



## ESTUDIO DE CONVERGENCIA POR ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS EN TEJIDO ÓSEO CORTICAL

NINO J. GÓMEZ-RUIZ<sup>1</sup>, MARY J. VERGARA-PAREDES<sup>2</sup>, JOSÉ A. ALVARADO-CONTRERAS<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Nacional Experimental Francisco de Miranda  
Punto Fijo, 4102, Venezuela

<sup>2</sup>Universidad de Los Andes  
Mérida, 5101, Venezuela

*(Recibido 31 de marzo de 2017, para publicación 16 de mayo de 2017)*

**Resumen** – En las recientes décadas se publican investigaciones sobre simulaciones óseas en las que se utiliza el método de los elementos finitos para estimar las propiedades mecánicas o el comportamiento del tejido ante determinadas cargas. En todas estas investigaciones es esencial conocer con la mayor exactitud posible el comportamiento mecánico de este material biológico. En esta investigación se analizó la convergencia de los resultados numéricos obtenidos de las simulaciones de estructuras óseas digitales mediante el método de los elementos finitos, con el fin de proporcionar una metodología eficiente. Se construyeron probetas de tejido cortical bovino, a las cuales se les practicaron tomografías computarizadas para la generación de la geometría y la asignación de propiedades mecánicas. Se desarrollaron simulaciones variando el tamaño de la malla con el fin de describir la convergencia por esfuerzo, carga y energía de deformación versus número de elementos. La convergencia de las simulaciones a tracción se comporta independiente de las propiedades asignadas como material isotrópico u ortotrópico. Las simulaciones a compresión de estructuras completas con canal medular y el uso de elementos hexaédricos en muestras cúbicas, redujo significativamente el número de elementos necesarios para lograr la convergencia en comparación con el empleo de estructuras completas sin canal medular y el empleo de elementos tetraédricos en muestras cúbicas, respectivamente. La convergencia de los diferentes modelos óseos es más lenta por esfuerzo y energía de deformación versus número de elementos. Se sugiere una metodología eficiente para la simulación de estructuras óseas computacionales mediante el método de los elementos finitos para la obtención de resultados confiables.

**Palabras clave** – Densidad, análisis de convergencia, modelado, tejido óseo cortical.

### 1. INTRODUCCIÓN

Debido a la naturaleza propia, a la adaptabilidad de la anatomía y a la morfología del tejido, las estructuras óseas obedecen en el tiempo a los estímulos producidos por las cargas externas, haciendo de esta forma que sus propiedades mecánicas no sean homogéneas [1]. En 1892, Wolff [2] fue el pionero en observar y explicar el proceso de adaptabilidad y remodelado que tiene lugar en huesos sanos luego de la ocurrencia de cambios o daños patológicos. Varias décadas más tarde, se estudió el comportamiento a postfluencia y fractura de huesos y se propuso un método para visualizar las diferencias físicas entre las regiones sometidas a tensión y a compresión [3]. Luego se utilizaron secciones delgadas de hueso cortical diafisario de fémur bovino y humano para describir las propiedades en un modelo transversalmente isotrópico [4].

En 1977, se propone una relación potencial entre la densidad aparente y las propiedades mecánicas en especímenes de hueso trabecular bovino y humano [5]. En ese trabajo, se sostiene que las propiedades a nivel microscópico de los tejidos trabeculares y corticales son estructuralmente similares, difiriendo solo en el grado de porosidad. De acuerdo a las observaciones, se estima que el módulo elástico a compresión para tejido óseo  $E$  es aproximadamente proporcional a la velocidad de deformación  $\dot{\epsilon}$  y al cubo de la densidad aparente del hueso  $\rho$ , de la forma:

$$E = E_c \dot{\epsilon}^{0.06} \left( \frac{\rho}{\rho_c} \right)^3 \quad (1)$$

donde  $E_c$  es el módulo elásticos a compresión del tejido compacto a una rapidez de deformación de  $1 \text{ s}^{-1}$  y  $\rho_c$  es la densidad del tejido cortical.

Más tarde las propiedades elásticas ortotrópicas en muestras cúbicas de tejido cortical de fémures humanos y caninos se determinaron con ultrasonido [6]. Se establecen expresiones donde la relación entre las propiedades elásticas y la densidad es distinta para el hueso trabecular y el cortical [7]. Luego se describe el comportamiento mecánico anisotrópico de la región metafisaria [8], con un módulo elástico diferente al diafisario, el cual es definido como un modelo isotrópico transversal con constantes elásticas en tensión propuestas por [4]. En este estudio, se determinó el módulo elástico para el hueso cortical y trabecular en dirección axial y transversal usando una densidad aparente como variable de control [8]. Un gran número de relaciones matemáticas que determinan el módulo elástico en función de la densidad han sido propuestas por varios autores [9-23].

Otros estudios han determinado el comportamiento mecánico del tejido óseo empleando técnicas de nanoindentación. Las propiedades mecánicas por la composición así como la organización a los niveles de la micro-, meso- y macro-estructura se estimó mediante nanoindentación por [24]. En esta investigación se concluyó que la nanoestructura del tejido óseo difiere sustancialmente entre los sitios anatómicos y los individuos. Se sugiere que la heterogeneidad del hueso es de importancia en la fragilidad, el proceso de adaptación y remodelado óseo. Igualmente otros investigadores mediante nanoindentación determinaron las constantes elásticas anisotrópicas de la matriz extracelular ósea bovina validadas con ensayos mecánicos de tracción. Los resultados arrojaron diferencias entre el 2% y el 13% [25]. También se ha investigado la influencia de cargas cíclicas en tejido cortical *in vitro*. En la investigación de [26] realizaron ensayos de fatiga en tejido óseo cortical bajo cargas axiales, torsionales y combinadas (axial-torsional). En este estudio se demostró que la superposición de torsión y carga axial reduce significativamente la vida a la fatiga del hueso cortical.

Las pruebas mecánicas son técnicas más directas para evaluar las propiedades mecánicas del hueso al igual que otros materiales. Sin embargo, realizar ensayos mecánicos al tejido óseo es complejo por las limitaciones que representa la obtención, conservación, construcción de probetas y la aplicación de pruebas mecánicas a condiciones fisiológicas normales. Ante esta situación, la simulación numérica ofrece una alternativa que permite explorar y generar nuevo conocimiento para entender el comportamiento biomecánico de un material biológico como uno estructural complejo que en general no puede ser estudiado de forma analítica.

La construcción de modelos óseos mediante el método de los elementos finitos (MEF) se introdujo por primera vez en la literatura ortopédica en 1972 [27], unos quince años después de ser iniciada esta técnica de análisis de esfuerzos en ingeniería mecánica. Desde entonces numerosas publicaciones muestran hallazgos significativos y conceptos útiles generados por este método en el estudio del comportamiento mecánico del tejido óseo, las cuales han servido para ilustrar sus capacidades y limitaciones.

Progresos en las mediciones de la densidad ósea han permitido determinar la relación que existe entre las densidades aparentes del hueso, la atenuación de imágenes provenientes de tomografías axiales computarizadas (TAC) y las propiedades mecánicas del tejido mediante el MEF [28-33]. Zannoni *et al.* [28] desarrollaron un algoritmo para la generación de mallas por el MEF y la adquisición de propiedades mecánicas a partir de TAC siguiendo las relaciones propuestas por [5]. Wirtz *et al.* [29] mediante el MEF estudiaron el comportamiento mecánico de un fémur humano con las correlaciones de las densidades aparentes longitudinales y transversales de tejidos cortical y trabecular propuestas por [8]. Taylor *et al.* [30] determinaron las constantes elásticas ortotrópicas de un fémur humano completo fresco mediante un modelo de elementos finitos basado en la información obtenida de TAC y análisis modales. Las constantes elásticas fueron comparadas con las experimentales utilizando técnicas de ultrasonido. Buroni *et al.* [31] cuantificaron las distribuciones de esfuerzos y deformaciones alrededor de implantes óseos. Determinan las constantes elásticas anisótropas del tejido óseo utilizando imágenes de TAC y el MEF. Perillo-Marcone *et al.* [32] simularon el comportamiento mecánico de una tibia humana con las correlaciones para densidades aparentes propuestas por [5] y [10] mediante TAC y el MEF. Helgason *et al.* [33] comparan los resultados obtenidos mediante simulaciones numéricas sobre el comportamiento mecánico de un

fémur humano con los obtenidos mediante mediciones experimentales empleando dos aproximaciones distintas para la asignación de las propiedades mecánicas. Una de las aproximaciones consistió en la asignación del módulo elástico a los elementos finitos de acuerdo a la información obtenida de TAC y ecuaciones empíricas a partir de la densidad aparente. Mientras que la otra estrategia radicó en la asignación de propiedades mecánicas constantes. Los resultados indicaron que la asignación de propiedades heterogéneas presenta menos desviaciones con respecto a datos experimentales.

Varios investigadores han estudiado el efecto del tamaño de los elementos por el MEF sobre los resultados numéricos. Keyak y Skinner [34] analizaron tres modelos de fémur proximal humano, cada uno con un tamaño de elemento hexaédrico diferente. Los resultados indicaron que los elementos hexaédricos deben ser muy pequeños para representar las fuertes variaciones en las propiedades mecánicas que existen en el hueso y que el incremento del tamaño de los elementos disminuye los esfuerzos y deformaciones. Ellos afirman que la convergencia de la energía de deformación no asegura que una malla particular sea adecuada para producir resultados exactos de esfuerzo o deformación. Niebu *et al.* [35] a partir de muestras vertebrales humanas y dos huesos trabeculares provenientes de tibia bovina analizados por el MEF, concluyeron que la convergencia de los resultados dependía tanto del modo de carga (axial/corte) como de la fracción volumétrica de la muestra. Igualmente, Ayturk y Puttlitz [36] analizaron un modelo de vértebras lumbares humana por el MEF (L1-L5), verificaron la convergencia por energía de deformación. El modelo convergido fue validado en base al rango de movimiento, la presión intradiscal, el esfuerzo óseo cortical anterolateral y las deformaciones de ligamento longitudinal anterior. Anitha *et al.* [37] evaluaron el efecto de la exposición de la dosis de rayos X (80, 150, 220 y 500) mAs sobre la carga de fractura en vertebrales humanas. La asignación del módulo elástico se llevó a cabo por medio de expresiones matemáticas propuestas en la literatura en función de la densidad, la cual se estimó a partir de imágenes de TAC. En este estudio se llevó a cabo un análisis de convergencia de la carga de fractura versus número de elementos. La convergencia se logró con elementos de 5mm de arista. Los valores de carga de fractura pronosticados por el MEF no se vieron afectados por la exposición de 500 a 80 mAs, sin diferencias significativas. Sugiura *et al.* [38] investigaron los desplazamientos relativos por el MEF en el hueso cortical implantado en la mandíbula y la distribución de esfuerzo bajo cargas. Se realizó una prueba de convergencia de los modelos para verificar la calidad de la malla, el criterio de convergencia se fijó en menos del 1% en los cambios de energía de deformación. Con base en los resultados de la prueba de convergencia, se fijó un tamaño de arista de los elementos de 0.6 mm.

Los estudios descritos sobre simulaciones óseas muestran procedimientos para desarrollar modelos óseos utilizando el MEF. Sin embargo, estos modelos son sensibles a variables como por ejemplo la geometría, la discretización del volumen, las propiedades del material, las condiciones de borde y el tipo de elemento, como lo sugiere [39]. En estas investigaciones es esencial conocer con la mayor exactitud posible los resultados numéricos. Por lo tanto, la presente investigación tiene como objetivo analizar la convergencia en modelos de tejido óseo cortical bovino altamente heterogéneos simulados a tracción (con propiedades isotrópicas y ortotrópicas) y compresión (con propiedades ortotrópicas) uniaxial mediante el MEF, con el propósito de determinar una metodología eficiente para la obtención de resultados confiables. La convergencia se analiza por carga, energía de deformación y esfuerzo versus número de elementos. La asignación de las propiedades mecánicas a los modelos óseos se desarrolla mediante la lectura densidades aparentes leídas de las TAC en diferentes puntos de Gauss por elemento. Los modelos óseos de probetas ensayadas a tracción y compresión de estructuras largas, son comparados con datos experimentales como único medio para validar los resultados numéricos.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

La metodología empleada es resumida en las siguientes etapas: fabricación y conservación de los especímenes, estimación de las densidades a partir de imágenes tomográficas, ensayos mecánicos, simulaciones numéricas, criterio de convergencia y validación de los modelos.

## 2.1. Fabricación y conservación de los especímenes

Todas las muestras empleadas en el presente trabajo corresponden a animales bovinos de los cuales se desconocen las características de raza, edad, alimentación y sexo.

### 2.1.1. Especímenes para los ensayos a tracción

A partir de dos muestras distintas de fémures frescos se construyeron igual número de probetas para ensayos mecánicos a tracción, como la mostrada en la Fig 1. Las dimensiones de la geometría de las probetas se estandarizan de acuerdo a lo establecido por la ASTM, donde  $D/d = 2$ , la longitud de la región de

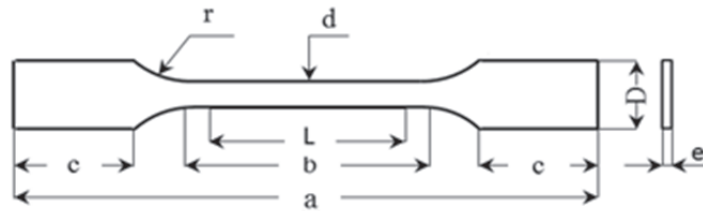


Fig. 1. Dimensiones en milímetros de la geometría de la probeta de tracción.  
 $a=104$ ,  $b=34$ ,  $c=26$ ,  $D=12$ ,  $d=6$ ,  $e=4$ ,  $L=25$ ,  $r=15$ .

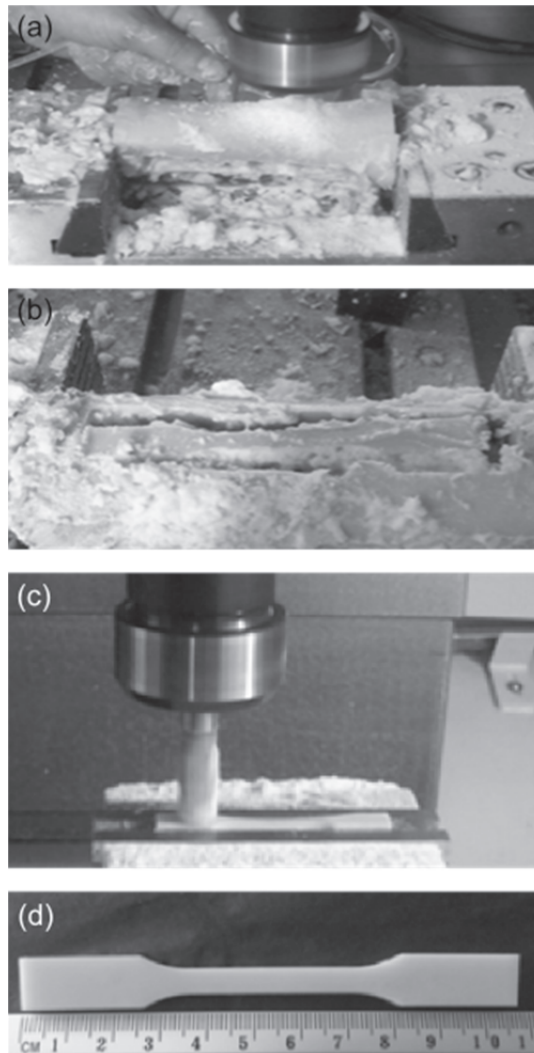


Fig. 2. Proceso de mecanizado de las probetas de tracción donde se muestra (a) hidratación durante el mecanizado, (b) contorno final de la probeta, (c) generación de espesor y (d) geometría final.

medición es  $L \approx 3d$  y la longitud de agarre  $c = \frac{1}{4}a$ , siendo  $a$  la longitud total del espécimen. Todos los especímenes fueron extraídos haciendo coincidir su longitud mayor con la dirección longitudinal de las muestras femorales. De igual forma, siguiendo [40] y [41], una vez cortadas las muestras, estas fueron hidratadas en solución isotónica, envueltas en gasa y plástico hermético y refrigeradas a  $-20^{\circ}\text{C}$ .

Para la fabricación de las probetas se empleó una fresadora a control numérico marca Chevalier, modelo QP1620-L. Como se muestra en la Fig. 2(a), para la sujeción de las muestras en la prensa se eliminaron las epífisis obteniéndose así una longitud diafisaria femoral de aproximadamente 150 mm. Las velocidades de avance y de rotación de la herramienta de corte se fijaron en 1000 mm/min y 300 rev/min, respectivamente.

Para evitar la deshidratación debido al calor generado durante el corte, las probetas fueron hidratadas utilizando una solución isotónica de cloruro de sodio al 0.9%. El paso en la profundidad de desbaste se estableció en 2 mm hasta la extracción de la probeta. En la Fig. 2(b) se observa la obtención del contorno completo de la probeta. En la Fig. 2(c) se puede apreciar el proceso de mecanizado que tiene como objetivo conseguir las superficies planas de las probetas. El avance y rotación de la herramienta de corte se fijó en 700 mm/min y 300 rev/min, respectivamente. La geometría final de la probeta fabricada se muestra en la Fig. 2(d).

### 2.1.2. Especímenes para ensayos a compresión

De dos radios se generaron dos probetas consistentes en estructuras completas para ser ensayadas a compresión, como se ilustra en la Fig. 3. En los especímenes se procura que las epífisis estén planas y paralelas a fin de evitar movimientos laterales durante el ensayo [40]. La creación de caras paralelas en este tipo de probetas se logró con una sierra de cinta rotando a una velocidad 300 rev/min. Siguiendo el proceso arriba descrito, las muestras fueron hidratadas durante el proceso de corte. La Fig. 3 también muestra de forma esquemática un hueso largo con el canal medular, donde a diferencia del tejido óseo, el material orgánico contenido en la cavidad medular presenta propiedades mecánicas bajas.

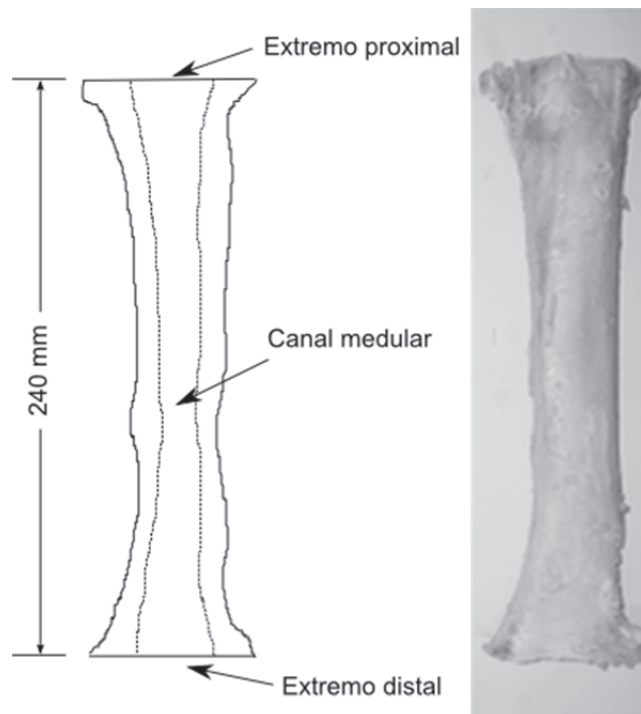


Fig. 3. Geometría de la probeta de compresión.

## 2.2. Estimación de las densidades a partir de imágenes tomográficas

En este estudio se obtuvieron imágenes de tomografías axiales computarizadas (TAC) de las probetas a ser ensayadas a tracción y a compresión. Para ello, se empleó un tomógrafo Siemens Somatom Spirit modelo SyngoC.T.2007P. Las imágenes obtenidas fueron almacenadas digitalmente en formato DICOM de 512x512 píxeles con un voxel de  $1.17 \times 1.17 \times 1.00 \text{ mm}^3$ . Al igual que en [30] y en [42], se supone una relación lineal entre las densidades del tejido y las lecturas en UH. De este modo, la densidad del hueso compacto fue estimada como  $1.8 \text{ g/cm}^3$ ; mientras que la densidad del aire se aproximó a partir de las condiciones de presión y temperatura en la sala para el día y la hora de las lecturas. Así, las correspondientes densidades teóricas de aire toman los valores de  $0.969 \times 10^{-3}$  y  $1.085 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$  para las muestras de tracción y de compresión, respectivamente.

La densidad del hueso compacto se correlacionó a los valores máximos de UH leídos de las imágenes de TAC; es decir, 2420 y 1610 UH para las probetas de tracción y de compresión, respectivamente; mientras que las densidades del aire se correlacionaron al valor de -1000 UH. A partir de las relaciones establecidas, las densidades aparentes en función de las UH para las probetas de tracción y de compresión son respectivamente

$$\rho[\text{g/cm}^3] = 5.26 \times 10^{-4}UH + 0.53 \quad (2a)$$

$$\rho[\text{g/cm}^3] = 6.85 \times 10^{-4}UH + 0.69 \quad (2b)$$

## 2.3. Ensayos mecánicos

Las pruebas se realizaron en una máquina de ensayos mecánicos marca MTS. Las velocidades de desplazamiento del pistón se fijaron en 0.005 y 0.0833 mm/s para los ensayos de tracción y de compresión, respectivamente. Las distintas muestras fueron hidratadas con solución isotónica de cloruro de sodio durante las pruebas mecánicas.

## 2.4. Simulaciones numéricas

La simulación numérica de volúmenes computacionales de hueso cortical es presentada en las siguientes fases: construcción de volúmenes computacionales, discretización de los modelos, discretización y asignación de los campos de propiedades físicas y mecánicas, condiciones de frontera y criterio de convergencia.

### 2.4.1 Construcción de volúmenes computacionales

La reconstrucción digital de los volúmenes de las probetas de tracción y de compresión se realizó a partir de imágenes tomográficas empleando una técnica de segmentación manual. Para ello, se describieron las imágenes secuenciales de las TAC usando el programa Surfdriver<sup>®</sup>, el cual representa los volúmenes como un conjunto de puntos y líneas. Para las probetas de compresión se obtienen dos modelos; un primer modelo que se define segmentando solo el contorno externo del hueso y un segundo modelo que reconstruye tanto la superficie externa del hueso como la superficie correspondiente al canal medular. Para identificar cada modelo, estos son así denominados como *estructura completa sin canal medular* y *estructura completa con canal medular*. El objetivo de modelar las estructuras con y sin canal es el de estudiar la influencia de la médula ósea en la rapidez de convergencia de la solución, así como, la desviación de los resultados numéricos respecto a los obtenidos experimentalmente.

En un programa de elementos finitos como [43] se recrean las superficies que se adaptan a los contornos obtenidos, describiendo así los volúmenes de las probetas como superficies cerradas a partir de las cuales se pueden definir unívocamente los dominios a considerar en las simulaciones numéricas. Los modelos sólidos obtenidos a partir de las tomografías de las probetas de tracción y compresión se representan en la Fig. 4. En la Fig. 4(a) se tiene una representación tridimensional de la probeta de tracción. En las Figs. 4(b) y 4(c) se muestran para cada caso dos vistas de las estructuras completas para las simulaciones a compresión sin y con canal medular.

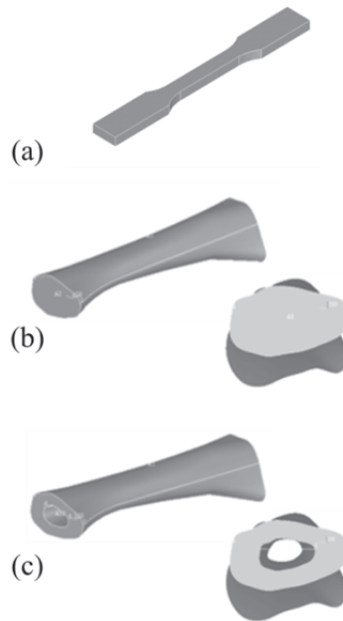


Fig. 4. Modelos numéricos de los volúmenes de los especímenes de (a) tracción, compresión (b) sin y (c) con canal medular

Empleando la metodología descrita anteriormente se generaron volúmenes cúbicos. La segmentación se realizó a partir de imágenes de TAC practicada a la diáfisis femoral de una de las muestras óseas, con el fin de estudiar la convergencia de estos modelos simulados a compresión en distintas direcciones.

#### 2.4.2. Discretización de los modelos

Para el modelado discreto de los volúmenes de las probetas numéricas se emplearon mallas no estructuradas generadas automáticamente considerando elementos tetraédricos de 10 nodos.

A fin de realizar un análisis de convergencia, es necesario estimar los errores de las aproximaciones de los campos de interés; es decir, esfuerzos, deformaciones y energía de deformación, y refinar adaptativamente el mallado de los volúmenes. Para cada refinamiento se definió el tamaño de la arista de los elementos, como se muestra en las tablas 1, 2 y 3. Específicamente, en las tablas 1 y 2 se puede observar el número resultante de elementos tetraédricos cuadráticos para las probetas de tracción y de compresión.

**Tabla 1.** Número de elementos tetraédricos en los modelos de probetas de tracción.

Tamaño del Elemento [mm]	Probeta 1	Probeta 2
4.00	266	270
3.50	372	352
3.00	444	419
2.50	732	739
2.00	1406	1141
1.50	3158	3188
1.00	10582	9931
0.90	14070	14791
0.80	22748	19528
0.70	32063	29729
0.60	51355	48640
0.50	87644	82932

Tabla 2. Número de elementos tetraédricos en modelos de probetas de compresión.

Tamaño del elemento [mm]	Número de elementos			
	Probeta 1		Probeta 2	
	sin canal	con canal	sin canal	con canal
6.40	8725	5249	7183	4678
5.10	14699	11977	11044	11616
4.70	18924	17410	13619	13324
4.10	28469	22776	21172	19292
3.10	64234	50652	46314	40985
2.80	87945	67868	62941	56645
2.50	120664	92869	90109	80891
2.35	147377	111604	108677	95738
2.20	183409	138861	135375	116212
2.10	208064	156398	153742	131158
2.00	239998	181300	175636	147663

Tabla 3. Tamaño y número de elementos tetraédricos y hexaédricos en los especímenes cúbicos simulados a compresión.

Elementos tetraédricos		Elementos hexaédricos	
Tamaño	Número	Tamaño	Número
3.00	100	4.00	1
1.50	239	2.00	8
1.00	561	1.50	27
0.90	814	0.90	125
0.70	1515	0.70	216
0.40	7369	0.40	1000
0.30	21503	0.30	2744
0.25	33225	0.20	8000
0.23	46443	0.16	15625
0.22	54234	0.12	39304
0.20	64278	0.10	64000

De forma similar, en la tabla 3 se presenta el número de elementos para las probetas cúbicas a compresión; sin embargo, en este caso en las simulaciones se emplearon elementos tetraédricos cuadráticos y hexaédricos lineales; esto con el objetivo de analizar las diferencias en la rapidez de convergencia con diferentes elementos y puntos de Gauss.

### 2.4.3. Discretización y asignación de los campos de propiedades físicas y mecánicas

En las siguientes dos secciones se explica el método de discretización y asignación de los valores locales promedios de los campos originales de la densidad como propiedad física y del módulo elástico como propiedad mecánica. En este sentido, estas variables fueron expresadas como integrales ponderadas sobre el volumen de los elementos empleados.

#### 2.4.3.1. Aproximación del campo de densidades

Una simplificación de uso práctico consiste en la descripción del campo de densidades del tejido como un valor único definido en las correspondientes coordenadas centroidales de los volúmenes discretos [44]. Este procedimiento se realizó con un programa desarrollado por [45], en el cual se leen las UH de las imágenes tomográficas y se calcula la densidad aparente empleando las expresiones descritas en la ecuación (2). Para estimar el valor centroidal de la densidad  $\bar{\rho}_e$  se emplea el método de cuadratura de Gauss para integrar la expresión

$$\bar{\rho}_e = \int \rho dV / V_e \quad (3)$$

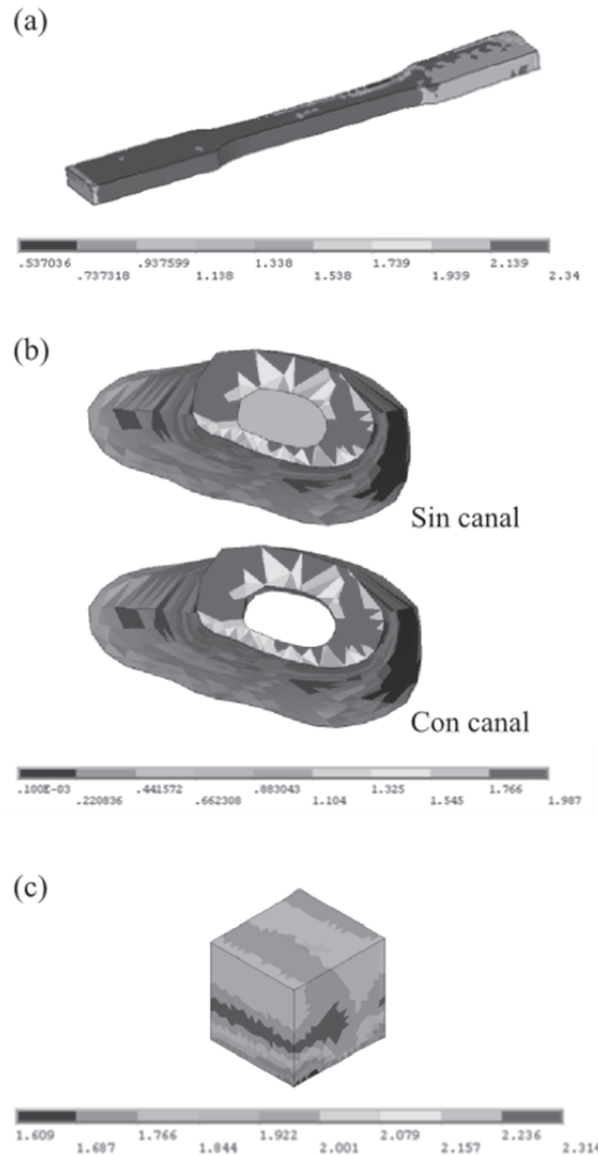


Fig. 5. Campos discretos de densidades en los especímenes (a) de tracción, (b) de compresión sin y con canal medular y (c) cúbico de compresión.

donde  $\rho$  representa la densidad en los puntos de Gauss y  $V_e$  el volumen del elemento. Para las distintas simulaciones, los valores centroidales de densidad fueron calculados considerando 1, 4 y 5 puntos para los modelos discretizados usando elementos tetraédricos y 1, 8 y 27 puntos para los modelos con elementos hexaédricos.

La Fig. 5 ilustra los campos discretos de densidades para los tres modelos de probetas digitales. Específicamente, en la Fig. 5(a) se muestra la distribución de densidad donde se aprecia un valor máximo  $2.34 \text{ g/cm}^3$  para este tejido cortical; este valor está en correspondencia con los valores promedios en la región diafisaria de donde proviene la probeta. En la Fig. 5(b) se puede apreciar valores más elevados de densidad a nivel de la diáfisis ( $\approx 1.99 \text{ g/cm}^3$ ), esto por estar en esa zona el tejido más compacto. Ahora, en la región lateral derecha de la probeta se observa la menor densidad ( $\rho_{\text{aire}} = 1.0 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3$ ), esto por no estar el cúbito alojado. En la estructura sin canal medular de la Fig. 5(b), el espacio ocupado por la médula ósea posee densidades que varían en el rango de  $0.662 \leq \rho_{\text{médula}} \leq 0.883 \text{ g/cm}^3$ ; valores que se corresponden a los esperados para este material orgánico. La Fig. 5(c) presenta una distribución de

densidad en el rango  $1.609 \leq \rho_{cortical} \leq 2.314 \text{ g/cm}^3$  del modelo cúbico extraído digitalmente de la diáfisis femoral de una de las muestras óseas.

#### 2.4.3.2. Aproximación del campo del módulo elástico

Al igual que para el campo de densidades, el módulo elástico puede ser aproximado a nivel de cada elemento por su correspondiente valor centroidal. Para definir estos valores centroidales, se postula que los módulos elásticos siguen la expresión propuesta por [5], como se detalla en la ecuación (1). El uso de esta expresión requiere la estimación de la densidad de la matriz mineral del hueso cortical ( $\rho_c$ ), el módulo elástico a compresión ( $E_c$ ) y la rapidez de deformación ( $\dot{\epsilon}$ ). De esta forma, para el valor de la densidad de la matriz, se considera que esta tiene un valor aproximado de  $\rho_c = 1.8 \text{ g/cm}^3$  [5]. En los modelos, el valor del módulo elástico a compresión se ajusta a los siguientes valores; para las probetas de tracción  $E_c = 9.9 \text{ GPa}$  [46], para las probetas de compresión  $E_c = 26.6 \text{ GPa}$  [26] y para las probetas cúbicas se considera la función potencial propuesta por [47]; ajustada de acuerdo a [48] y [49], donde  $E_c$  en GPa viene expresado en términos de la velocidad de deformación de la forma:

$$E_c = 11.69\dot{\epsilon}^{0.01798} \quad (4)$$

La velocidad de deformación  $\dot{\epsilon}$  empleada se obtiene de la relación entre la velocidad de desplazamiento del pistón (0.005 y 0.0833 mm/s en las probetas de tracción y de compresión, respectivamente) y las correspondientes longitudes iniciales (52 y 240 mm, respectivamente). De esta forma se obtiene para cada modelo una rapidez de deformación de  $96.2 \times 10^{-6}$  y  $347.2 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ . En los modelos cúbicos, la velocidad de deformación es establecida como  $\dot{\epsilon} = 1250 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ . Sustituyendo las estimaciones de  $\rho_c$ ,  $E_c$  y  $\dot{\epsilon}$  según los valores arriba descritos y bajo la hipótesis de isotropía, se pueden aproximar los valores del módulo elástico en GPa en los modelos de probetas de tracción, de compresión y cúbicas de compresión como una función de la densidad, donde

$$E_{tracción} = 975 \times 10^3 \rho^3 \quad (5a)$$

$$E_{compresión} = 2875 \times 10^3 \rho^3 \quad (5b)$$

$$E_{cúbica} = 1190 \times 10^3 \rho^3 \quad (5c)$$

Ahora, modelando el tejido cortical como ortotrópico, se supone que las propiedades elásticas; es decir, módulo de elasticidad, siguen las relaciones propuestas por [50]. De esta forma,

$$E_3 = 1.0; \quad E_2 = 0.67E_3; \quad E_1 = 0.53E_3 \quad (6a)$$

$$G_{12} = 0.24E_3; \quad G_{13} = 0.29E_3; \quad G_{23} = 0.32E_3 \quad (6b)$$

$$\nu_{12} = 1.0; \quad \nu_{13} = 0.54\nu_{12}; \quad \nu_{23} = 0.81\nu_{12} \quad (6c)$$

donde los subíndices 1, 2 y 3 representan las direcciones transversal radial, transversal tangencial y longitudinal, respectivamente. En el modelo, el módulo elástico en la dirección longitudinal se aproxima de acuerdo al modelo isotrópico previamente descrito y el coeficiente de Poisson se estableció en  $\nu_{12} = 0.302$  de acuerdo a [50] para hueso cortical bovino.

#### 2.4.4. Condiciones de frontera

Para el modelado numérico del comportamiento elástico lineal de las distintas probetas se postulan las correspondientes condiciones de desplazamiento en superficies específicas de los volúmenes. Para el caso de las probetas de tracción, se imponen desplazamientos en los nodos de los planos transversales  $I2$  donde inician las regiones de agarre de las mordazas de la máquina de ensayo, como se muestra en la Fig. 6. En el plano inferior se restringen los desplazamientos a lo largo de las direcciones transversal y longitudinal; mientras que en el plano superior, se impone un desplazamiento positivo a lo largo de la dirección longitudinal y se restringen a lo largo de las direcciones transversales.

Forma similar, para las probetas de compresión, los desplazamientos se restringen de forma tal que describan la condición de contacto entre el espécimen y las mordazas, como se ilustra en la Fig. 7. En el

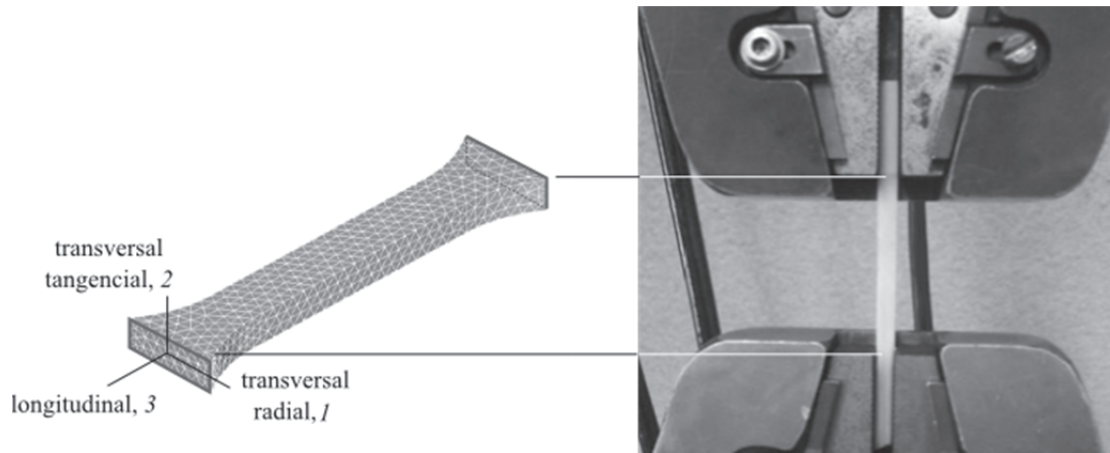


Fig. 6. Descripción de la región de agarre en probeta de tracción.

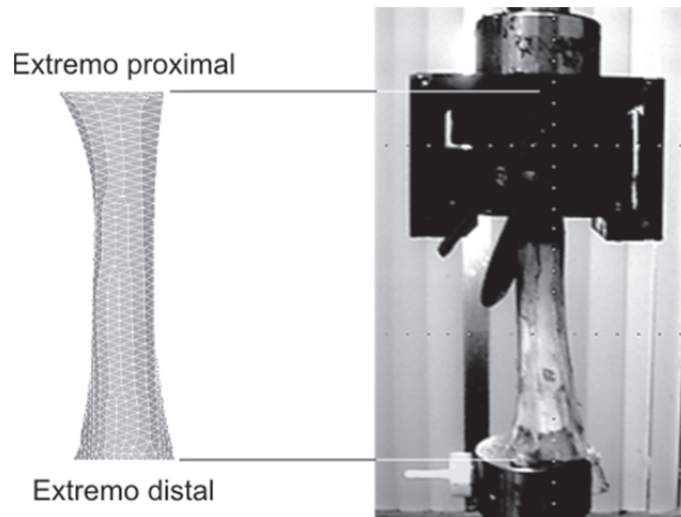


Fig. 7. Extremo proximal y distal en probeta de compresión.

plano inferior (extremo distal) se restringen todos los desplazamientos; mientras que en plano superior (extremo proximal) se restringen los desplazamientos en el plano transversal y se impone un desplazamiento compresivo a lo largo de la dirección longitudinal. Para las probetas cúbicas de compresión, los desplazamientos impuestos exhiben características similares al caso anterior en planos opuestos.

## 2.5. Criterio de convergencia

En este estudio se generaron refinamientos de mallas de elementos finitos con el propósito de realizar un estudio de convergencia por carga, esfuerzo y energía de deformación versus número de elementos como lo sugiere [51]. El número de elementos presentes en cada modelo se muestran en las tablas 1, 2 y 3. La convergencia de los resultados numéricos se probó en el elemento donde se obtuvo el valor máximo (criterio del valor máximo) por ser esta región la más importante según [52]. Para cada modelo (actual) se calcularon las diferencias porcentuales de los resultados numéricos con respecto al modelo de referencia (anterior) y se asumió que la malla estaba en convergencia si dicha diferencia porcentual era menor al 2.5%, la cual es inferior a la diferencia asumida por [53].

En el caso del análisis de sensibilidad por energía de deformación versus número de elementos en los modelos de probetas ensayadas a tracción y cúbicos simulados a compresión, se considera que la convergencia se logra cuando los resultados se estabilizan con el mismo orden de magnitud.

## 2.6. Validación de los modelos

En las simulaciones primero se obtiene un modelo conceptual a partir de información del objeto real, que posteriormente es transferida a un modelo matemático. Mediante el empleo de un método adecuado, como el MEF, se puede resolver un modelo matemático complejo. Tomando ciertas suposiciones, el modelo creado es sólo una versión simplificada del objeto real [54]. Por lo tanto, la validación es un proceso donde se demuestra que los resultados numéricos son lo suficientemente exactos para reproducir o predecir un fenómeno físico [55].

En esta investigación se validan los modelos al estimar el error porcentual de los valores numéricos obtenidas por el método de los elementos finitos con respecto a datos experimentales [55], de esta manera se comprueba si las simulaciones de las muestras óseas reproducen el comportamiento mecánico de este material biológico. La validación de los diferentes modelos se realiza comparando el valor de la carga obtenida con la malla en la cual los valores convergen con la carga (probeta 1 a tracción: 104.41 kgf, probeta 2 a tracción: 77.88 kgf, estructura 1 a compresión: 4765.72 kgf, estructura 2 a compresión: 4564.62 kgf) para el máximo desplazamiento de la región lineal obtenida experimentalmente (probeta 1 a tracción: 0.1867 mm, probeta 2 a tracción: 0.1415 mm, estructura 1 a compresión: 1.726 mm, estructura 2 a compresión: 1.715 mm).

## 3. RESULTADOS

La Fig. 8 presenta las curvas experimentales de carga-desplazamiento para dos condiciones de carga en probetas distintas. En el primer caso, la Fig. 8(a) describe el comportamiento exhibido por dos probetas de tracción hasta la fractura. Igualmente, la Fig. 8(b) muestra el comportamiento real de dos probetas de estructuras completas sometidas a compresión. En ambas gráficas se aprecia una relación carga-desplazamiento inicialmente lineal. En el caso de las probetas sometidas a tracción, el comportamiento continúa con una ligera no linealidad para luego seguir con el aumento de la capacidad de carga hasta la fractura. Las estructuras sometidas a compresión, posterior a la zona elástica lineal, muestran un comportamiento no lineal hasta la falla. Como se puede observar de la comparación de las curvas de la Fig. 8, el tejido cortical en dirección longitudinal exhibe mayor capacidad de carga a compresión.

La Fig. 9 presenta las curvas de convergencia por carga, energía de deformación y esfuerzo para las probetas simuladas en tracción. En los modelos numéricos se emplearon elementos tetraédricos y las variables de interés fueron integradas empleando 1, 4 y 5 puntos de Gauss. Para el análisis, las propiedades elásticas del material fueron supuestas, en una primera aproximación, como isotrópica de acuerdo a la ecuación (5a), y luego, como ortotrópica empleando las expresiones de las ecuaciones (5a) y (6). De los resultados se puede observar que para diferentes puntos de Gauss e igual densidad de malla, no existen

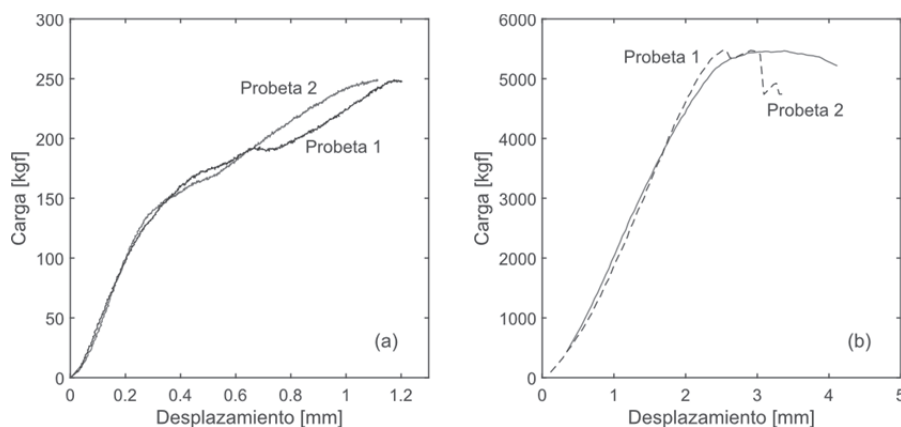


Fig. 8. Curvas experimentales carga-desplazamiento para las probetas (a) de tracción y (b) de compresión.

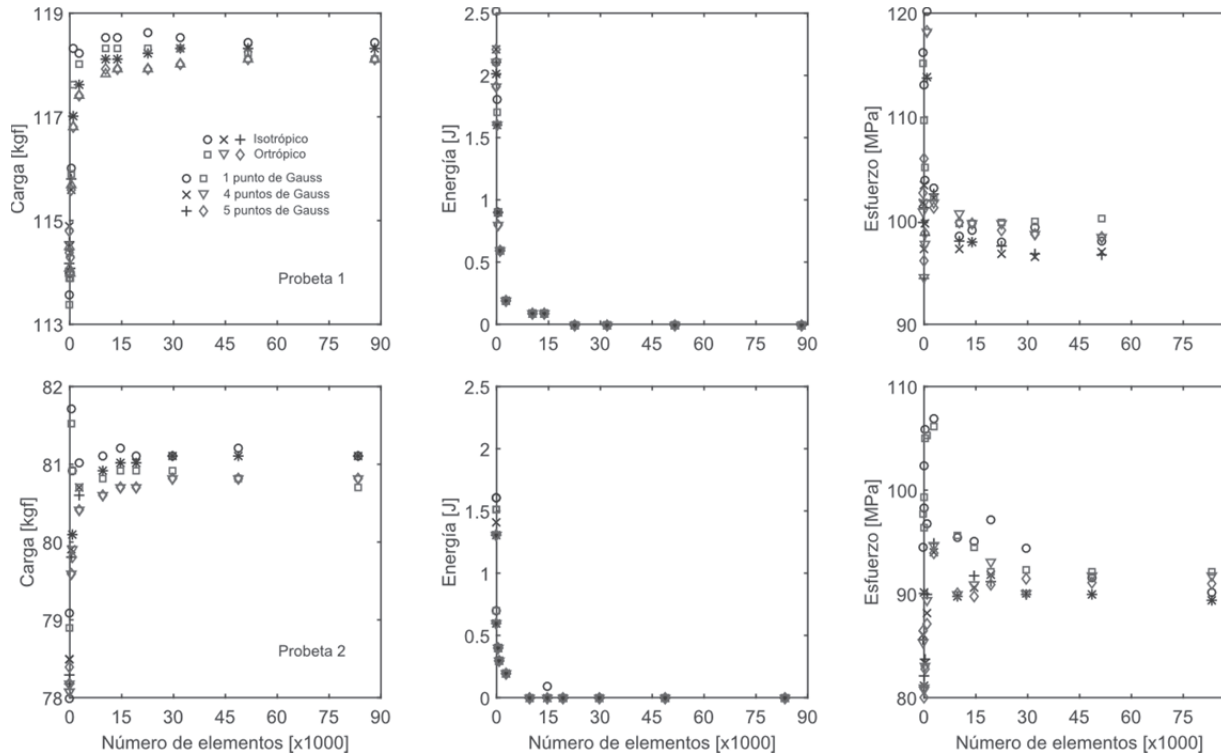


Fig. 9. Estudio de convergencia para dos probetas de tracción considerando propiedades elásticas isotrópicas y ortotrópicas con 1, 4 y 5 puntos de Gauss por elemento.

Tabla 4. Error porcentual por carga en probetas simuladas a tracción.

Puntos de Gauss	Error porcentual						P ± De
	Material isotrópico			Material ortotrópico			
	1	4	5	1	4	5	
Probeta 1	11.12	10.81	10.95	11.05	10.70	10.84	10.91 ± 0.16
Probeta 2	4.95	2.54	2.45	1.25	2.24	2.17	2.6 ± 1.24

P: Promedio. De: Desviación estándar

diferencias significativas entre una misma muestra simulada como material isotrópico o como uno ortotrópico.

En la tabla 4 se exhiben diferencias despreciables de error porcentual por carga entre los modelos de una misma muestra (Probeta 1: 10.91 $\pm$ 0.16, Probeta 2: 2.6 $\pm$ 1.24), siendo el error de los modelos con 1 punto de Gauss ligeramente diferente en comparación con los estimados con 4 y 5 puntos de Gauss. El comportamiento similar de los modelos óseos como material isotrópico y ortotrópico se puede atribuir a que las propiedades mecánicas asignadas en dirección longitudinal son iguales como material isotrópico y ortotrópico, aunado a que el desplazamiento impuesto a los diferentes modelos es estrictamente en dirección longitudinal. Los resultados obtenidos mediante el uso de diferentes puntos de Gauss por elemento tetraédrico no presentan variaciones importantes, esto se puede explicar por la baja dispersión de los valores de densidades en la región de prueba de estas probetas, como se observa en la Fig. 5(a), permitiendo que el cálculo del módulo elástico incorporado en el centro de gravedad de cada elemento sean independientes del número de puntos de Gauss empleados, por ser muy similar el promedio del módulo elástico con 4 o 5 puntos de Gauss, y con ligera diferencia con el calculado con 1 punto de Gauss.

La Fig. 10 presenta las curvas de convergencias por carga, energía de deformación y esfuerzo contra número de elementos tetraédricos, con el uso de 1, 4 y 5 puntos de Gauss, de modelos de estructuras completas sin/con canal medular ensayadas a compresión, simulados como material ortotrópico empleando las expresiones de las ecuaciones (5b) y (6). Estas gráficas muestran diferencias de resultados des-

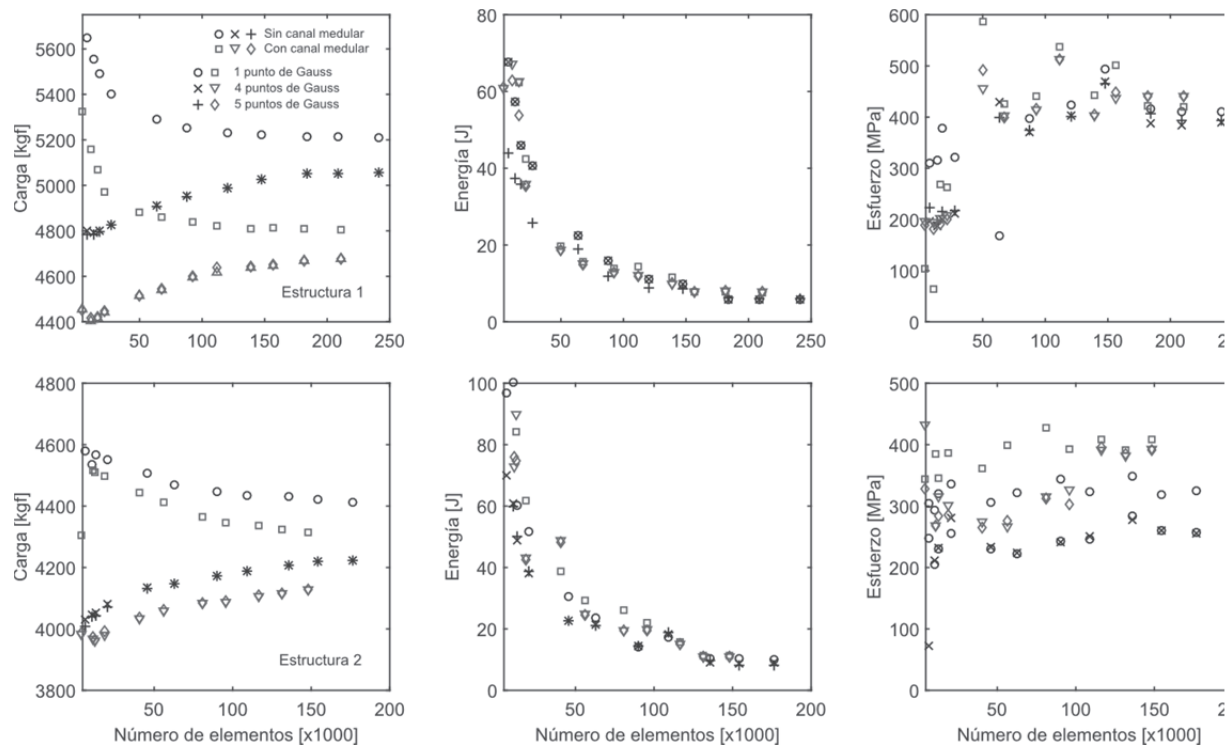


Fig. 10. Estudio de convergencia para estructuras completas sin y con canal medular considerando propiedades elásticas ortotrópicas con 1, 4 y 5 puntos de Gauss por elemento.

Tabla 5. Error porcentual por carga en probetas de estructuras completas simuladas a compresión.

Puntos de Gauss	Error porcentual						P ± De
	Modelo sin canal medular			Modelo con canal medular			
	1	4	5	1	4	5	
Estructura 1	10.97	3.94	3.90	2.49	3.74	3.72	4.79±3.07
Estructura 2	1.32	9.40	9.46	2.69	11.54	11.60	7.67±4.51

P: Promedio. De: Desviación estándar.

preciables entre una misma muestra, con el uso de 4 y 5 puntos de Gauss por elemento, igual densidad de malla en estructuras sin/con canal medular. Igualmente estos modelos exhiben pequeñas diferencias de sus resultados (menor al 8.24 y 9.15% en estructuras sin/con canal medular, respectivamente) en comparación con los modelos de la misma muestra que utilizan 1 punto de Gauss por elemento. Este comportamiento global de la estructura se puede justificar por la similitud del módulo elástico calculado por elemento con 4 y 5 puntos de Gauss con pequeña diferencia con el estimado con 1 punto de Gauss.

En la Fig. 10 se observa que las estructuras con canal medular requieren un número menor de elementos para lograr la convergencia por carga, energía de deformación y esfuerzo versus número de elementos (en promedio 18.40, 15.93, y 17.77%, respectivamente), en comparación con la misma estructura sin canal medular. Esto se atribuye a que la médula ósea posee propiedades mecánicas bajas, no proporcionando capacidad de resistir carga a la estructura ósea.

En la tabla 5 se presentan los errores porcentuales por carga de cada modelo de estructura ósea completa sin/con canal medular. En ella se indica que una misma estructura ósea simulada bajo las mismas condiciones de borde, igual densidad de malla, diferentes técnicas de reconstrucción y puntos de Gauss, exhiben resultados bastante precisos y exactos, con errores porcentuales muy similares (estructura 1: 4.79±3.07, estructura 2: 7.67±4.51).

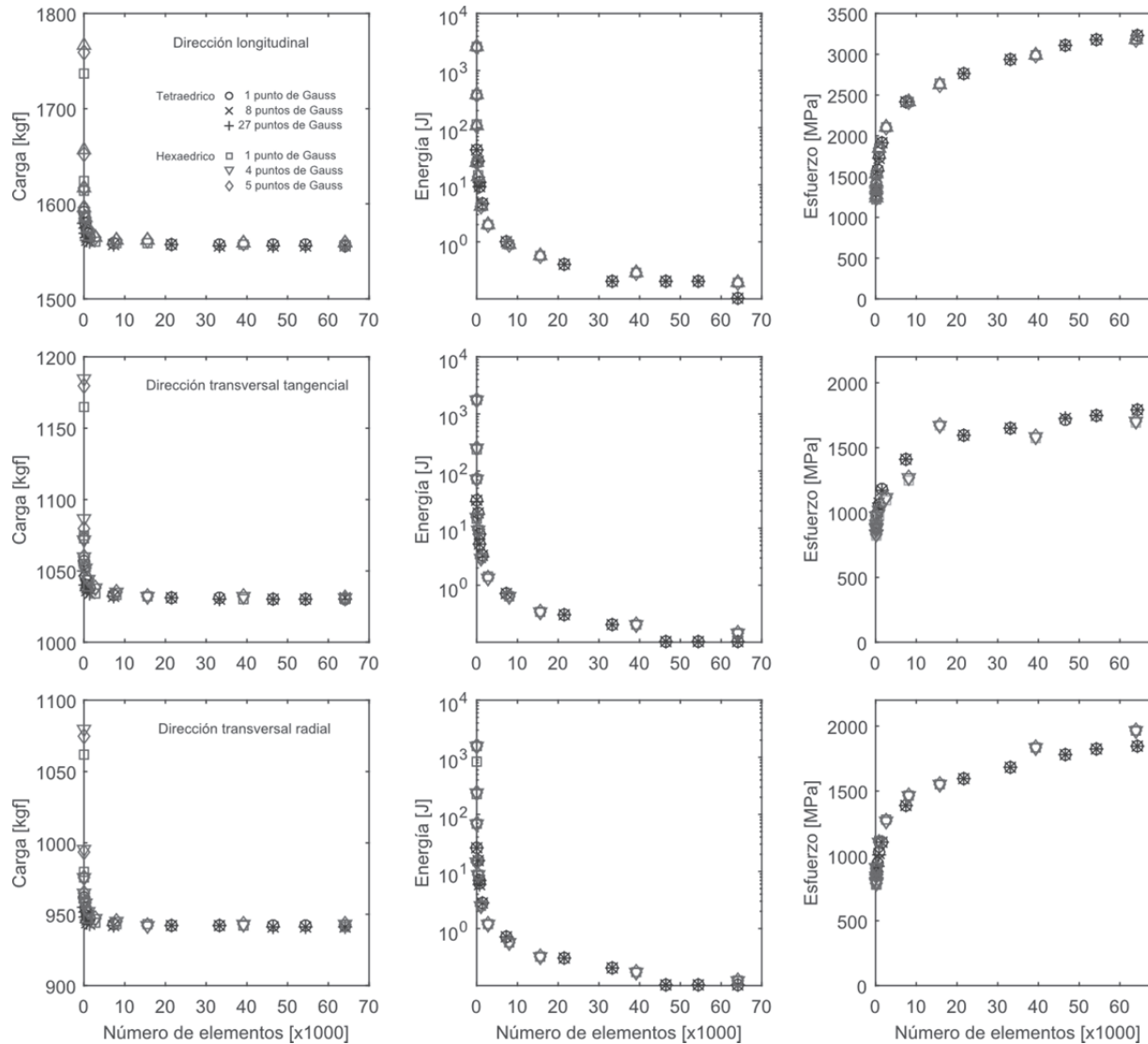


Fig. 11. Estudio de convergencia para especímenes cúbicos simulados a compresión en las direcciones longitudinal y transversales.

Las curvas contenidas en la Fig. 11 referentes al análisis de convergencia por carga, energía de deformación y esfuerzo, contra número de elementos tetraédricos (con 1, 4 y 5 puntos de Gauss) y hexaédricos (con 1, 8 y 27 puntos de Gauss), de probetas cúbicas simuladas en compresión en diferentes direcciones (longitudinal y transversales), como material ortotrópico empleando las expresiones de las ecuaciones (5c) y (6), indican que los modelos simulados con igual tipo de elemento, densidad de malla, dirección de la carga y diferentes puntos de Gauss, presentan iguales comportamientos. Igualmente se observa que los modelos cúbicos con el uso de elementos hexaédricos logran la convergencia por carga en las diferentes direcciones, contra número de elementos, con un 73% menos del número de elementos requeridos para lograr la convergencia con elementos tetraédricos, y diferentes puntos de Gauss. Mientras que estos modelos óseos alcanzan la convergencia de los resultados al mismo tiempo por energía de deformación y esfuerzo (en las diferentes direcciones) versus número de elementos hexaédricos, con un 27.52% menos del número de elementos con los cuales los mismo modelos obtienen la convergencia con el uso de elementos tetraédricos.

También se desprende de los resultados presentados en las Figs. 9, 10 y 11 que la convergencia por carga requiere menos número de elementos necesarios para que el mismo modelo logre la convergencia de los resultados por energía de deformación o esfuerzo. Esto se puede atribuir a que el MEF primero efec-

túa los cálculos con la carga y los desplazamientos, para luego calcular esfuerzo y energía de deformación, generando errores de aproximación.

Por lo tanto, en base a los resultados obtenidos en el presente estudio se puede sugerir que la malla que logra la convergencia de los resultados numéricos por esfuerzo o energía de deformación contra números de elementos, con la aplicación de la metodología antes descrita, es adecuada para producir resultados confiables de carga, desplazamiento, esfuerzo o deformación en el rango elástico.

#### 4. CONCLUSIONES

El estudio de convergencia de modelos de tejido óseo cortical bovino permite afirmar que es factible simular a través del MEF la curva carga – desplazamiento en el rango elástico observada experimentalmente, con el uso de la ecuación propuesta por [5] para estructuras óseas ensayadas a tracción y compresión, mediante la correcta construcción del modelo sólido, asignación de propiedades heterogéneas a través de TAC y condiciones de contorno.

La convergencia por carga, energía de deformación y esfuerzo versus número de elementos, de modelos heterogéneos de tejido óseo cortical simulados a tracción uniaxial, como material isotrópico, y ortotrópico a través de las relaciones presentadas por [50] para tejido cortical bovino, con igual condiciones de borde, tipo de elemento, densidad de malla y diferentes puntos de Gauss por elemento tetraédrico, no generan diferencias importantes en las respuestas de los modelos óseos.

Los modelos mejorados (con canal medular) de estructuras completas ensayadas a compresión presentan una disminución significativa del número de elementos para lograr la convergencia por carga, energía de deformación y esfuerzo versus número de elementos respectivamente, en comparación con los modelos óseos sin canal medular, con diferencias despreciables entre sus resultados.

La reconstrucción de los modelos óseos largos con canal medular reporta grandes beneficios cuando se requiere utilizar la misma malla con distintos modelos de materiales y/o distintas condiciones de borde por disminuir el número de elementos en la malla.

La convergencia por carga, energía de deformación y esfuerzo versus número de elementos, en modelos cúbicos simulados a compresión es mucho más rápida con el uso de elementos hexaédricos que con elementos tetraédricos, independientemente del número de puntos de Gauss utilizados por elemento y la dirección de la carga compresiva.

La convergencia de modelos de tejido óseo cortical con diferentes puntos de Gauss por elemento, es más lenta por esfuerzo y energía de deformación versus número de elementos en comparación con la convergencia de los resultados por carga contra número de elementos.

Los resultados mostrados en esta investigación reflejan que el uso de diferentes puntos de Gauss por elemento tetraédrico en modelos de probetas ensayadas a tracción, estructuras completas sin/con canal medular ensayadas a compresión, y modelos cúbicos simulados a compresión, no fue determinante para acelerar la convergencia de los resultados considerando una tendencia de los mismos menor al 2.5%.

Los resultados mostrados en este estudio reflejan que la convergencia de los resultados por carga contra número de elementos es mucho más rápida en comparación con los análisis de convergencia por energía de deformación y esfuerzo versus número de elementos.

#### AGRADECIMIENTOS

Nino Gómez-Ruiz agradece el apoyo prestado por el Departamento de Mecánica y Tecnología de la Producción de la Universidad Nacional Experimental Francisco de Miranda. De igual forma, los autores agradecen a los Drs. Roberto Suárez, Carlos Bloem y Sebastian Provenzano de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Los Andes.

## REFERENCIAS

- [1] Miller, A., Fuchs, M.B., Arcan, M., “Trabecular bone adaptation with an orthotropic material model”, *Journal of Biomechanics*, 35, 247-256 (2002)
- [2] Wolff, J., *Das Gesetz der transformation der knochen*, Springer-Verlag, Berlin (1892)
- [3] Currey, J.D., Brear, K., “Tensile yield in bone”, *Calcified Tissue Research*, 15, 173-179 (1974)
- [4] Reilly, D., Burstein, A.H., “The elastic and ultimate properties of compact bone tissue”, *Journal of Biomechanics*, 8, 393-406 (1975)
- [5] Carter, D., Hayes, W., “The compressive behavior of bone as a two-phase porous structure”, *Journal of Bone and Joint Surgery*, 59A, 954-962 (1977)
- [6] Ashman, R.B., Cowin, S.C., van Buskirk W.C., Rice J.C., “A continuous wave technique for measurement of elastic properties of cortical bone”, *Journal of Biomechanics*, 17, 349-361 (1984)
- [7] Beaupré, G.S., Orr, T.E., Carter, D.R., “An approach for time-dependent bone modeling and remodeling-application: a preliminary remodeling simulation”, *Journal of Orthopaedic Research*, 8, 651-670 (1990)
- [8] Lotz, J.C., Gerhart, T.N., Hayes, W.C., “Mechanical properties of metaphyseal bone in the proximal femur”, *Journal of Biomechanics*, 24, 317-329 (1991)
- [9] Snyder, S.M., Schneider, E., “Estimation of mechanical properties of cortical bone by computed tomography”, *Journal of Orthopaedic Research*, 9, 422-431 (1991)
- [10] Linde, F., Norgaard, P., Hvid, I., Odgaard, A., Soballe, K., “Mechanical properties of trabecular bone. Dependency on strain rate”, *Journal of Biomechanics*, 24, 803-809 (1991)
- [11] Anderson, M.J., Keyak, J.H., Skinner, H.B., “Compressive mechanical properties of human cancellous bone after gamma irradiation”, *Journal of bone and joint surgery*, 74, 747-752 (1992)
- [12] Hodgskinson, R., Currey, J.D., “Young’s modulus, density and material properties in cancellous bone over a large density range”, *Journal of Materials Science, Materials in Medicine*, 3, 377-381 (1992)
- [13] Linde, F., Hvid, I., Madsen, F. “The effect of specimen geometry on the mechanical behaviour of trabecular bone specimens”, *Journal of Biomechanics*, 25, 359-368 (1992)
- [14] Dalstra, M., Huiskes, R., Odgaard, A., van Erning, L., “Mechanical and textural properties of pelvic trabecular bone”, *Journal of Biomechanics*, 26, 523-535 (1993)
- [15] Goulet, R.W., Goldstein, S.A., Ciarelli, M.J., Kuhn, J.L., Brown, M.B., Feldkamp, L.A., “The relationship between the structural and orthogonal compressive properties of trabecular bone”, *Journal of Biomechanics*, 27, 375-389 (1994)
- [16] Keller, T.S., “Predicting the compressive mechanical behavior of bone”, *Journal of Biomechanics*, 27, 1159-1168 (1994)
- [17] Keyak, J.H., Lee, I.Y., Skinner, H.B., “Correlations between orthogonal mechanical properties and density of trabecular bone: use of different densitometric measures”, *Journal of Biomedical Materials Research*, 28, 1329-1336 (1994)
- [18] Li, B., Aspden, R.M., “Composition and mechanical properties of cancellous bone from the femoral head of patients with osteoporosis or osteoarthritis”, *Journal of Bone and Mineral Research*, 12, 641-651 (1997)
- [19] Ouyang, J., Yang, G.T., Wu, W.Z., Zhu, Q.A., Zhong, S.Z., “Biomechanical characteristics of human trabecular bone”, *Journal Clinical Biomechanics*, 12, 522-524 (1997)
- [20] Kopperdahl, D.L., Keaveny, T.M., “Yield strain behavior of trabecular bone”, *Journal of Biomechanics*, 31, 601-608 (1998)
- [21] Ciarelli, T.E., Fyhrie, D.P., Schaffler, M.B., Goldstein, S.A., “Variations in three-dimensional cancellous bone architecture of the proximal femur in female hip fractures and in controls”, *Journal of Bone and Mineral Research*, 5, 32-40 (2000)
- [22] Morgan, E.F., Bayraktar, H.H., Keaveny, T.M., “Trabecular bone modulus-density relationships depend on anatomic site”, *Journal of Biomechanics*, 36, 897-904 (2003)
- [23] Kaneko, T.S., Bell, J.S., Pejčić, M.R., Tehranzadeh, J., Keyak, J.H., “Mechanical properties, density and quantitative CT scan data of trabecular bone with and without metastases”, *Journal of Biomechanics*, 37(4), 523-530 (2004)

- [24] Zysset, P.K., Guo, X.E., Hoffer, C.E., Moore, K.E., Goldstein, S.A., “Elastic modulus and hardness of cortical and trabecular bone lamellae measured by nanoindentation in the human femur”, *Journal of Biomechanics*, 32, 1005-1012 (1999)
- [25] Hengsberger, S., Enstroem, J., Peyrin, F., Zysset, P., “How is the indentation modulus of bone tissue related to its macroscopic elastic response? A validation study”, *Journal of Biomechanics*, 36, 1503-1509 (2003)
- [26] Vashishth, D., Tanner, K.E., Bonfield, W., “Fatigue of cortical bone under combined axial-torsional loading”, *Journal of Orthopaedic Research*, 19, 414-420 (2001)
- [27] Brekelmans, W.A., Poort, H.W., Slooff, T.J., “A new method to analyse the mechanical behaviour of skeletal parts”, *Acta Orthopaedica Scandinavica Journal*, 43, 301-317 (1972)
- [28] Zannoni, C., Mantovani, R., Viceconti, M., “Material properties assignment to finite element models of bone structures: a new method”, *Journal Medical Engineering & Physics*, 20, 735-740 (1998)
- [29] Wirtz, D., Schiffers, N., Pandorf, T., Radermacher, K., Weichert, D., Forst, R., “Critical evaluation of known bone material properties to realize anisotropic FE simulation of the proximal femur”, *Journal of Biomechanics*, 33, 1325-1330 (2000)
- [30] Taylor, W.R., Roland, E., Ploeg, H., Hertig, D., Klabunde, R., Warner, M.D., Hobatho, M.C., Rakotomanana, L., Clift, S.E., “Determination of orthotropic bone elastic constants using FEA and modal analysis”, *Journal of Biomechanics*, 35(6), 767-773 (2002)
- [31] Buroni, F.C., Comisso, P.E., Csilino, A.P., Sammartino, M., “Determinación de las constantes elásticas anisótropas del tejido óseo utilizando tomografías computadas. Aplicación a la construcción de modelos de elementos finitos”, *Mecánica Computacional*, 23, 3009-3032 (2004)
- [32] Perillo-Marcone, A., Ryd, L., Jonsson, K., Taylor, M., “A combined RSA and FE study of the implanted proximal tibia: correlation of the post-operative mechanical environment with implant migration”, *Journal of Biomechanics*, 37(8), 1205-1213 (2004)
- [33] Chen, G., Schmutz, B., Epari, D., Rathnayaka, K., Ibrahim, S., Schuetz, M., Percy, M., “A new approach for assigning bone material properties from CT images into finite element models”, *Journal of Biomechanics*, 43(5), 1011-1015 (2010)
- [34] Keyak, J.H., Skinner, H.B., “Three-dimensional finite element modelling of bone: effects of element size”, *Journal of Biomedical Engineering*, 14(6), 483-489 (1992)
- [35] Niebur, G.L., Yuen, J.C., Hsia, A.C., Keaveny, T.M., “Convergence behavior of high-resolution finite element models of trabecular bone”, *Journal of Biomedical Engineering*, 121(6), 629-635 (1999)
- [36] Ayturk, U.M., Puttlitz, C.M., “Parametric convergence sensitivity and validation of a finite element model of the human lumbar spine”, *Journal of Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 14(8), 695-705 (2011)
- [37] Anitha, D., Karupppasamy, S., Mei, K., Kopp, F.K., Foehr, P., Noel, P.B., Kirschke, J.S., Baum, T., “Effects of dose reduction on bone strength prediction using finite element analysis”, *Scientific Reports*, 6, Article number 38441 (2016)
- [38] Sugiura, T., Yamamoto, K., Horita, S., Murakami, K., Tsutsumi, S., Kirita, T., “The effects of bone density and crestal cortical bone thickness on micromotion and peri-implant bone strain distribution in an immediately loaded implant: a nonlinear finite element analysis”, *Journal of Periodontal & Implant Science*, 46(3), 152-165 (2016)
- [39] Huiskes, R., Chao, E.Y., “A survey of finite element analysis in orthopedic biomechanics: The first decade”, *Journal of Biomechanics*, 16, 385-409 (1983)
- [40] Turner, C.H., Burr, D.B., “Basic biomechanical measurements of bone: A Tutorial”, *Bone*, 14, 595-606 (1993)
- [41] Varghese, B., Short, D., Penmetsa, R., Goswami T., Hangartner, T., “Computed-tomography-based finite-element models of long bones can accurately capture strain response to bending and torsion”, *Journal of Biomechanics*, 44(7), 1374-1379 (2011)
- [42] Trabelsi, N., Yosibash, Y., Wutte, C., Augat, P., Eberle, S., “Patient-specific elementanalysis of the human femur-A double-blinded biomechanical validation”, *Journal of Biomechanics*, 44(9), 1666-1672 (2011)
- [43] ANSYS®, Inc., “ANSYS 10.0 Help, Theory Referente” (2005)
- [44] Sudret, B., Der Kiureghian, A., *Stochastic finite element methods and reliability – A state of the art report*, University of California, Berkeley (2000)

- [45] Müller-Karger, C.M., “Simulación ósea por medio de la versión p del método de los elementos finitos”, Tesis doctoral, Universidad Central de Venezuela, Caracas (2001)
- [46] Simkin, A., Robin, G., “The mechanical testing of bone in bending”, *Journal of Biomechanics*, **6**(1), 31-39 (1973)
- [47] Hight, T.K., Brandeau, J.F., “Mathematical modeling of the stress strain-strain rate behavior of bone using the ramberg-osgood equation”, *Journal of Biomechanics*, **16**(6), 445-450 (1983)
- [48] Cowin, S.C., *Bone Mechanics*, CRC Press Inc., Boca Raton, Florida (1989)
- [49] Crowninshield, R.D., Pope, M.H., “The response of compact bone in tension at various strain rates”, *Annals of Biomedical Engineering*, **2**(2), 217-225 (1974)
- [50] Van Buskirk, W.C., Cowin, S.C., Ward, R.N., “Ultrasonic measurement of orthotropic elastic constants of bovine femoral bone”, *Journal of Biomechanics*, **10**(1), 67-71 (1981)
- [51] Viceconti, M., *Multiscale modeling of the skeletal system*, Cambridge University Press, Cambridge (2012)
- [52] Zienkiewicz, O.C., Zhu, J.Z., “A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **24**(2) 337-357 (1987)
- [53] Chen, Y., Pani, M., Taddei, F., Mazza, C., Li, X., Viceconti, M., “Large-scale finite element analysis of human cancellous bone tissue micro computer tomography data: a convergence study”, *Journal of Biomechanical Engineering*, **136**(10) (2014)
- [54] Bathe, K.J., *Finite element procedures*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1996)
- [55] Anderson, A.E., Ellis, B.J., Weiss, J.A., “Verification, validation and sensitivity studies in computational biomechanics”, *Journal of Computer methods in biomechanics and biomedical engineering*, **10**(3), 171-184 (2007)

## STUDY OF CONVERGENCE BY FINITE ELEMENT ANALYSIS IN CORTICAL BONE TISSUE

**Abstract** – In recent decades research has been published on bone simulations in which the finite element method is used to estimate the mechanical properties or behavior of the tissue before certain loads. In all these investigations it is essential to know with the greatest possible accuracy the mechanical behavior of this biological material. This research analyzed the convergence of numerical results obtained from simulations of digital bone structures using the finite element method, in order to provide an efficient methodology. Bovine cortical tissue specimens were constructed, which were performed computed tomography for the generation of geometry and the assignment of mechanical properties. Simulations were developed varying the size of the mesh in order to describe the convergence by stress, load and strain energy versus number of elements. The convergence of the tensile simulations behave independently of the properties assigned as isotropic or orthotropic material. Compression simulations of complete structures with medullary channel and the use of hexahedral elements in cubic samples, significantly reduced the number of elements required to achieve convergence, compared to the use of complete structures without medullary channel and the use of tetrahedral elements in cubic samples, respectively. The convergence of the different bone models is slower by stress and deformation energy versus number of elements. We suggest an efficient methodology for the simulation of computational bone structures using the finite element method to obtain reliable results.

**Keywords** – Density, convergence analysis, modeling, cortical bone tissue.



## REVISTA IBEROAMERICANA DE INGENIERÍA MECÁNICA

### INFORMACIÓN Y SUSCRIPCIONES

Para solicitar información sobre la revista o suscripción y forma de pago, rellenar el siguiente formulario y remitirlo por fax al número +34 913 986 536, o escribir un correo electrónico a la dirección [ribim@ind.uned.es](mailto:ribim@ind.uned.es).

Nombre y apellidos .....

Institución .....

Departamento .....

Cargo .....

Dirección completa .....

Teléfono ..... Fax .....

E.mail .....

El precio de la suscripción anual (2 números de la revista) es de 36 euros (45 USD). Se pueden solicitar números sueltos al precio de 20 euros (25 USD). Suscripción gratuita para los miembros de la Asociación Española de Ingeniería Mecánica.

#### Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica

[Inicio](#) [Comité Editorial](#) [Información Autores](#) [Revisores](#) [Base de Datos](#) [Contacto](#) [Enlaces](#)

#### Presentación

##### Números Publicados

Año 2017 (Vol. 21)

N. 1 - Abril

Año 2016 (Vol. 20)

N. 2 - Octubre

N. 1 - Abril

Año 2015 (Vol. 19)

N. 2 - Octubre

N. 1 - Abril

Año 2014 (Vol. 18)

N. 2 - Octubre

N. 1 - Abril

Año 2013 (Vol. 17)

N. 2 - Octubre

N. 1 - Abril

Año 2012 (Vol. 16)

N. 2 - Octubre

N. 1 - Abril

Año 2011 (Vol. 15)

N. 2 - Octubre

N. 1 - Abril

Año 2010 (Vol. 14)

N. 2 - Octubre

N. 1 - Abril

Año 2009 (Vol. 13)

N. 2 - Octubre

N. 1 - Abril

Año 2008 (Vol. 12)

N. 2 - Octubre

N. 1 - Abril



#### Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica

La Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica es una publicación semestral que edita la Universidad Nacional de Educación a Distancia desde 1997.

##### Editor

Prof. Francisco Alba Juez Universidad Nacional de San Juan  
Instituto de Mecánica Aplicada San Juan  
República Argentina

##### Objetivos y alcance

El objetivo fundamental de la Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica es proporcionar un medio de comunicación entre los ingenieros y científicos que trabajan en la investigación y el desarrollo en el vasto campo de la Ingeniería Mecánica, y fomentar los lazos de colaboración entre los países iberoamericanos.

La Revista publica trabajos originales, tanto teóricos como experimentales, que aporten nuevas ideas o técnicas relacionadas con cualquiera de las áreas de la ingeniería mecánica, como son: mecánica fundamental, teoría de máquinas y mecanismos, tribología, robótica, vibraciones, mecánica de fluidos, turbomáquinas, vehículos, fabricación, metrología, mantenimiento, calidad, estructuras, materiales, métodos numéricos y diseño asistido por computador.

Último número publicado:  
VOLUMEN 21, N.º 1 - Abril 2017

Copyright © 2016 Universidad Nacional de Educación a Distancia

ISSN 1137-2729 Depósito legal I. M 1338-1997  
Edita: SECCIÓN DE MEDIOS IMPRESOS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA  
Calle Bravo Murillo 38, 28015 Madrid  
Impreso en España - Printed in Spain  
Imprime: Agencia Estatal Boletín Oficial del Estado  
Ada. De Manoteras, 54 - 28050 Madrid

Página web de la  
**Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica**  
**[www.uned.es/ribim](http://www.uned.es/ribim)**





