



MODELAGEM POR ELEMENTOS FINITOS DE DORMENTES DE CONCRETO REFORÇADOS POR FIBRAS: ESTUDO NO DOMÍNIO DO TEMPO

DANILO ALVES DA SILVA¹, CARLOS AUGUSTO DE SOUZA OLIVEIRA¹, ALBERT WILLIAN FARIA²

¹Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI

Campus Avançado de Itabira, curso de Eng. de Mobilidade

Rua Irmã Ivone Drummond, 200, Distrito Industrial II. CEP 35903-087. Itabira - MG, Brasil

²Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM

Campus Univerdecidade, Instituto de Ciências Tecnológicas e Exatas - ICTE

Departamento de Engenharia Civil

Av. Dr. Randolfo Borges Junior, nº 1250, Unidade I. CEP 38064-200. Uberaba - MG, Brasil

(Recibido 2 de mayo de 2014, revisado 16 de junio de 2014, para publicación 23 de julio de 2014)

Resumo – O comportamento mecânico no domínio do tempo de dormentes de concreto reforçados com fibras diversas, cuja via férrea é modelada via Método dos Elementos Finitos, é apresentado neste artigo. O elemento finito bidimensional utilizado é o Serendipity e o método de implícito de Newmark é empregado para a solução, no domínio do tempo, da equação do movimento da via férrea. Os dormentes são solicitados pelo peso do trilho e da composição ferroviária. Os resultados numéricos obtidos como Função Resposta no Tempo permitem a escolha do tipo e do volume de fibras que contribuem na diminuição da amplitude de vibração dos dormentes e da via férrea. O peso final dos dormentes também é avaliado por interferir no custo final da via férrea. Constatou-se que as fibras de carbono e aramida são as que mais contribuem na diminuição conjunta da amplitude de vibração e peso dos dormentes.

Palavras-chaves – Dormentes reforçados por fibras, Método dos Elementos Finitos, via férrea, método de implícito de Newmark.

1. INTRODUÇÃO

No setor da construção civil, o setor ferroviário tem recebido, nos últimos anos, bastantes investimentos financeiros para a melhoria da logística de transporte de passageiros e produtos. Projetos futurísticos, como por exemplo os dos trens-bala interligando grandes metrópoles, necessitam do desenvolvimento de tecnologias e o aproveitamento dos materiais e da mão de obra especializada local. Aliado ao desenvolvimento deste setor, este artigo busca contribuir para o estudo no domínio do tempo do comportamento mecânico da via férrea, especificamente dos dormentes reforçados com fibras diversas.

Apesar de estarem sujeitos ao longo de sua vida útil a um grande número de ciclos de carregamentos dinâmicos e cargas de impacto que conduzem à fadiga e microfissuração do dormente, poucos trabalhos nacionais estudam o comportamento mecânico dos dormentes reforçados por fibras no domínio do tempo.

No estado atual do desenvolvimento tecnológico, diversas fibras, tais como as de vidro, de carbono e vegetais, são incorporadas em vários produtos de alta tecnologia. No setor da construção civil, uma das dificuldades do uso das fibras está, por exemplo, na escolha do volume e do tipo de fibra mais apropriados nos sistemas estruturais, ou peças, sob os quais são inseridas. As fibras podem aumentar a resistência mecânica da peça, o que pode ser constatado pela diminuição da amplitude de vibração e das deformações, em nível global, e das tensões e microfissuras, em nível material. Tais parâmetros afetam diretamente o custo, a segurança e a vida útil dos sistemas estruturais sob os quais elas são adicionadas.

Especificamente, este artigo tem por objetivo a formulação de um programa numérico via Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizando o software de programação MATLAB[®], e de uma metodologia para o estudo no domínio do tempo de dormentes de concreto reforçado com fibras. Procura-se, além disto,

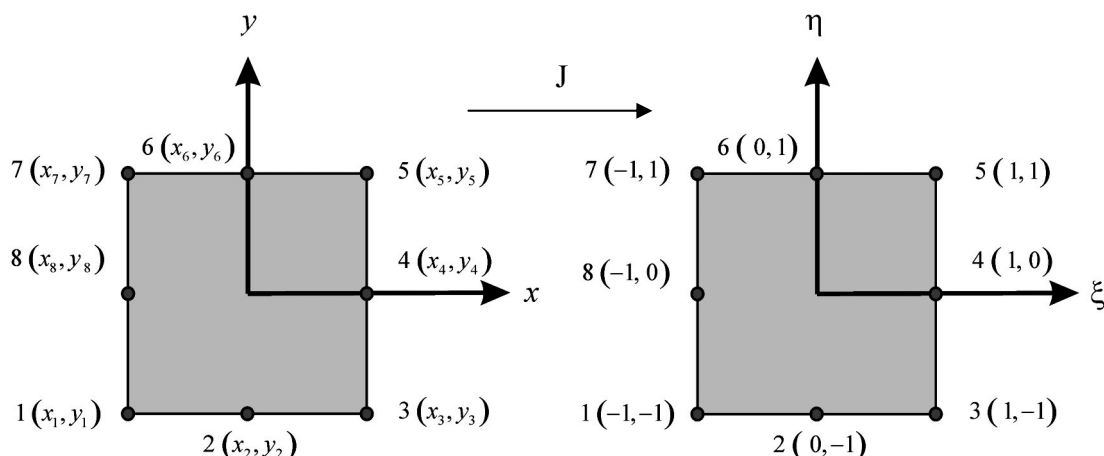


Fig. 1. Elemento finito *Serendipity* em coordenadas globais (a) e locais (b).

evidenciar o efeito da introdução de fibras (em termos de volume e tipo de fibras) no ganho de resistência mecânica em dormentes de concreto, caracterizado pela diminuição da amplitude de vibração em dormentes solicitados pela passagem de uma locomotiva na via férrea.

2. METODOLOGIA

A seguir é apresentada a formulação numérica, via elementos finitos, da via férrea, bem como dos materiais e as considerações adotadas na aplicação do carregamento mecânico sob os dormentes.

2.1. Formulação matemática do MEF aplicado na modelagem de vias férreas

O programa de elementos finitos implementado por [1] para o estudo no domínio da frequência e no domínio do tempo de estruturas compósitas laminadas, foi adaptado neste artigo para o estudo do comportamento mecânico no domínio do tempo de dormentes de concreto reforçados por fibras e solicitados por cargas dinâmicas.

A modelagem numérica via MEF da via férrea apresenta neste artigo utiliza o elemento finito retangular do tipo plano ilustrado na Fig. 1. Esse elemento é dotado de oito nós e cinco graus de liberdade (gdl) por nó, sendo duas rotações e três translações em torno dos eixos cartesianos (x, y, z) .

Na figura anterior, J é o Jacobiano da transformação linear entre as coordenadas globais (x, y) , Fig. 1(a) e locais (ξ, η) , Fig. 1(b).

Como a via férrea é composta por diferentes materiais (lastro, sublastro e dormente), o acoplamento entre esses materiais deve ser incluído no MEF. Esta incorporação é feita utilizando o *Princípio Variacional de Hamilton* (PVH) que, após manipulações algébricas [1], resulta nas matrizes elementares de rigidez $(\mathbf{K}_e)$ e de massa $(\mathbf{M}_e)$ e também no vetor elementar de forças externas $(\mathbf{f}_e)$.

Para a obtenção das matrizes e vetores elementares da via férrea, a *Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem* (FSDT) é utilizada na aproximação do campo de deslocamentos mecânicos da via férrea:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z \theta_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z \theta_y(x, y) \\ w(x, y) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

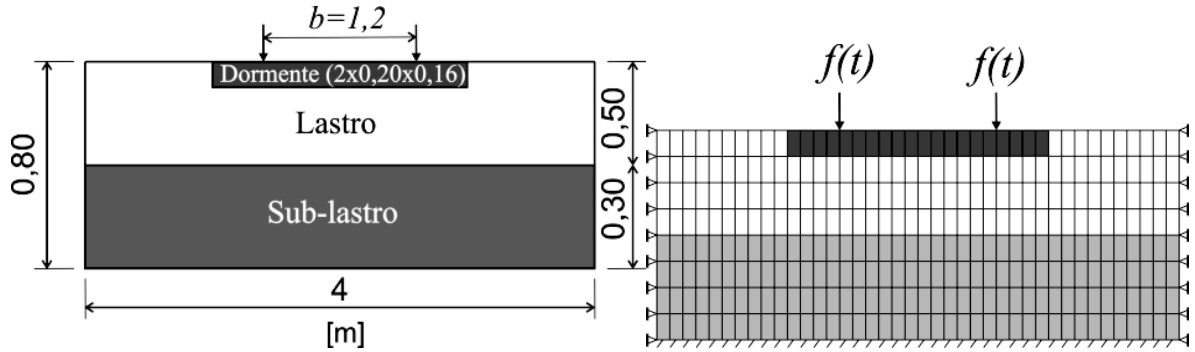


Fig. 2. (a) Superestrutura da via férrea e (b) malha de elementos finitos implementada.

onde: u_0 , v_0 e w_0 são os deslocamentos nas direções coordenadas (x, y, z) de um ponto material do plano médio de referência $(x, y, 0)$ do elemento finito (Fig. 2); θ_x e θ_y são rotações dos segmentos normais à superfície de referência em torno dos eixos y e x , respectivamente.

As variáveis mecânicas presentes na equação (1) são convertidas na formulação em elementos finitos usando *funções de forma* (N_i , $i = 1$ à 8) e variáveis mecânicas nodais apropriadas do elemento finito utilizado. As oito funções de forma do elemento finito utilizado são:

$$\begin{bmatrix} N_1(\xi, \eta) \\ N_2(\xi, \eta) \\ N_3(\xi, \eta) \\ N_4(\xi, \eta) \\ N_5(\xi, \eta) \\ N_6(\xi, \eta) \\ N_7(\xi, \eta) \\ N_8(\xi, \eta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/4(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta) \\ 1/2(1-\xi)(1+\xi)(1-\eta) \\ -1/4(1+\xi)(1-\eta)(1-\xi+\eta) \\ 1/2(1+\xi)(1+\eta)(1-\eta) \\ -1/4(1+\xi)(1+\eta)(1-\xi-\eta) \\ 1/2(1-\xi)(1+\xi)(1+\eta) \\ -1/4(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta) \\ 1/2(1-\xi)(1+\eta)(1-\eta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

O campo de deslocamentos mecânicos da teoria FSDT (equação (1)) pode ser reescrito em coordenadas locais (ξ, η) como sendo:

$$\begin{Bmatrix} u(\xi, \eta, z, t) \\ v(\xi, \eta, z, t) \\ w(\xi, \eta, z, t) \end{Bmatrix}_{3 \times 1} = \mathbf{A}(z)_{3 \times 5} \mathbf{N}(\xi, \eta)_{5 \times 40} \mathbf{u}_e(t)_{40 \times 1} \quad (3)$$

onde:

$$\mathbf{A}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & z & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4a)$$

$$\mathbf{N}(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & \cdots & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & \cdots & N_8 \end{bmatrix} \quad (4b)$$

$$\mathbf{u}_e(t) = [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \theta_{x_1} \quad \theta_{y_1} \quad u_2 \quad \cdots \quad \theta_{y_8}]^T \quad (4c)$$

sendo $\mathbf{N}(\xi, \eta)$ a matriz das funções de forma do elemento Serendipity utilizado, $\mathbf{A}(z)$ a matriz da coordenada z ao longo da espessura do material e $\mathbf{u}_e(t)$ é o vetor que contém as 40 variáveis mecânicas nodais.

Já as deformações mecânicas podem ser reescritas em termos da matriz das funções de forma, equação (4b), e do vetor dos deslocamentos mecânicos nodais, equação (3), sob a forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\xi, \eta, z, t)_{6 \times 1} = \mathbf{D}(z)_{6 \times 5} \mathbf{N}(\xi, \eta)_{5 \times 40} \mathbf{u}_e(t)_{40 \times 1} = \mathbf{B}(\xi, \eta, z)_{6 \times 40} \mathbf{u}_e(t)_{40 \times 1} \quad (5)$$

onde:

$$\mathbf{D}(z) = \begin{bmatrix} D_x & 0 & 0 & zD_x & 0 \\ 0 & D_y & 0 & 0 & zD_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_y & 0 & z \\ 0 & 0 & D_x & z & 0 \\ D_y & D_x & & zD_y & zD_x \end{bmatrix} \quad (6)$$

sendo $D_x = \partial/\partial x$ e $D_y = \partial/\partial y$.

Utilizando o PVH, as matrizes e vetores em nível elementar são obtidas:

$$\mathbf{K}_e = \int_{\xi=-1}^{\xi=+1} \int_{\eta=-1}^{\eta=+1} \int_{z=-e_m}^{z=+e_m} \mathbf{B}^T \hat{\mathbf{C}} \mathbf{B} J dz d\eta d\xi \quad (7)$$

$$\mathbf{M}_e = \int_V \rho \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N} dV \quad (8)$$

$$\mathbf{f}_e = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{f}^V dV + \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{f}^S dS + \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{f}^P \quad (9)$$

sendo: ρ a densidade do material, $\hat{\mathbf{C}}$ a matriz das constantes de elasticidade do material (dependente do volume de fibras e das constantes de elasticidade da matriz de concreto e das fibras para o dormente de concreto), V e S são definidos respectivamente como o volume e área elementar e, finalmente, e_m é a espessura média do dormente.

Utilizando o procedimento padrão em elementos finitos de montagem das matrizes globais, detalhado em [2], o comportamento mecânico da via férrea pode ser expresso numericamente pela equação global do movimento:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (10)$$

Tabela 1. Método de integração de Newmark para a resolução da equação global do movimento da via férrea.

1 – Condições e parâmetros iniciais da via férrea:

- Cálculo da matriz das constantes de elasticidade a nível elementar do dormente de concreto reforçado por fibras e das matrizes de rigidez do lastro e sublastro a nível elementar: $\hat{\mathbf{C}}$
- Cálculo da matriz de rigidez global da via férrea: $\mathbf{K}$
- Cálculo da matriz de massa da via férrea: $\mathbf{M}$
- Cálculo da matriz da matriz de amortecimento proporcional da via férrea: $\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}$
- Imposição das condições de contorno do MEF

2 – Condições e parâmetros iniciais do método de integração temporal:

- Deslocamento, velocidade e força iniciais: $\mathbf{u}(t_0) = 0$, $\dot{\mathbf{u}}(t_0) = 0$, $\mathbf{f}(t_0) = 0$;
- Cálculo da aceleração inicial: $\ddot{\mathbf{u}}(t_0) = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{f}(t_0) - \mathbf{C}\ddot{\mathbf{u}}(t_0) - \mathbf{K}\dot{\mathbf{u}}(t_0))$
- Escolha das variáveis γ e β do método de integração temporal: $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/4$
- Escolha do passo de integração: $\Delta t \geq T / (2\pi\sqrt{\gamma/2 - \beta}) = 0,551T$
- Cálculo das constantes de integração do método: $\kappa_0 = 1/\beta\Delta t^2$, $\kappa_1 = \gamma/\beta\Delta t$, $\kappa_2 = 1/\beta\Delta t$, $\kappa_3 = (1/2\beta - 1)$, $\kappa_4 = (\gamma/\beta - 1)$, $\kappa_5 = (\gamma/2\beta - 1)\Delta t$, $\kappa_6 = (1 - \gamma)\Delta t$, $\kappa_7 = \gamma\Delta t$

3 – Integração passo a passo: $n = 1, 2, 3, \dots, t_f/\Delta t$

3.1 – Incremento do tempo: $t_{n+1} = t_n + \Delta t = (n+1)\Delta t$, $t_0 = 0$

3.2 – Cálculo do vetor de forças resultante em t_{n+1} : $\mathbf{f}(t_{n+1})$

3.3 – Cálculo da matriz de rigidez tangente $\mathbf{K}(t_{n+1})$ no passo de tempo t_{n+1} :

$$\mathbf{K}(t_{n+1}) = \mathbf{K}(t_n) + \kappa_0 \mathbf{M} + \kappa_1 \mathbf{C}$$

4 – Cálculo do vetor dos deslocamentos no tempo t_{n+1} : $\mathbf{K}_{n+1}(t_n)\mathbf{u}(t_{n+1}) = \mathbf{f}(t_{n+1})$ **5 – Atualização dos vetores da velocidade e da aceleração:**

$$\dot{\mathbf{u}}(t_{n+1}) = k_3 \dot{\mathbf{u}}(t_n) + (k_4 - k_5) \ddot{\mathbf{u}}(t_n) - k_6 \mathbf{u}(t_n) + k_7 \mathbf{u}(t_{n+1})$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(t_{n+1}) = k_0 \mathbf{u}(t_{n+1}) - k_0 \mathbf{u}(t_n) - k_1 \dot{\mathbf{u}}(t_n) - k_2 \ddot{\mathbf{u}}(t_n)$$

onde: $\mathbf{M}$ e $\mathbf{K}$ são as matrizes globais de massa e de rigidez; $\mathbf{C}$ é a matriz global de amortecimento, adotada neste artigo sob a forma proporcional: $\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}$, com α e β constantes experimentais. Já os vetores $\mathbf{u}$, $\dot{\mathbf{u}}$ e $\ddot{\mathbf{u}}$ são respectivamente os vetores globais de deslocamento, de velocidade e de aceleração.

O método de integração de Newmark [2] é utilizado para a solução no domínio do tempo (t) da equação (10). O método citado permite o cálculo do vetor dos deslocamentos (ou das velocidade ou das acelerações) globais $\mathbf{u}$ de acordo com a força global de excitação $\mathbf{f}(t)$ atualizada ao longo do tempo ($t + \Delta t$), originando a chamada *Função Resposta no Tempo* (FRT) da via férrea. O método de integração de Newmark, utilizado para a solução da equação (10) no domínio do tempo, é sumariamente detalhado através da Tabela 1.

2.2. Superestrutura da via férrea e carregamentos mecânicos aplicados

A superestrutura da via férrea estudada neste artigo é ilustrada na Fig. 2(a), e é composta por: sublastro de cascalho, lastro de brita e dormente de concreto (dimensões: 2 m x 0,20 m x 0,16 m).

Já as solicitações mecânicas aplicadas ao dormente de concreto reforçado com fibras incluem o peso próprio da locomotiva $\mathbf{f}_p$ e o peso do trilho $\mathbf{f}_g$. O peso do trilho foi adotado igual a 221,00 kgf/m, sendo utilizado 0,6 m como a distância entre dormentes subsequentes.

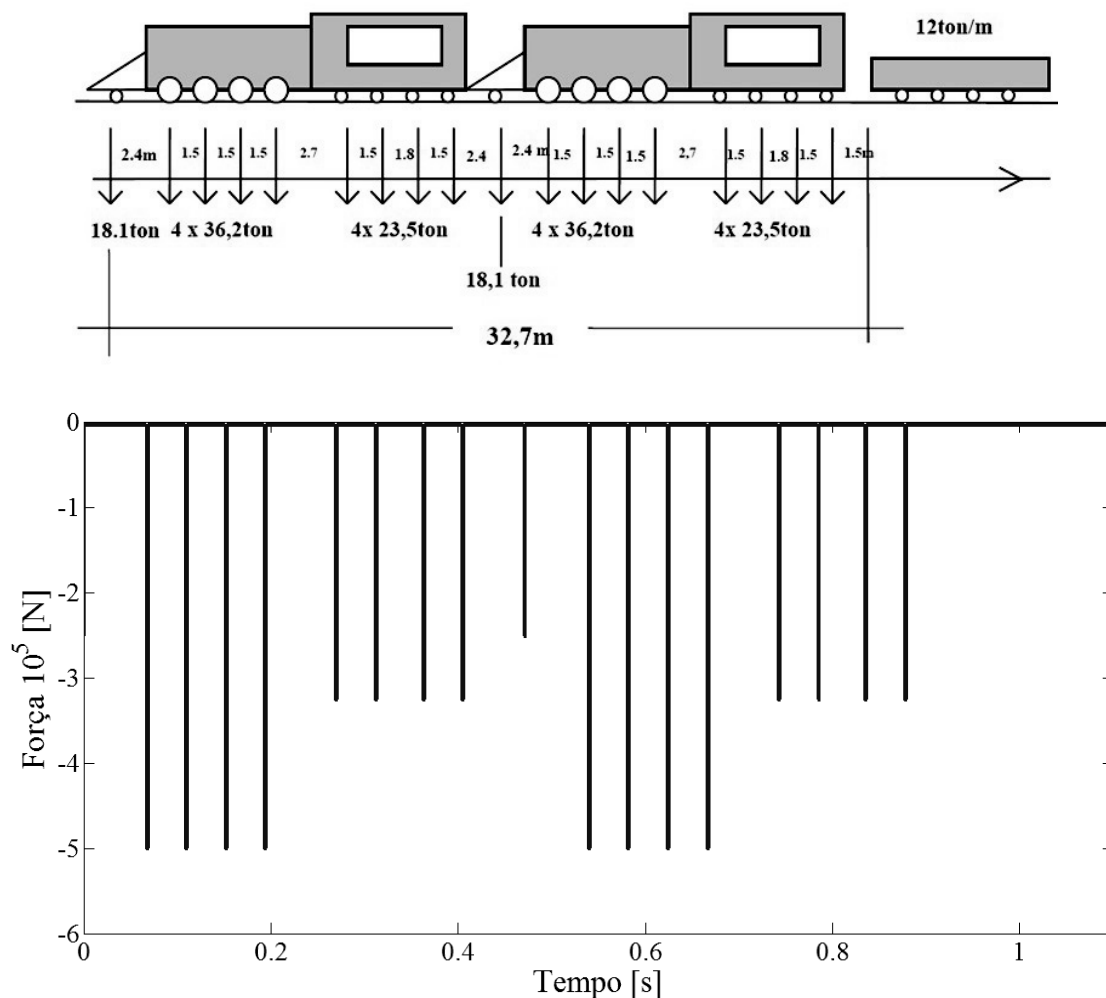


Fig. 3. (a) Distribuição de massas e de forças [3] e (b) em um trem-tipo padrão.

Para o cálculo da força de excitação da locomotiva sobre o dormente, o trem-tipo ilustrado na Fig. 3(a) foi utilizado.

Adotando-se 36,56 m/s (128 km/h) como a máxima velocidade para o comboio de carga, de acordo com [4], e o intervalo de tempo de estudo entre 0 à 1,2 s, a Fig. 3(b) ilustra a distribuição da força resultante $f(t)$ aplicada sobre o dormente no intervalo de tempo t considerado, adotando um coeficiente de segurança igual a $\lambda = 1,4$.

A força resultante $f(t)$ é aplicada sobre a superfície superior do dormente de concreto conforme as posições indicadas na Fig. 2(b).

Como condições de contorno do MEF da via férrea, têm-se o bloqueio de todos os gdl por nó da borda inferior da via férrea e somente os gdl de translação na direção horizontal nas laterais direita e esquerda da via férrea (Fig. 2(b)).

2.3. Materiais empregados na modelagem numérica da via férrea

As propriedades mecânicas do lastro de brita e do sublastro de cascalho empregados no MEF da via férrea são fornecidas na Tabela 2. Já as propriedades mecânicas do dormente são obtidas via *regra da mistura* baseado nos conceitos da *Micromecânica dos meios contínuos* que prevê as propriedades do material (dormente) a partir do teor e propriedades dos seus constituintes (fibras e concreto).

Tabela 2. Materiais utilizados na via férrea e suas propriedades mecânicas.

Material	E (GPa)	ν	ρ (kg/m ³)	Fonte
Pedra Brita nº 2 e nº 3	74,0	0,23	2.800	[5]
Cascalho e/ou seixo	16,0	0,15	2.500	[6]
Concreto simples	30,0	0,20	2.300	[7]
Fibra de polipropileno	4,0	0,30	900	[8]
Fibra de vidro	74,0	0,25	2.600	[9]
Fibra de boro	400,0	0,13	2.600	[9]
Fibra de carbono	230,0	0,30	1.750	[9]
Fibra de aramida (Kevlar 49)	130,0	0,40	1.450	[9]
Fibra de bambu	14,6	0,26	73	[10]
Fibra de aço	210,0	0,28	7.680	[7]

A *regra da mistura* (RM) é considerada uma das primeiras metodologias clássicas de homogeneização de materiais resultantes da adição de diferentes constituintes. Para uma primeira análise simplificada, o uso da regra da mistura ainda pode ser considerada, no entanto, quanto maior a concentração de tensões em escala microscópica, mais imprecisa se torna o seu uso. Nesses casos, a modelagem multi-escala é uma outra metodologia de homogeneização largamente empregada por muitos pesquisadores em diversas aplicações, tais como em materiais compósitos reforçados e asfálticos, sendo descrita nos trabalhos de [11], [12] e dentre outros. Segundo [12], na *regra da mistura* a relação constitutiva global e as propriedades efetivas do material são obtidas *a priori*, a partir de técnica de homogeneização, e usadas nas análises *a posteriori* das peças estruturais, já nos *modelos multi-escala*, as propriedades homogeneizadas não são determinadas, mais sim é realizada uma análise global em macro escala através de métodos comuns, e sendo necessário se obter informações com relação ao comportamento constitutivo do material, um novo problema de valor de contorno micromecânico é resolvido explicitamente ([12] *apud*. [13]).

Optou-se neste artigo pela utilização da RM, devido a simplicidade de sua formulação matemática e implementação numérica e devido ao baixo custo computacional em relação por exemplo a *modelagem multi-escala*.

Segundo [14] tem-se, pela *regra da mistura*:

$$P = P_a \cdot V_a + P_b \cdot V_b \quad (11)$$

onde: P é a propriedade do material resultante, P_a e P_b é a propriedade respectivamente do componente A e B e V_a e V_b são respectivamente as frações volumétricas dos componentes a e b .

Com o emprego da regra da mistura, a matriz das constantes de Elasticidade ($\hat{C}$), equação (7), do dormente reforçado com fibras pode ser expressa, segundo [14], sob a forma:

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{\Delta}(1-\nu_{23} \cdot \nu_{32}) & \frac{E_1}{\Delta}(\nu_{21} + \nu_{31} \cdot \nu_{23}) & \frac{E_1}{\Delta}(\nu_{31} + \nu_{21} \cdot \nu_{32}) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_1}{\Delta}(\nu_{21} + \nu_{31} \cdot \nu_{23}) & \frac{E_2}{\Delta}(1-\nu_{13} \cdot \nu_{31}) & \frac{E_2}{\Delta}(\nu_{32} + \nu_{12} \cdot \nu_{31}) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_1}{\Delta}(\nu_{31} + \nu_{21} \cdot \nu_{32}) & \frac{E_2}{\Delta}(\nu_{32} + \nu_{12} \cdot \nu_{31}) & \frac{E_3}{\Delta}(1-\nu_{12} \cdot \nu_{21}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (12)$$

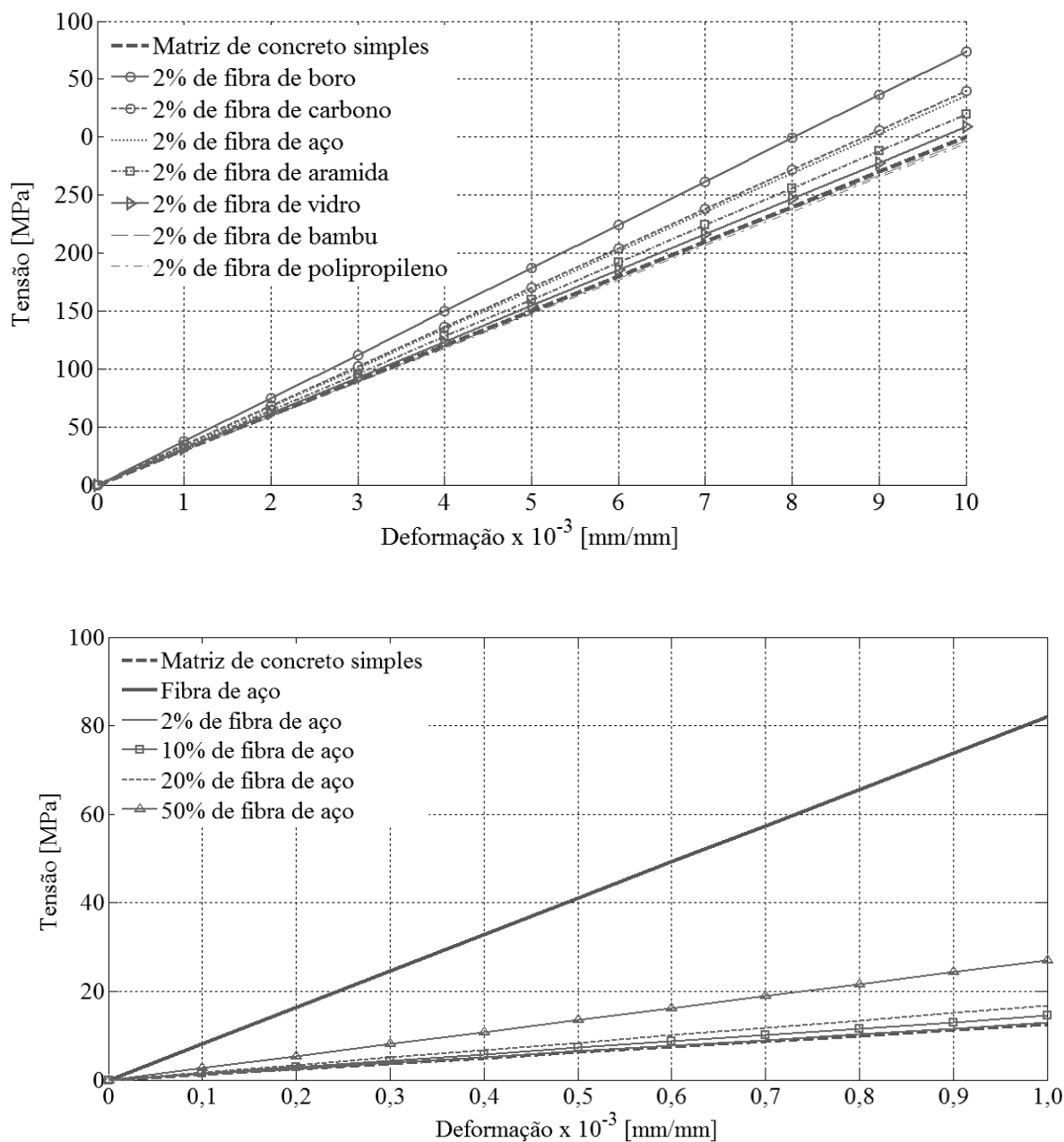


Fig. 4. (a) Módulos de Elasticidade Longitudinal E_1 e (b) de Cisalhamento Transversal G_{12} conforme o tipo de fibra e a fração volumétrica de fibra de aço.

As demais relações dos constituintes da matriz $\hat{C}$, obtidas via *regra da mistura*, são apresentadas por [14]. Somente para ilustrar, no Anexo são apresentadas as matrizes $\hat{C}$ do lastro de brita, do sublastro de cascalho e do dormente reforçado com 2 e 5% de fibras de carbono.

A Fig. 4 ilustra em (a) a variação do módulo de Elasticidade Longitudinal (E_1) do dormente composto por diferentes tipos de fibras e em (b) a variação do módulo de Cisalhamento Transversal (G_{12}) para diferentes frações volumétricas de fibra de aço adicionadas ao dormente de concreto, utilizando a regra da mistura.

Nota-se na Fig. 4(a) que as fibras de polipropileno e de bambu não contribuem para o aumento de resistência longitudinal da matriz de concreto. Já pela Fig. 4(b), observa-se que o ganho de resistência ao cisa-

lhamento é pequeno para baixos volumes de fibra de aço adicionados ao concreto do dormente. Contudo, quando a fração volumétrica de fibras de aço atinge um percentual de 50% (volume impraticável na prática) observa-se um ganho considerável de resistência. Essas conclusões são válidas utilizando a *regra da mistura* como método de homogeneização dos dormentes reforçados por fibras diversas, devendo ser analisadas outras metodologias experimentais e numéricas (tal como o *método multi-escala*) para serem tiradas conclusões definitivas sobre a variação das constantes de elasticidade e ganho de resistência mecânica nos dormentes analisados.

3. APLICAÇÕES NUMÉRICAS

As simulações numéricas apresentadas neste artigo tem como intuito de ilustrar a aplicação da metodologia apresentada no estudo do comportamento mecânico, no domínio de tempo, de dormentes reforçados por fibras diversas. Como as simulações realizadas não são fundamentadas em observações experimentais, mas apenas baseadas em simulações numéricas simplificadas com utilização, por exemplo, da *regra da mistura* e *modelos elásticos lineares*, elas podem apresentar limitações de uso e imprecisões numéricas, servindo tão somente como ponto de comparação a outros estudos, numéricos e/ou experimentais, realizados por outros pesquisadores.

A via férrea modelada via MEF considera dois tipos de dormente de concreto: (1) de concreto simples sem reforço e (2) de concreto reforçado com fibra de carbono, de boro, de aramida, de aço, de vidro, de bambu ou de polipropileno.

O MEF da via férrea implementado via software MATLAB[®] apresentou um total de 4848 *gdl*.

As constantes α e β da equação (7), necessárias para a obtenção da matriz $\mathbf{C}$ de amortecimento proporcional, foram adotadas respectivamente iguais a 1.10^{-6} e $0,965.10^{-5}$.

As simulações numéricas foram efetuadas no intervalo de tempo entre 0 à 1,2 s e o incremento de tempo (Δt) adotado foi de 0,001 s. Estes parâmetros são fornecidos ao método implícito de Newmark para a obtenção da FRT da via férrea.

A Fig. 5 ilustra a variação no tempo da amplitude de vibração dos dormentes sem fibra e com 5 % de fibra de boro. O ponto escolhido na análise dos resultados foi o mesmo ponto de aplicação da força resultante $\mathbf{f}(t)$ aplicada no dormente.

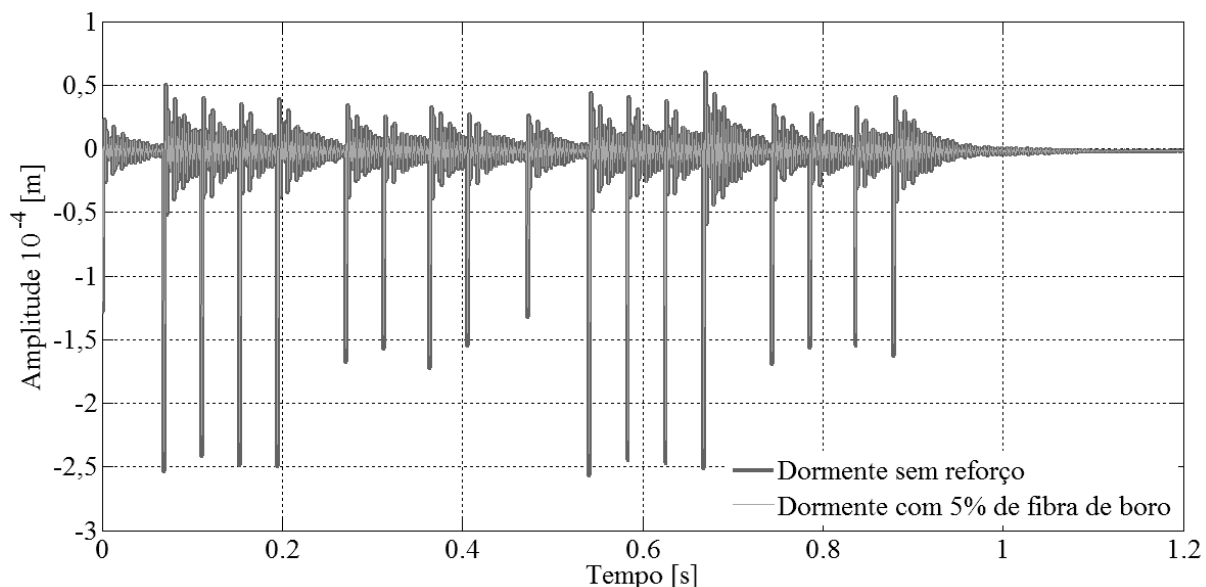


Fig. 5. FRT do dormente de concreto sem reforço e reforçado com 5% de fibra de boro.

Tabela 3. Máxima amplitude de vibração de dormentes com e sem reforço.

Tipo de Dormente	<i>Volume de fibras</i>	<i>Máxima Amplitude</i>	<i>Diferença percentual</i>	<i>Peso do dormite</i>	<i>Diferença percentual</i>
	V	(I)	$100(f_1 - I)/f_1$	(II)	$100(f_2 - II)/f_2$
	[%]	$[\times 10^{-4} m]$	[%]	[kgf]	[%]
Sem reforço	0	2,570 (f_1)	-	147,200 (f_2)	-
Reforço de carbono	2	2,492	-3,04	146,496	- 0,48
	5	2,409	-6,26	145,440	- 1,20
	7	2,356	-8,33	144,736	- 1,67
Reforço de boro	2	2,483	-3,39	147,584	+ 0,26
	5	2,391	-6,96	148,160	+ 0,65
	7	2,332	-9,26	148,544	+ 0,91
Reforço de aramida	2	2,501	-2,68	146,112	- 0,74
	5	2,432	-5,37	144,480	- 1,85
	7	2,386	-7,16	143,392	- 2,59
Reforço de aço	2	2,505	-2,53	154,086	+ 4,68
	5	2,428	-5,53	164,416	+11,70
	7	2,371	-7,74	171,302	+16,37
Reforço de vidro	2	2,520	-1,95	147,584	+ 0,26
	5	2,477	-3,62	148,160	+ 0,65
	7	2,449	-4,71	148,544	+ 0,91
Reforço de bambu	2	2,570	+0,00	144,349	- 4,84
	5	2,599	+1,13	140,074	- 1,94
	7	2,632	+2,41	137,223	- 4,84
Reforço de polipropileno	2	2,625	+2,14	145,408	- 6,78
	5	2,725	+6,03	142,720	- 1,22
	7	2,790	+8,56	140,928	- 3,04

A Tabela 3 lista o máximo valor (em módulo) da amplitude de vibração de cada dormite analisado no intervalo de tempo entre 0 à 1,2 s e também o peso final do dormite (equação apresentada no Anexo).

Através da Tabela 3 é possível observar que o aumento da fração volumétrica das fibras de carbono, de boro, de aramida, de aço e de vidro diminui a máxima amplitude de vibração dos dormentes reforçados com fibras, em comparação com o dormite sem reforço. Já a adição de fibras de bambu e polipropileno contribuem somente para a redução do peso final do dormite. As fibras que contribuem conjuntamente para a diminuição da amplitude de vibração e peso final do dormite foram às fibras de carbono e de aramida, sendo entre elas a fibra de carbono a que propicia uma maior redução na amplitude de vibração e a fibra de aramida maior redução no peso final do dormite. Já a fibra de boro propicia entre todas as fibras analisadas uma maior redução na amplitude de vibração do dormite, no entanto adicionando peso ao dormite.

A Fig. 6 ilustra o deslocamento mecânico (deflexão) na direção da espessura da via férrea, em duas situações: (a) utilizando dormite de concreto reforçado com 5% de fibra de polipropileno e (b) com 5% de fibra de boro.

A força de excitação adotada foi de $f(t) = 5,008 \times 10^5$ N obtida para $t = 0,540$ s, conforme ilustrado na Fig. 3(b).

Nota-se através da Fig. 6 que a via férrea dotada de dormite reforçado com fibra de boro apresenta menores níveis de deflexão em relação a via férrea dotada de dormite reforçado com fibras de polipropileno.

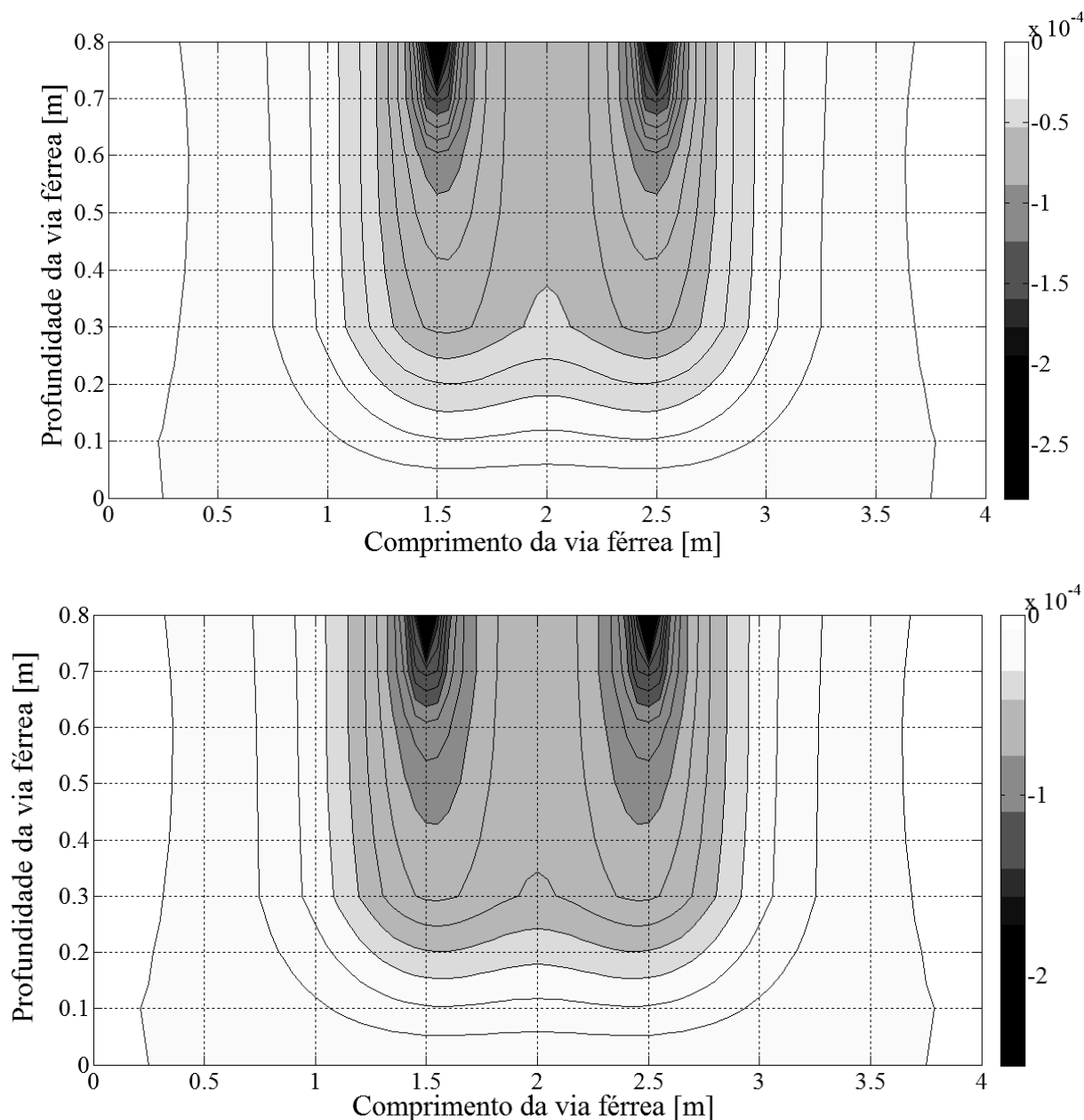


Fig. 6. (a) Deflexão do dormente de concreto reforçado com 5% em fração volumétrica de fibras de polipropileno e, (b), com 5% de fibras de boro.

4. CONCLUSÕES

Com base nas simulações numéricas realizadas constata-se que algumas fibras aumentam a resistência mecânica do dormente de concreto solicitado por carregamentos dinâmicos (e consequentemente da via férrea como um todo) com o aumento de sua fração volumétrica, tal como observado com o emprego das fibras de boro, carbono e aramida, enquanto que outras fibras, como as de bambu e as de polipropileno, não contribuem efetivamente para o ganho de resistência mecânica, somente de peso do dormente. Além disso, o ganho de resistência mecânica do concreto reforçado por fibras esta ligado principalmente aos valores dos módulos de Elasticidade Longitudinal e Transversal das fibras, visto que, os módulos de Ci-

salhamento atingem valores significativos somente quando o volume de fibras atinge frações volumétricas impraticáveis.

Na literatura científica até o momento não foi encontrado um modelo de elementos finitos bidimensional e uma metodologia para o estudo no domínio do tempo de dormentes reforçados com fibras e que considere a interação do dormente com o lastro e sublastro (iteração solo-estrutura). Desta forma, o modelo bidimensional e a metodologia apresentados neste artigo podem ser empregados no pré-projeto de dormentes reforçado com fibras, ou seja, na definição do volume de fibras e das dimensões dos elementos estruturais projetados (dormente, lastro e sublastro), visando à redução dos custos de fabricação e de transporte dos dormentes e no aumento da resistência mecânica e vida útil da via férrea.

Além da validação experimental, um dos possíveis trabalhos futuros propiciados por este artigo é a substituição da *regra da mistura* por modelos numéricos *multi-escala* que teoricamente conseguem captar melhor o comportamento global da via férrea constituída, no nível material dos dormentes, por diferentes materiais. Um outro possível trabalho seria a inserção do amortecimento viscoelástico do concreto, que depende da temperatura e da frequência de excitação da superestrutura, no lugar do amortecimento proporcional e o estudo do comportamento mecânico global da via férrea no domínio do tempo.

AGRADECIMENTOS

À Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo aporte financeiro.

REFERÊNCIAS

- [1] Faria, A.W., Modélisation par éléments finis de plaques composites: contribution à l'étude de l'amortissement, endommagement et prise en compte d'incertitudes. Université de Franche-Comté. Besançon, França (2010)
- [2] Bathe, K.-J., *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, New Jersey, USA (1996)
- [3] Thomaz, E.C.S., *Pontes e Viadutos ferroviários*, Notas de aula – Concreto Protendido. IME, Rio de Janeiro, 2008.
- [4] Soares, L.S., *Classificação de vias em função de uso, velocidades e restrições*. 2^o Encontro de Tecnologia Metroferroviária, São Paulo (2012)
- [5] Guimarães, C.O., *Avaliação do uso da água magnetizada na produção de concreto em centrais*. Dissertação de Mestrado. UFMG, Belo Horizonte (2006)
- [6] Rocha, A.C., Guimarães, M.R.F., Yassuda, E., *Modelagem do descarte de cascalho e fluido de perfuração como ferramenta para o licenciamento ambiental de atividade de perfuração marítima*. Instituto Brasileiro de Petróleo IBP, São Paulo (2004)
- [7] Beer, F.P., Johnston, E.R., Dewolf, J.T., Mazurek, D.F., *Mecânica dos Materiais*. 5^a ed., McGrawHill, São Paulo (2011)
- [8] Araújo, C.T.F., Falcão, S.C.M., Barboza, A.S.R., *Influência da Adição de Fibras de Polipropileno no Comportamento das Juntas de Argamassa*, São Carlos, SP (2005)
- [9] Angrizani, C.C., *Compósitos laminados híbridos de curauá/vidro: análise mecânica experimental e teórica*. Dissertação de Mestrado, UFRGS, Porto Alegre (2011)
- [10] Ghavami, K., Marinho, A.B., “Propriedades físicas e mecânicas do colmo inteiro do bambu da espécie *Guadua angustifolia*”, *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, **9**(1), 107-114 (2005)
- [11] Haj-Ali, R.M., Muliana, A.H., “A Multi-scale Constitutive Formulation for the Nonlinear Viscoelastic Analysis of Laminated Composite Materials and Structures”, *International Journal of Solids and Structures*, **41**, 3461-3490 (2004)
- [12] Souza, F.V., Soares, J.B., “Simulação do comportamento mecânico de misturas asfálticas usando um modelo computacional multi-escala”, *Revista Transportes*, **2**(13), 5–17 (2005)
- [13] Caiazzo, A.A., Costanzo, F., “On the Constitutive Relations of Materials with Evolving Microstructure due to Microcracking”, *International Journal of Solids and Structures*, **37**, 3375-3398 (2000)
- [14] Moura, M.F.S.F., Morais, A.B., Magalhães, A.G., *Materiais Compósitos: Materiais, Fabrico e Comportamento Mecânico*, Editora Publindústria, Porto, Portugal (2005)

ANEXO

Matriz das constantes de Elasticidade do concreto simples ($\hat{C}_{cs}$), do dormente com 5% de reforço de carbono ($\hat{C}_{car}^{5\%}$), de brita ($\hat{C}_{bri}$) e de cascalho ($\hat{C}_{cas}$):

$$\hat{C}_{cs} = \begin{bmatrix} 33,333 & 8,333 & 8,333 & 0 & 0 & 0 \\ 8,333 & 33,333 & 8,333 & 0 & 0 & 0 \\ 8,333 & 8,333 & 33,333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12,500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12,500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12,500 \end{bmatrix} [GPa]; \quad \hat{C}_{car}^{5\%} = \begin{bmatrix} 43,419 & 9,001 & 8,657 & 0 & 0 & 0 \\ 9,001 & 35,984 & 8,396 & 0 & 0 & 0 \\ 8,657 & 8,396 & 35,844 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 13,477 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 13,477 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13,477 \end{bmatrix} [GPa]$$

$$\hat{C}_{bri} = \begin{bmatrix} 85,787 & 25,625 & 25,625 & 0 & 0 & 0 \\ 25,625 & 85,787 & 25,625 & 0 & 0 & 0 \\ 25,625 & 25,625 & 85,787 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30,081 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 30,081 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 30,081 \end{bmatrix} [GPa]; \quad \hat{C}_{cas} = \begin{bmatrix} 16,894 & 2,981 & 2,981 & 0 & 0 & 0 \\ 2,981 & 16,894 & 2,981 & 0 & 0 & 0 \\ 2,981 & 2,981 & 16,894 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6,957 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6,957 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6,957 \end{bmatrix} [GPa]$$

Determinação do peso do dormente reforçado com fibras ($P_{dormente}$):

$$\rho_{dormente} = \rho_{concreto} \cdot (1 - V_{fibra}) + \rho_{fibra} \cdot V_{fibra}$$

$$P_{dormente} = \rho_{dormente} \times V_{dormente}$$

FINITE ELEMENT MODELING OF FIBERS REINFORCED CONCRETE SLEEPERS: TEMPORAL STUDY

Abstract – Mechanical behavior of fiber reinforced concrete sleepers under dynamic loading, whose track structure is modeled by Finite Element Method, is presented in this paper. For, the Serendipity bi-dimensional finite element is used. The implicit Newmark method is used for numerical solutions of the track structure motion equation. The railway concrete sleepers are loaded by the rails and railroad tracks loads. The response function for time-domain is used for appropriated choosing of the type and volume fiber in order to reduce vibration amplitude of the track structure. The weight of the reinforced railway sleeper reinforced is also evaluated since it interferes on manufacturing and transport costs. It was observed that carbon and aramid fibers are those which most contribute for reducing vibration amplitude and sleeper railways weight.

Keywords – Fiber reinforced concrete sleepers, Finite Element Method, track structure, implicit Newmark method.