}$ y 5 mm de espesor) |

Una vez obtenida la distribución de temperatura a lo largo del colector, el número de generación de entropía local para cada sección es calculado mediante la ecuación (23), y a través de un proceso de integración numérica mediante la regla del rectángulo, se obtiene el número de generación de entropía total (N_s) para el colector solar.

Al inspeccionar la ecuación (23) se infiere que el número de generación de entropía depende del número de flujo de masa y de la relación geométrica entre las placas, la cual se puede establecer a partir de dos relaciones de aspecto definidas en las ecuaciones (26) y (27).

$$r_L = \frac{L}{b} \quad (26)$$

$$r_b = \frac{b}{d} \quad (27)$$

En este trabajo el modelo de [15] fue resuelto para el siguiente rango de parámetros de diseño: $1 \leq r_L \leq 20$, $1 \leq r_b \leq 20$, $1 \leq M \leq 14$; mientras que el número de pérdidas de calor P se fijó en un valor típico de 2,9.

El rango estudiado abarca, según el criterio de los autores, un amplio espectro de las posibles dimensiones prácticas que pudiera adoptar un colector solar. Para fines referenciales puede verificarse que si se fija el valor de la temperatura ambiente en 300 K y la intensidad de radiación solar en $900 \text{ W}/\text{m}^2$ (valores representativos en regiones tropicales), el rango de flujo de masa estudiado (ecuación (17)) estaría acotado entre 0,002 y 0,03 kg/s. Mientras que, según la ecuación 18, la velocidad de viento asociado al factor de pérdidas de calor estaría entre 0,5 y 0,7 m/s, valores que se registran comúnmente en espacios abiertos.

Con respecto a las relaciones de aspecto resulta claro, de las ecuaciones (26) y (27), que si se estudia un colector solar con un ancho de 1 m, el rango de estudio abarca colectores con longitudes entre 1 y 20 m y con separación entre placas entre 0,05 y 1 m. En la tabla 1 se muestra los valores de las propiedades de la placa de absorción, de la placa aislada y del aislamiento, típicos en aplicaciones que involucran colectores solares, y que fueron empleados en este trabajo para calcular los diferentes coeficientes de transferencia de calor por radiación y coeficientes globales de transferencia de calor.

A partir de los resultados obtenidos se generan superficies de número de generación de entropía en función de la relación de aspecto longitudinal y de la relación de aspecto transversal, tomando el número de flujo de masa como parámetro. En la Fig. 4 se muestran las superficies de generación de entropía para diferentes números de flujo de masa dentro del rango aquí estudiado. Se observa que para valores bajos de M la superficie es monótonicamente creciente, sin embargo a medida que aumenta la longitud del colector o disminuye la separación entre las placas, el crecimiento es menor, como se observa en la Fig. 5 para $M = 1$. Al incrementarse el valor de M se observa que la superficie tiende a aplanarse hacia su cresta, revelando que alrededor de esas combinaciones de relaciones de aspecto, las dos fuentes de generación de entropía -fricción y transferencia de calor- tienen influencia contraria en la generación de entropía total, pudiéndose identificar un mínimo que pertenece al rango de parámetros estudiados, como se observa en la Fig. 6 para $M = 14$. Este comportamiento sugiere que la ubicación del mínimo local de la superficie se ve significativamente influenciada por el número de flujo de masa, lo que responde a un mayor efecto de la fricción en el mecanismo de generación de entropía total.

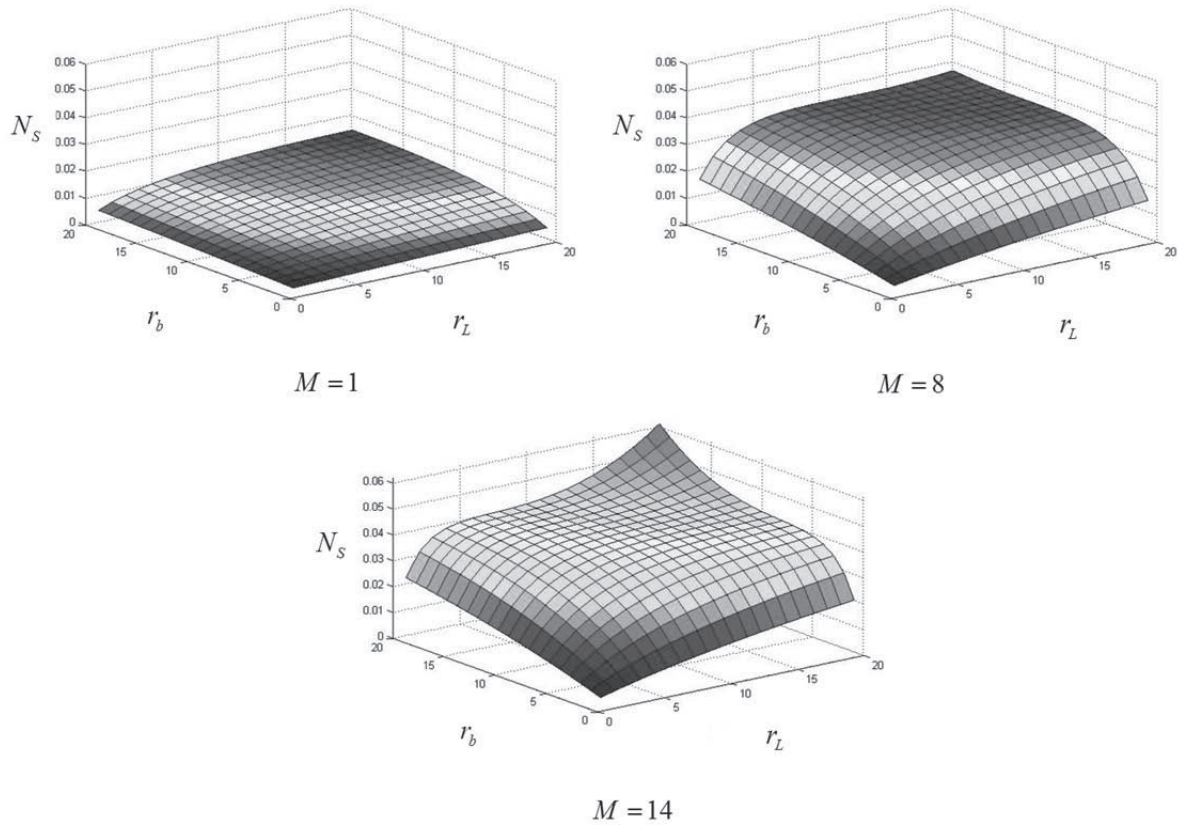


Fig 4. Superficies de generación de entropía para diferentes valores de M.

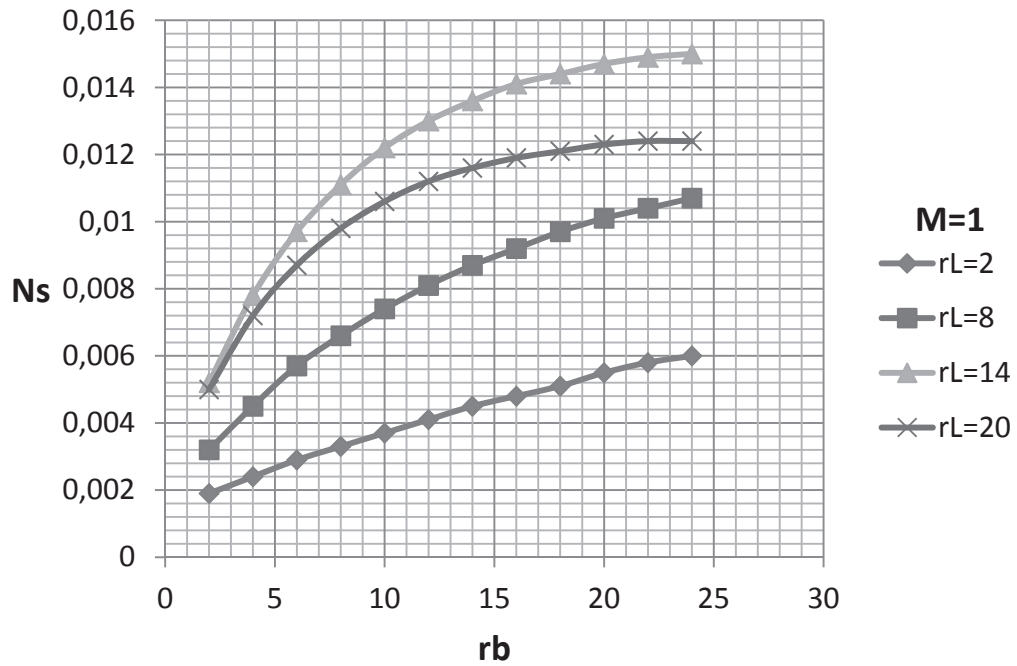


Fig. 5. Número de generación de entropía vs r_b , $M = 1$.

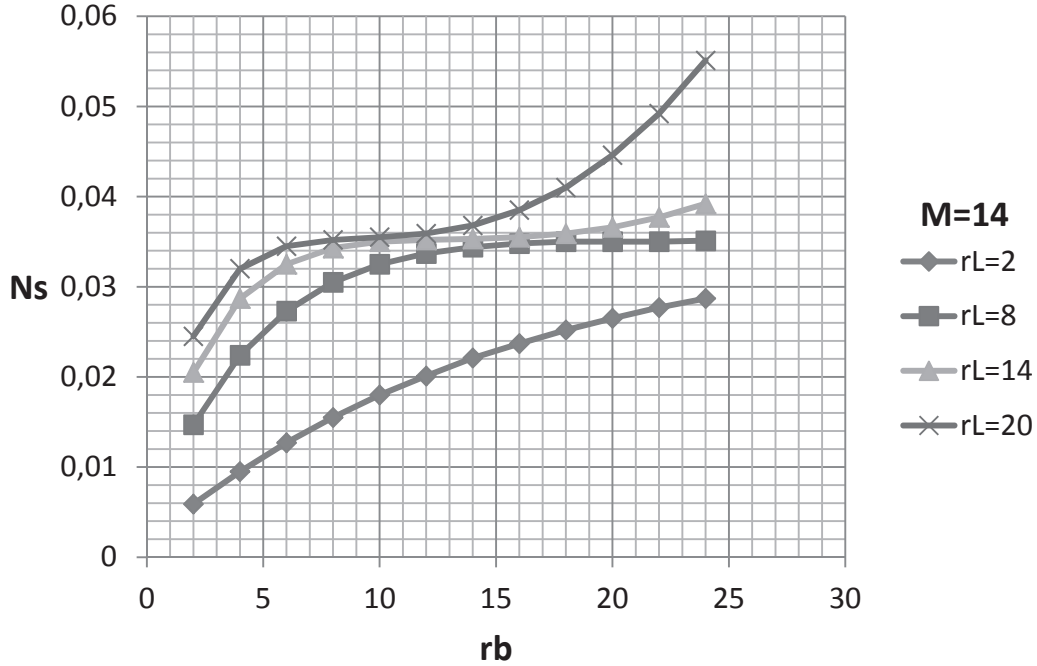


Fig. 6. Número de generación de entropía vs r_b , $M = 14$.

Desde un punto de vista topológico todas las superficies exponen una forma sigmoideal, reconociendo que para todos los números de flujo de masa estudiados, las superficies presentan mínimos locales independientemente que se encuentren o no dentro del rango de parámetros aquí estudiados. Esta característica permite describir todas las superficies con una ecuación en función de las relaciones de aspecto, dónde los diferentes coeficientes involucrados dependen del número de flujo de masa. La forma antes descrita de las superficies, con una pendiente pronunciada para valores bajos de r_b y r_L , crestas y valles para valores intermedios, y nuevamente una pendiente pronunciada para valores altos, sugiere el uso de un polinomio para ajustar los datos generados numéricamente, aprovechando la versatilidad que ofrecen estas funciones.

6. ECUACIÓN DE AJUSTE

Con la finalidad de encontrar una expresión matemática que represente a las superficies de número de generación de entropía en función de las relaciones de aspecto, se ajustaron los datos obtenidos numéricamente a una función polinómica de quinto grado en las variables r_b y r_L . Los coeficientes de ajuste son a su vez funciones del número de flujo de masa. Primeramente se encontró, mediante una regresión lineal, la ecuación de ajuste de la superficie para cada valor de M sujeto a estudio. Posteriormente se tomaron los coeficientes numéricos de cada término del polinomio, para cada superficie ajustada, y se encontró, mediante el método de ajuste de mínimos cuadrados, la ecuación de ajuste para cada coeficiente en función de M .

La ecuación de ajuste para las superficies, en su forma general es:

$$N_s = A + Br_b + Cr_L + Dr_b^2 + Er_b r_L + Fr_L^2 + Gr_b^3 + Hr_b^2 r_L + Ir_b r_L^2 + Jr_L^3 + KDr_b^4 + Lr_b^3 r_L + Mr_b^2 r_L^2 + Nr_b r_L^3 + Or_L^4 + Pr_b^5 + Qr_b^4 r_L + Rr_b^3 r_L^2 + Sr_b^2 r_L^3 + Tr_b r_L^4 + Ur_L^5 \tag{28}$$

El coeficiente de correlación R^2 de la ecuación (28) en relación a los datos generados numéricamente se encuentra entre 0.991 y 0.999. Los 21 coeficientes de ajuste se presentan en la tabla 2.

Tabla 2. Coeficientes de la ecuación (28) en función de M .

| Coeficiente | Ecuación | Rango de M | R^2 |
|-------------|--|--------------|-------|
| A | $3x10^{-6}M^3 - 9,4x10^{-5}M^2 - 9,81x10^{-5}M + 1,27x10^{-3}$ | Todo | 0.998 |
| B | $2,45x10^{-5}M^2 + 1,72x10^{-5}M + 1,42x10^{-5}$ | $M \leq 9$ | 0.998 |
| | $3,86x10^{-4}M - 0,00159$ | $M > 9$ | 0.999 |
| C | $1,91x10^{-5}M^2 + 7,60x10^{-5}M + 2,24x10^{-5}$ | $M \leq 9$ | 0.999 |
| | $3,53x10^{-4}M - 0,00119$ | $M > 9$ | 0.999 |
| D | $-1,96x10^{-6}M^2 - 1,24x10^{-5}M + 2,76x10^{-6}$ | $M \leq 9$ | 0.999 |
| | $-3,72x10^{-5}M + 9,55x10^{-5}$ | $M > 9$ | 0.999 |
| E | $-9,78x10^{-6}M^2 + 1,56x10^{-4}M + 2,06x10^{-5}$ | $M \leq 9$ | 0.998 |
| | $-3,85x10^{-6}M^2 + 6,08x10^{-5}M + 3,44x10^{-4}$ | $M > 9$ | 0.999 |
| F | $-9,26x10^{-7}M^2 - 2,62x10^{-5}M + 4,74x10^{-7}$ | $M \leq 9$ | 0.999 |
| | $-3,27x10^{-5}M + 1,33x10^{-5}$ | $M > 9$ | 0.999 |
| G | $2,38x10^{-6}M - 1,27x10^{-6}$ | $M \leq 9$ | 0.997 |
| | $1,92x10^{-6}M + 1,56x10^{-6}$ | $M > 9$ | 0.997 |
| H | $4,5x10^{-7}M^2 - 8,14x10^{-6}M + 1,21x10^{-6}$ | $M \leq 9$ | 0.999 |
| | $2,57x10^{-7}M^2 - 4,9x10^{-6}M - 9,76x10^{-6}$ | $M > 9$ | 0.999 |
| I | $4,57x10^{-7}M^2 - 7,79x10^{-6}M + 4,87x10^{-7}$ | $M \leq 9$ | 0.999 |
| | $2,34x10^{-7}M^2 - 4,10x10^{-6}M - 1,19x10^{-5}$ | $M > 9$ | 0.999 |
| J | $2,58x10^{-6}M + 2,41x10^{-7}$ | $M \leq 9$ | 0.999 |
| | $1,61x10^{-6}M + 6,94x10^{-6}$ | $M > 9$ | 0.995 |
| K | $-7,94x10^{-8}M + 1,51x10^{-8}$ | $M \leq 9$ | 0.999 |
| | $-4,98x10^{-8}M - 1,97x10^{-7}$ | $M > 9$ | 0.994 |
| L | $-1,13x10^{-8}M^2 + 2,02x10^{-7}M - 2,99x10^{-8}$ | $M \leq 9$ | 0.999 |
| | $-6,0x10^{-9}M^2 + 1,11x10^{-7}M + 2,79x10^{-7}$ | $M > 9$ | 0.999 |
| M | $-8,77x10^{-9}M^2 + 1,72x10^{-9}M - 1,04x10^{-7}$ | $M \leq 9$ | 0.998 |
| | $-1,25x10^{-8}M^2 + 2,14x10^{-7}M - 3,12x10^{-7}$ | $M > 9$ | 0.999 |
| N | $-1,19x10^{-8}M^2 + 1,92x10^{-7}M - 3,57x10^{-11}$ | $M \leq 9$ | 0.998 |
| | $-4,97x10^{-9}M^2 + 7,97x10^{-8}M + 3,87x10^{-7}$ | $M > 9$ | 0.999 |
| O | $2,32x10^{-9}M^2 - 1,06x10^{-7}M + 5,11x10^{-9}$ | $M \leq 9$ | 0.999 |
| | $-4,00x10^{-8}M - 3,54x10^{-7}$ | $M > 9$ | 0.990 |
| P | $9,64x10^{-10}M + 2,2x10^{-11}$ | $M \leq 9$ | 0.998 |
| | $5,2x10^{-10}M + 3,27x10^{-9}$ | $M > 9$ | 0.992 |
| Q | $1,13x10^{-10}M^2 - 2,03x10^{-9}M + 1,45x10^{-10}$ | $M \leq 9$ | 0.999 |
| | $3,54x10^{-11}M^2 - 7,34x10^{-10}M - 4,50x10^{-9}$ | $M > 9$ | 0.994 |
| R | $1,23x10^{-10}M^2 - 1,59x10^{-9}M + 1,3x10^{-9}$ | $M \leq 9$ | 0.987 |
| | $2,17x10^{-10}M^2 - 3,14x10^{-9}M + 7,96x10^{-9}$ | $M > 9$ | 0.999 |
| S | $1,26x10^{-10}M^2 - 1,69x10^{-9}M + 1,24x10^{-9}$ | $M \leq 9$ | 0.992 |
| | $2,06x10^{-10}M^2 - 3,00x10^{-9}M + 6,93x10^{-9}$ | $M > 9$ | 0.999 |
| T | $1,19x10^{-10}M^2 - 1,9x10^{-9}M - 2,38x10^{-10}$ | $M \leq 9$ | 0.997 |
| | $2,2x10^{-11}M^2 - 3,5x10^{-10}M - 5,85x10^{-9}$ | $M > 9$ | 0.997 |
| U | $-3,93x10^{-11}M^2 + 1,38x10^{-9}M - 4,28x10^{-11}$ | $M \leq 9$ | 0.999 |
| | $4,0x10^{-10}M + 4,95x10^{-9}$ | $M > 9$ | 0.986 |

La ecuación (28) puede emplearse para encontrar las dimensiones óptimas que satisfacen un calentamiento de aire requerido, conocidos el flujo másico de aire y las condiciones ambientales del lugar donde operará el colector solar. N_S se minimiza en función de r_b y r_l , sujeta a las condiciones de flujo

másico y temperatura de salida conocidos. Como ésta última también es función de la geometría, se requiere de una relación entre la temperatura de salida y las relaciones de aspecto del colector, la cual se encuentra disponible en la literatura ([14]).

7. CONCLUSIONES

El modelo adimensional propuesto por Bracamonte y Baritto (2012) para la distribución de temperatura y generación de entropía en un colector solar plano para calentamiento de aire, fue resuelto numéricamente en un amplio rango de número de flujo de masa (M) y relaciones de aspecto (r_b y r_L). Para cada valor de M se ajustaron, mediante una regresión lineal, los valores de número de generación de entropía (N_s) en función de las relaciones de aspecto, para obtener la ecuación de la superficie de número de generación de entropía. La ecuación propuesta corresponde a un polinomio de quinto grado en las variables r_b y r_L . Los coeficientes de cada uno de los veintiuno términos del polinomio fueron a su vez ajustados en función de M , de manera de obtener una expresión general del número de generación de entropía. La ecuación propuesta puede emplearse en técnicas de optimización termodinámica basadas en la minimización de la generación de entropía para encontrar las relaciones de aspecto óptimas para las cuales se obtiene un determinado calentamiento del aire bajo condiciones de operación y ambientales dadas.

LISTA DE SÍMBOLOS

| | | |
|-------------------|---|------------|
| A | Área | $[m^2]$ |
| b | Ancho del colector | $[m]$ |
| c_p | Calor específico isobárico | $[J/kgK]$ |
| d | Separación entre placas | $[m]$ |
| f | Factor de fricción | $[]$ |
| h | Entalpía específica | $[J/kg]$ |
| h_c | Coefficiente de transferencia de calor por convección | $[W/m^2K]$ |
| h_r | Coefficiente de transferencia de calor por radiación | $[W/m^2K]$ |
| I | Irradiación solar total | $[I]$ |
| I'' | Intensidad de irradiación | $[W/m^2]$ |
| i | Sección i-ésima | |
| k | Conductividad Térmica del aire | $[W/mK]$ |
| k_i | Conductividad Térmica del aislamiento | $[W/mK]$ |
| L | Longitud del colector | $[m]$ |
| M | Número de flujo de masa | $[]$ |
| \dot{m} | Flujo de masa | $[kg/s]$ |
| N_s | Número de generación de entropía total | $[]$ |
| Nu | Número de Nusselt | $[]$ |
| P | Número de pérdidas de calor. | $[]$ |
| p | Presión | $[Pa]$ |
| R_b | Resistencia térmica del aislamiento | $[m^2K/W]$ |
| \dot{Q}_c | Transferencia de calor por convección | $[W]$ |
| \dot{Q}_r | Transferencia de calor por radiación | $[W]$ |
| Re | Número de Reynolds | $[]$ |
| r_L | Relación de aspecto longitudinal | $[]$ |
| r_b | Relación de aspecto transversal | $[]$ |
| \dot{S}_{gen_e} | Rapidez de generación de entropía debido a irreversibilidades | $[W/K]$ |

| | | |
|-------------------|--|--------------------|
| | externas | |
| \dot{S}_{gen_i} | Rapidez de generación de entropía debido a irreversibilidades internas | $[W/K]$ |
| s | Entropía específica | $[J/kgK]$ |
| T | Temperatura | $[K], [^{\circ}C]$ |
| T_S | Temperatura efectiva del cielo | $[K]$ |
| T^* | Temperatura aparente del sol | $[K]$ |
| U | Coefficientes de global de transferencia de calor | $[W/m^2K]$ |
| V | Velocidad del viento | $[m/s]$ |
| x | Coordenada longitudinal | $[m]$ |
| x^* | Coordenada longitudinal adimensional | $[]$ |
| Δx | Longitud de la sección | $[m]$ |

Letras griegas

| | | |
|---------------|---|--------------|
| α | Absortividad solar de la placa de absorción | $[]$ |
| ε | Emisividad | $[]$ |
| θ | Temperatura adimensional | $[]$ |
| ρ | Densidad del aire | $[kg/m^3]$ |
| σ | Constante de Stefan-Boltzmann = $5,67 \times 10^{-8}$ | $[W/m^2K^4]$ |
| ν | Viscosidad cinemática del aire | $[m^2/s]$ |

Subíndices

| | |
|------|---|
| a | Ambiente |
| b | Placa aislada |
| bf | Transferencia de calor entre la placa aislada y el flujo de aire |
| bw | Transferencia de calor entre la placa aislada y el viento |
| f | Flujo de aire |
| p | Placa de absorción |
| pf | Transferencia de calor entre la placa de absorción y el flujo de aire |
| pw | Transferencia de calor entre la placa de absorción y el viento |

REFERENCIAS

[1] Altfeld, K., Leiner, W., Fiebig, M., "Second Law Optimization of Flat-plate Solar Air Heaters", *Solar Energy*, **41**(2), 127-132 (1988)

[2] Chemkhi, S., Zagrouba, F., Bellagi, A., "Drying of Agricultural Crops by Solar Energy", *Desalination*, **168**, 101-109 (2004)

[3] Koyuncu, T., "Performance of Various Design of Solar Air Heaters for Crop Drying Applications", *Renewable Energy*, **31**, 1073-1078 (2006)

[4] Forson, F.K., Nazha, M.A., Akuffo, F.O., Rajakaruna, H., "Design of Mixed-Mode Natural Convection Solar Crop Dryers: Application of Principles and Rules of Thumb", *Renewable Energy*, **32**, 2306-2319 (2007)

[5] Kalogirou, S.A., "Solar Thermal Collectors and Applications", *Progress in Energy and Combustion Science*, **30**, 231-295 (2004)

[6] Gupta, M.K., Kaushik, S.C., "Exergetic Performance Evaluation and Parametric Studies of Solar Air Heater", *Energy*, **33**, 1691-1702 (2008)

- [7] Wu, S.-Y., Li, Y.-R., Chen, Y., Xiao, L., “Exergy Transfer Characteristics of Forced Convective Heat Transfer through a Duct with Constant Wall Heat Flux”, *Energy*, **32**, 686-696 (2007)
- [8] Bejan, A., *Entropy Generation Minimization: The Method of Thermodynamic Optimization of Finite-Size Systems and Finite-Time Processes*, CRC Press, New York (1996)
- [9] Bejan, A., Kearney, D.W., Kreith, F., “Second Law Analysis and Synthesis of Solar Collector Systems”, *Journal of Solar Energy Engineering*, **103**(23), 23-28 (1981)
- [10] Altfeld, K., Leiner, W., Fiebig, M., “Second Law Optimization of Flat Plate Solar Air Heaters. Part 2: Results of Optimization of Sensibility to Variations of Operating Conditions”, *Solar Energy*, **41**(2), 127-132 (1988)
- [11] Torres-Reyes, E., Cervantes de Gortari, J., Ibarra-Salazar, B., Picón-Nuñez, M., “A Design Method of Flat-plate Solar Collectors based on Minimum Entropy Generation”, *Exergy International Journal*, **1**, 46-52 (2001)
- [12] Torres-Reyes, E., Ibarra-Salazar, B., Cervantes de Gortari, J., “Thermoeconomic Analysis at Optimal Performance of non Isothermal Flat Plate Solar Collectors”, *International Journal of Applied Thermodynamics*, **4**(2), 103-109 (1999)
- [13] Luminosu, I., Fara, L., “Determination of the Optimal Operation Mode of a Flat Solar Collector by Exergetic Analysis and Numerical Simulation”, *Energy*, **30**, 731-747 (2005)
- [14] Baritto, M., Bracamonte, J., “A dimensionless Model for the Outlet Temperature of a Non-isothermal Flat Plate Solar Collector for Air Heating”, *Solar Energy*, **86**, 647-653 (2012)
- [15] Bracamonte, J., Baritto, M., “Análisis de Irreversibilidades en Colectores Solares de Placas Planas no Isotérmicas para Calentamiento de Aire Usando un Modelo Unidimensional”, *Revista Ingeniería Investigación y Tecnología*, **16**(2), 647-653(2013)
- [16] Baritto, M., “Modelo Matemático de un Colector Solar Plano para Calentamiento de Aire. Flujo Forzado”, Jornadas de Investigación de la Facultad de Ingeniería de la UCV, del 29 de noviembre al 03 de diciembre de 2010, Caracas Venezuela (2010)
- [17] Duffie, J., Beckman, W., *Solar Energy Thermal Processes*, John Wiley & Sons INC (1980)
- [18] Kötz, R., Carlen, M., “Principles and applications of electrochemical capacitors”, *Electrochimica Acta*, **45**, 2483-2498 (2000)
- [19] Bruno, M., Cotella, N., Miras, M., Barbero, C., “Characterization of monolithic porous carbon prepared from resorcinol/formaldehyde gels with cationic surfactant”, *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, **358**, 13-20 (2010)

A DIMENSIONLESS EQUATION FOR IRREVERSIBILITIES IN NONISOTHERMAL FLAT PLATE SOLAR COLLECTORS FOR AIR HEATING

Abstract – The dimensionless model developed and validated by Bracamonte and Baritto (2012) for the irreversibility in flat plate solar collectors without glass cover is solved for a wide range of turbulent flow operating conditions. A parametric study is performed and an equation for the irreversibility as a function of aspect ratios and the mass flow number is proposed.

Keywords – Second law analysis, Flat plate solar collector, Irreversibility, Air heating, Entropy generation number.