



PREDICCIÓN DE VIDA A FATIGA DE ACOPLAMIENTOS DENTADOS ABOMBADOS CON ELEVADAS DESALINEACIONES

I. ULACIA GARMENDIA, J. LARRAÑAGA AMILIBIA, A. ARANA OSTOLAZA, J. ELIZEGI AIERTZA, J.A. ESNAOLA RAMOS

Mondragon Unibertsitatea
Departamento de Mecánica y Producción Industrial
Arrasate-Mondragon, España

(Recibido 30 de marzo de 2018, para publicación 15 de julio de 2018)

Resumen – Los acoplamientos dentados son componentes mecánicos que permiten transmitir el par entre árboles desalineados mediante dientes igualmente espaciados. Por ejemplo, se emplean en máquinas de aplanado para transmitir potencia desde la caja de engranajes principal a los rodillos de aplanado. El pequeño tamaño de los rodillos disminuye el espacio entre los acoplamientos dentados causando desalineaciones de hasta 7°. En condiciones alineadas, todos los dientes así como toda la superficie del flanco del diente están en contacto, mientras que en condiciones desalineadas, solo algunos dientes y parte del ancho del diente están en contacto, lo que genera un comportamiento de carga complejo y una vida útil reducida. Los modelos de dimensionado de acoplamientos dentados clásicos que todavía son ampliamente utilizados cuando se diseñan dichos acoplamientos, consideran la desalineación para estimar el número de dientes en contacto (entre los que se reparte la carga), pero no tienen en cuenta la rigidez del diente y el par aplicado. Por lo tanto, las tensiones generadas y, en consecuencia, el cálculo de vida a fatiga, es impreciso. En el presente trabajo se ha desarrollado un modelo de elementos finitos de un acoplamiento dentado esférico y se han analizado los efectos de la desalineación y el par en el número de dientes en contacto y en la tensión en el pie del diente. Además, se han realizado ensayos experimentales de fatiga y se han correlado las predicciones numéricas con dichos resultados.

Palabras clave – Acoplamientos dentados, dimensionado a fatiga, elementos finitos, validación experimental.

1. INTRODUCCIÓN

Los acoplamientos dentados (también conocidos como ejes estriados) son componentes mecánicos que permiten transmitir el par entre árboles por medio de dientes igualmente espaciados circunferencialmente. Estos acoplamientos consisten en una sección del eje con dientes externos que se adapta a una sección del eje de dientes internos. Son componentes comunes en maquinaria rotativa, y se usan a menudo para transmitir grandes pares. Ofrecen una serie de características beneficiosas entre las que se incluyen la reversibilidad, la autoalineación, la facilidad de montaje y desmontaje, la capacidad de operar a altas velocidades y la capacidad de acomodar desalineaciones angulares mediante el uso de dientes abombados. Los dientes de los ejes estriados son muy similares en geometría a los dientes de un engranaje: las superficies de contacto están ambas definidas por una curva o perfil evolvente (o involuta). La geometría básica del diente se define por tres parámetros: el ángulo de presión, el número de dientes y el módulo. Las estrías estándar (ANSI B92.2M o ISO 4156) usan valores de ángulo de presión de 30°, 37.5° ó 45°. Sin embargo, en aplicaciones especiales cuando hay alta desalineación y el acoplamiento debe permitir cierto deslizamiento axial, también se utilizan ángulos de presión más pequeños (14.5°, 20° ó 25°). En el caso de los acoplamientos dentados utilizados en las máquinas de aplanado y estudiados en esta investigación, se usa un ángulo de presión de 30° para disminuir las fuerzas de fricción. Estos acoplamientos dentados también se caracterizan por su capacidad para absorber altas desalineaciones (hasta 10°) lo que conlleva que tengan forma esférica y dientes con grandes abombamientos (ver Fig. 1).

Una de las principales diferencias entre los acoplamientos dentados y los engranajes es que, en los acoplamientos dentados, la carga se comparte entre varios dientes, mientras que en los engranajes se puede dividir entre 2 ó 3 [1]. Además, en condiciones alineadas, toda la superficie del flanco del diente está en

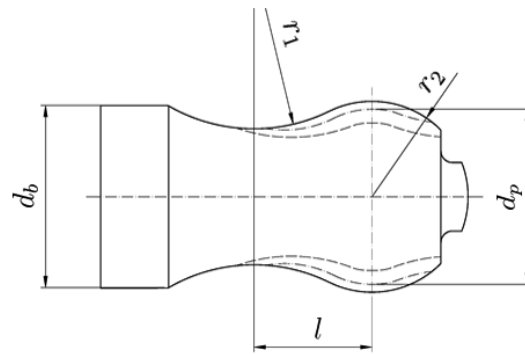


Fig. 1. Geometría del acoplamiento dentado estudiado.

contacto, mientras que en condiciones desalineadas, solo una parte del ancho del diente está en contacto, generando un comportamiento de carga complejo [2].

Los primeros modelos de carga de acoplamientos dentados, pero que todavía se emplean al diseñar dichos acoplamientos, suponen la cantidad de dientes en contacto en función de la desalineación [1, 3-4]. Sin embargo, estos modelos no tienen en cuenta la rigidez del dentado, el par aplicado y los errores de fabricación, los cuales producen que el engrane de los dientes del acoplamiento estriado sea secuencial. Por lo tanto, las tensiones calculadas los modelos clásicos pueden ser subestimadas. Recientemente, se han realizado varios estudios para tener en cuenta la rigidez del diente y los errores en el espaciado de los dientes [5-7]. Sin embargo, solo se aplicaron en desalineaciones relativamente pequeñas (aproximadamente hasta 1°) en comparación con el caso estudiado en esta investigación (hasta 7°).

Por lo tanto, en el presente trabajo se ha desarrollado un modelo de elementos finitos para analizar el efecto de la desalineación angular (hasta el 7°) en acoplamientos dentados abombados. Gracias a este modelo, se ha podido analizar y comparar el número de dientes en contacto obtenido numéricamente con los valores tradicionales para varias condiciones de par y desalineación. Una vez analizado el número de dientes en contacto, se ha procedido a calcular las tensiones en el pie del diente y predecir a partir de las mismas la vida a fatiga. Por último, se ha realizado un trabajo experimental para validar dichas predicciones de vida.

2. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

2.1. Geometría del acoplamiento dentado

El acoplamiento esférico seleccionado tiene 13 dientes, módulo de 3 mm y ángulo de presión de 30° . La geometría inicial del eje antes de tallar los dientes del acoplamiento dentado tiene las siguientes características (ver Fig. 1): $d_b = 40$ mm, $l = 25,7$ mm, $r_1 = 37$ mm y $r_2 = 21$ mm. El material del acoplamiento es un acero 15NiCr11 cementado y templado, con una tensión límite de rotura de 1010 MPa, límite elástico de 735 MPa y una tensión límite de fatiga de 520 MPa. El juego circunferencial entre el dentado exterior e interior es de 2° , medido en condiciones alineadas.

2.2. Mallado

La geometría del acoplamiento dentado abombado empleado para desarrollar los modelos de elementos finitos, ha sido generado a partir del escaneado de las piezas prototipo mediante una máquina de medición de coordenadas 3D Mitutoyo BHN710 con un palpador de 0,75 mm. Se han escaneado tanto el dentado interior como el exterior y se ha generado la malla del modelo FEM (ver Fig. 2). Se pueden distinguir tres zonas significativas: a) sección mínima del eje, b) inicio del dentado y c) diámetro de referencia.

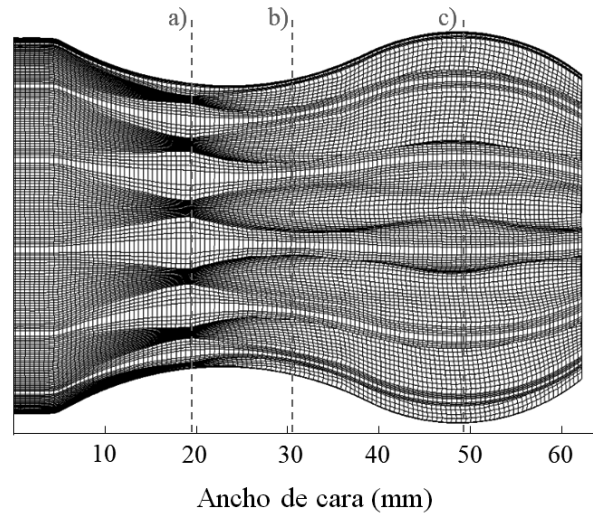


Fig. 2. Mallado del acoplamiento dentado donde se distinguen tres zonas: a) sección mínima del eje; b) inicio del dentado y c) diámetro de referencia.

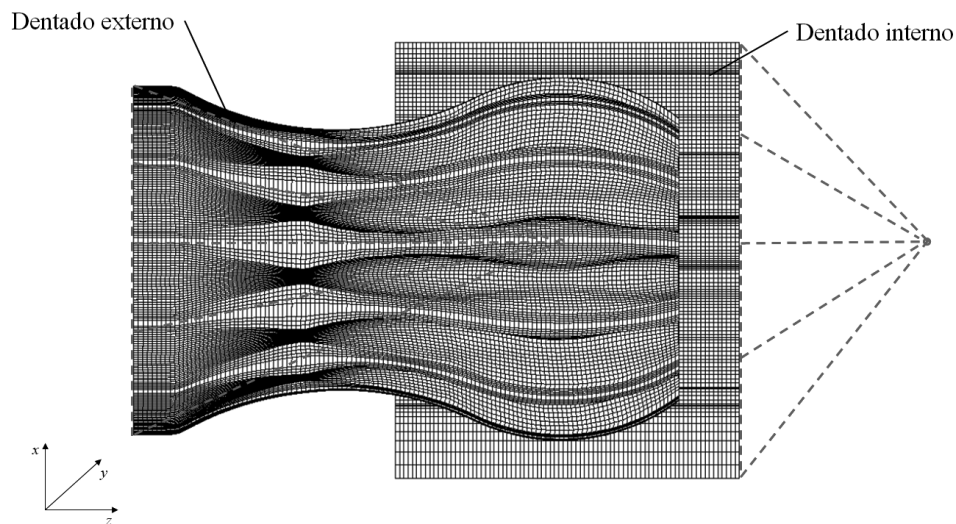


Fig. 3. Modelo de EF del acoplamiento dentado abombado.

2.3. Propiedades de material, condiciones de contorno y casos de estudio

Se ha definido un modelo de material elástico-lineal con módulo de Young de 210 GPa y módulo de Poisson de 0,33. Por otra parte, se han introducido conectores rígidos entre el dentado exterior y el centro de la parte esférica del conector donde se aplican las condiciones de contorno del acoplamiento. Con el mismo objetivo, también se han introducido conectores rígidos entre el extremo del dentado interior y un punto coaxial a la parte de dentado interior (ver Fig. 3).

El modelo consta de dos casos de carga: en el primer caso de carga, el acoplamiento de dentado interno solo puede girar sobre su eje de rotación (eje z) y la parte de dentado externo gira respecto al eje y hasta alcanzar la desalineación seleccionada. Una vez conseguida la desalineación del caso de estudio, en el segundo caso de carga, a la parte de dentado externo se le restringe el movimiento y se aplica el par al dentado interior. La condición de contacto se calcula en ambos casos de carga.

Se han analizado 32 condiciones diferentes en total: 4 cargas diferentes (250 Nm, 500 Nm, 750 Nm y 1000 Nm) y 8 desalineaciones (0° , 1° , 2° , 3° , 4° , 5° , 6° y 7°).

3. CALCULO DE VIDA A FATIGA

1.1. Cálculo de vida a fatiga

El caso de los acoplamientos dentados se trata de un caso de carga de fatiga $R=0$, es decir, cada diente parte de un estado de tensión nula, se carga hasta la tensión máxima y se vuelve a descargar, siendo la tensión media la mitad de la tensión máxima. Además, para el cálculo de vida a fatiga, hay que tener en cuenta que por cada revolución cada diente sufre dos ciclos de fatiga [9]. Para el cálculo de la tensión equivalente de fatiga (σ_{eq}) se ha utilizado el criterio de Goodman (ecuación 1):

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{eq}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \quad (1)$$

donde σ_a es la tensión alterna, σ_m es la tensión media y σ_u es la tensión límite de rotura del material (en este caso 1010 MPa [10]).

Una vez calculada la tensión equivalente, se puede calcular la vida a fatiga a partir de la curva S-N (o curva de Whöler) del material corregido por el coeficiente de corrección de fatiga del componente. En este trabajo se ha empleado la curva de material para aceros de cementación con un límite de fatiga (σ_{lim}) de 520 MPa para $2 \cdot 10^6$ ciclos [10] (ecuación 2).

$$\sigma(N) = \sigma_{lim} \left(\frac{ND}{N} \right)^{\frac{1}{K}} \quad (2)$$

donde N es el número de ciclos, ND es el número de ciclos a fatiga ($2 \cdot 10^6$ ciclos) y K es el exponente de Basquin de la curva de Wöhler (en este caso $K=6$ [10]). Asimismo, como comparativa, también se han empleado expresiones clásicas para estimar la curva SN de material ($\sigma_{lim} (N=1e6) \cong 0,5 \sigma_u$ y $\sigma (N=1e3) \cong 0,9 \sigma_u$) [11].

En cuanto al coeficiente de corrección de fatiga, se ha obtenido un valor final de 0,77 como combinación de los diferentes factores seleccionados, tal y como se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Coeficientes de fatiga empleados [11].

C_s : calidad superficial	0,7
C_d : dimensión y geometría	1
C_f : condición de trabajo	1,25
C_r : confiabilidad (90%)	0,89
C_m : tratamiento superficial	1

4. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Los ensayos de vida a fatiga de los acoplamientos han sido realizados en un banco de ensayos compuesto por dos motores Leroy Somer CPLS200M0608 de 176 kW (N_{max} : 8000 rpm, Par_{max} : 1,2 kNm): uno funcionando como accionador y el otro como carga (control de velocidad y control de par, respectivamente). Por cada ensayo se han testado 2 pares de acoplamientos dentados. El acoplamiento dentado se ha montado entre los 2 motores posicionados paralelamente y con una desalineación de 7° (ver Fig. 4). Durante los ensayos se han captado en todo momento el par transmitido mediante un transductor de par (TorqueTrak 10K) y las temperaturas de los dos acoplamientos ensayados mediante termopares de fricción tipo K.

Los ensayos de validación de los acoplamientos abombados se han seleccionado a 900 Nm y 600 Nm. Estas condiciones han sido seleccionadas para testear en una condición cercana a la vida infinita y otra cercana al límite de plastificación (tal y como se constatará en la sección de resultados). Todos los ensayos han sido realizados a 200 rpm para minimizar el calentamiento (y evitar problemas de gripado) y la lubricación seleccionada ha sido grasa de consistencia NLGI2 con aditivos EP (extrema presión) para minimizar el desgaste tal y como se ha observado en un reciente trabajo [12]. Cada condición ha sido repetida en 4 ocasiones.

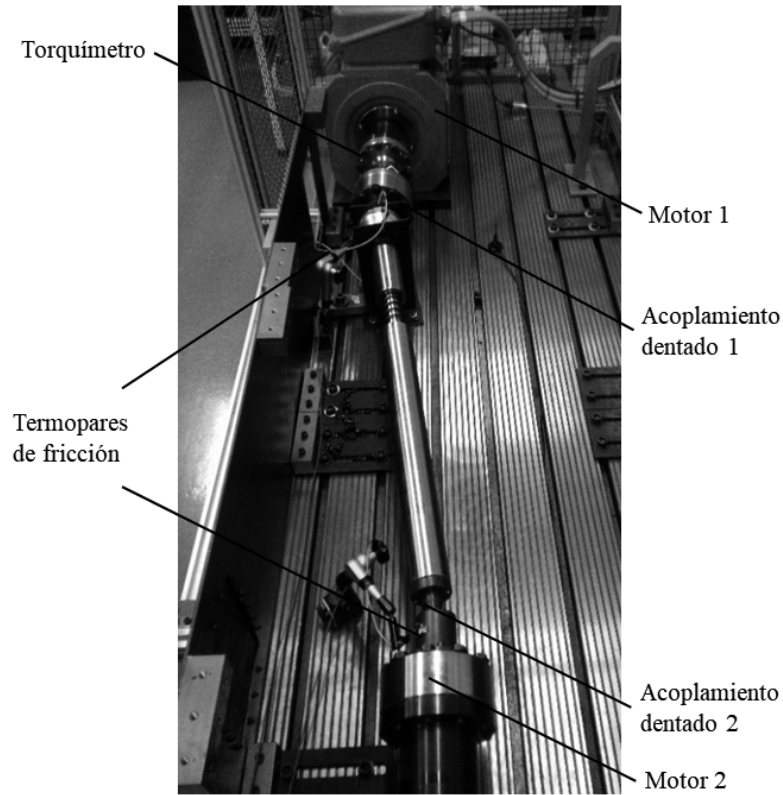
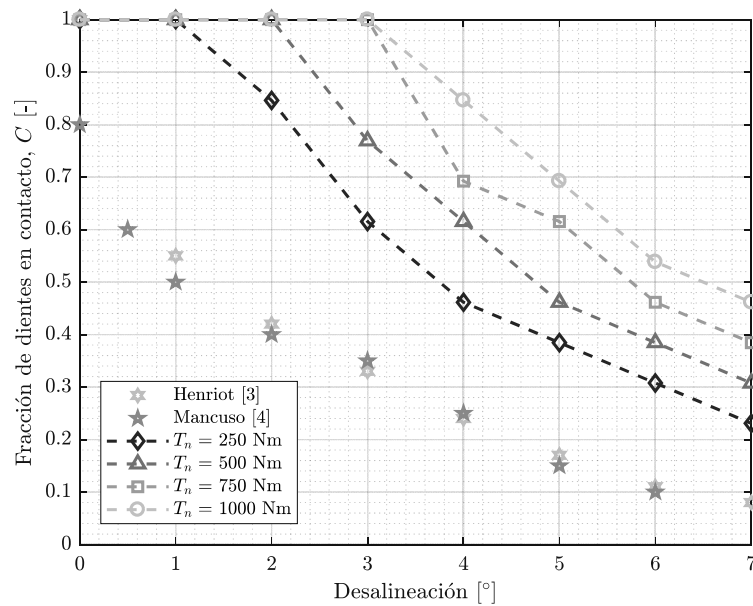


Fig. 4. Banco de ensayos a fatiga de acoplamientos dentados.

Fig. 5. Número de dientes en contacto (C) según Henriot [3], Mancuso [4] y valores del resultado del modelo de elementos finitos.

Con el objetivo de identificar la rotura del diente de los acoplamientos, se han inspeccionado el estado de los mismos cada 10^5 ciclos (o al detectarse variaciones abruptas de par o temperatura).

5. RESULTADOS

5.1. Número de dientes en contacto

Con el objetivo de determinar el número total de dientes en contacto en el modelo de elementos finitos, se ha analizado la detección de contacto entre componentes. La Fig. 5 muestra una comparación de los valores de la fracción del número total de dientes en contacto (C) obtenidos bajo diferentes condiciones de par y desalineación. Asimismo, también se muestran los valores recogidos de la literatura a modo comparativo.

Se puede observar que al aumentar la desalineación de los acoplamientos, el número de dientes en contacto disminuye mientras que al aumentar el par, aumenta. Estos efectos están en concordancia con observaciones previas en la literatura (p. ej. [5]). Sin embargo, comparando los valores de C obtenidos por simulación con los valores empleado por los modelos de cálculo clásicos, se observa que estos últimos son más bajos, lo que da lugar a una sobreestimación de las tensiones y por lo tanto a un sobredimensionamiento de los acoplamientos. También es destacable que debido a la geometría y a la holgura inicial, todos los dientes están en contacto hasta una desalineación de 3° para los pares más elevados.

Por otra parte, se observa que la cantidad de dientes en contacto depende del par transmitido. En todas las condiciones de desalineación, el número de dientes en contacto aumenta cuando el par aumenta. Los métodos de cálculo clásicos no consideran este efecto por lo que sobreestiman las tensiones calculadas.

5.2. Tensiones en el pie

La Fig. 6 muestra el mapa de contorno de las tensiones de Von Mises para todos los dientes (1 a 13) y desalineaciones (0° a 7°) a 250 Nm (se ha seleccionado esta condición de par ya que muestra la mayor variación de dientes en contacto y además es representativo del resto de los casos analizados).

Analizando los mapas de tensiones bajo diferentes desalineaciones se observa que el número de dientes en contacto varía según la desalineación, tal y como se ha mencionado en el apartado anterior. Se observa que las tensiones que afectan a los dientes con contacto son todas diferentes, indicando que las cargas soportadas por estos no son iguales en todos ellos. Sin embargo, estos mapas muestran el estado tensional en un instante, pero durante el ciclo de carga los dientes pasan por la situación tensional de los demás dientes, desde tensión nula a la tensión máxima.

A medida que aumenta la desalineación se observa que los puntos de contacto se alejan del plano de referencia (zona c de la Fig. 2), haciéndose mayor la distancia recorrida por el punto de contacto. Este hecho hace que los acoplamientos dentados muestren dos zonas de contacto diferenciadas en grandes desalineaciones.

Por otro lado, también se observa cómo las tensiones en el pie del diente solo se mantienen hasta el punto de contacto, siendo nulas a partir de ellas. Esto repercute en la estimación del ancho de cara efectivo, ya que es dependiente de la desalineación.

Finalmente, se puede constatar que la sección crítica del acoplamiento está aproximadamente a 31 mm (muy cercano al punto b de la Fig. 2) dado que las tensiones máximas se localizan en este punto y por lo tanto es el punto susceptible de inicio de la grieta que originará el fallo por fatiga.

Una vez analizados los mapas de tensiones en las diferentes condiciones de par y desalineación, se han extraído las tensiones máximas en el pie del diente. Esta tensión máxima se ha utilizado posteriormente para el cálculo de vida a fatiga tal y como se ha descrito en el apartado 3.2. La Fig. 7 muestra los valores máximos de tensión calculados con el modelo de elementos finitos en todas las condiciones estudiadas. Se observa que a medida que aumenta la desalineación, las tensiones máximas aumentan como consecuencia de menor número de dientes en contacto.

5.3. Vida a fatiga

La Fig. 8 muestra el estado de uno de los acoplamientos dentados tras el ensayo de fatiga. La rotura es claramente debida a la fatiga como así demuestran los signos de iniciación y propagación de la grieta.

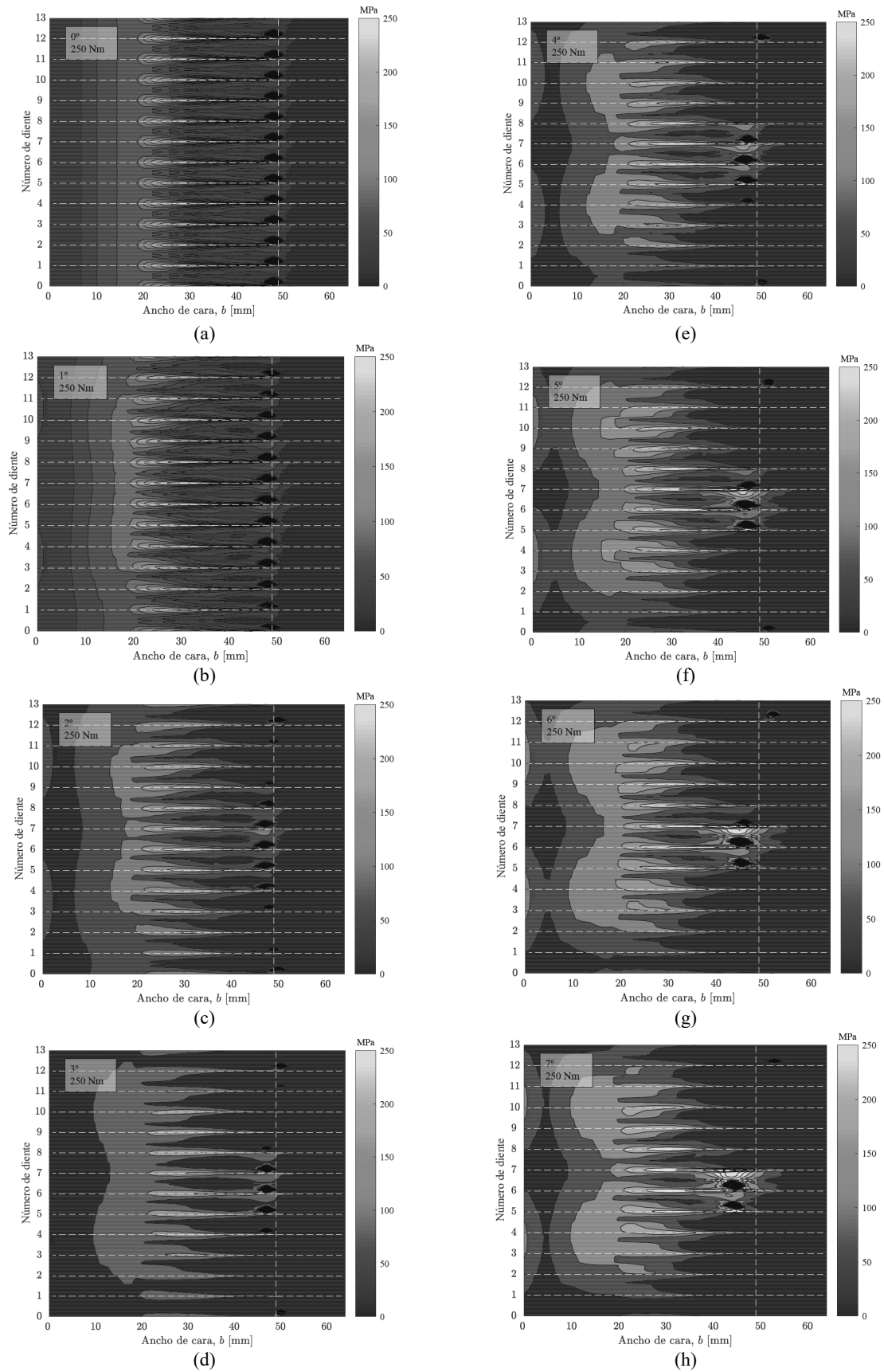


Fig. 6. Distribución de tensiones Von Mises para la condición de 250 Nm y para diferentes desalineaciones: (a) 0°, (b) 1°, (c) 2°, (d) 3°, (e) 4°, (f) 5°, (g) 6° y (h) 7°.

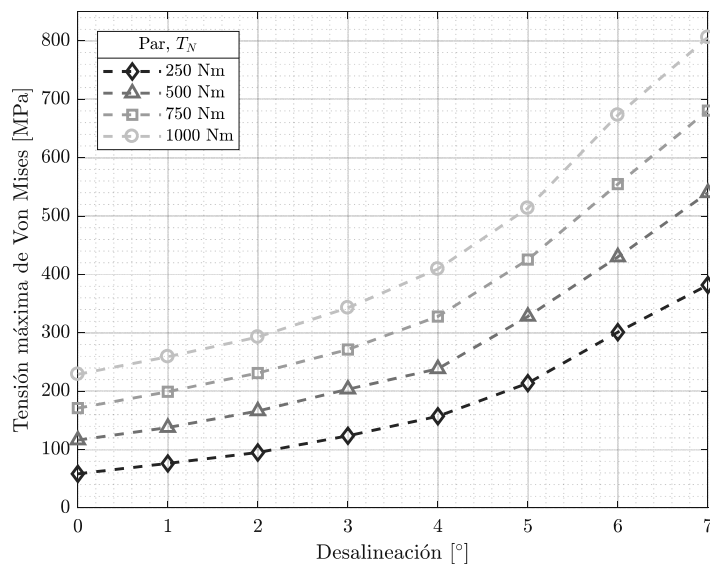


Fig. 7. Tensiones máximas de Von Mises para diferentes condiciones de par y desalineación.

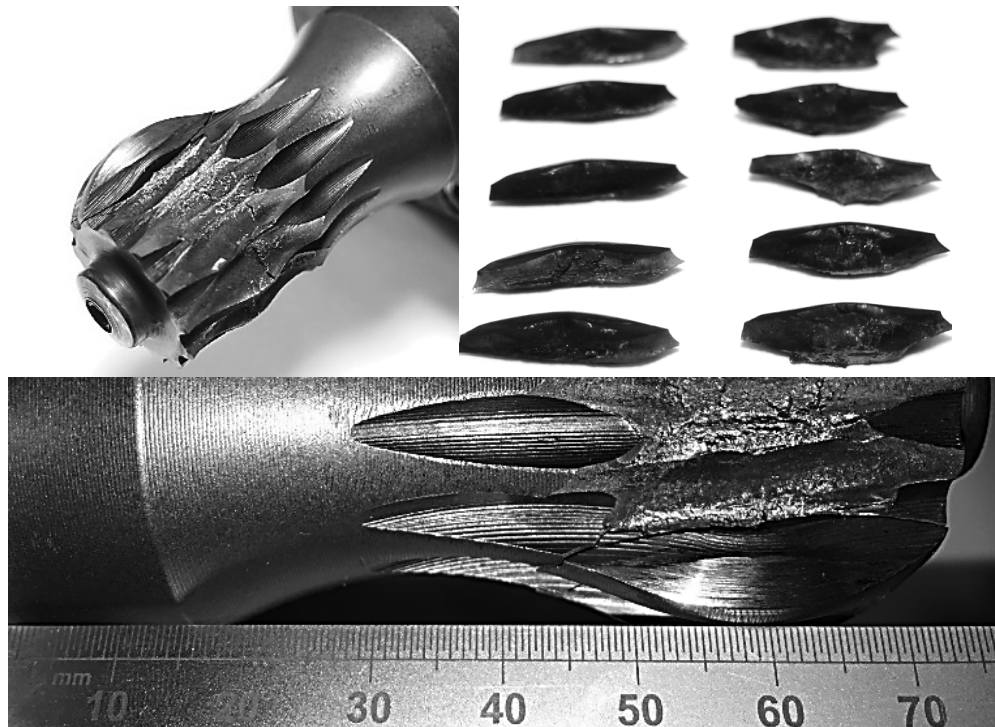


Fig. 8. Rotura de dientes en acoplamientos dentados debido a la fatiga del pie del diente.

Tal y como se ha observado en los valores de tensiones, la grieta comienza cerca de la zona de comienzo del diente (punto b de la Fig. 2) que es el punto donde mayor concentración de tensiones tiene lugar, tal y como se ha visto en la Fig. 6.

En la Fig. 9 se puede observar el diagrama de Haigh con el criterio de Goodman modificado para establecer la zona de vida infinita a fatiga de este componente. Se puede apreciar que los puntos ensayados experimentalmente (600 Nm y 900 Nm) están respectivamente cerca de la zona de vida infinita así como

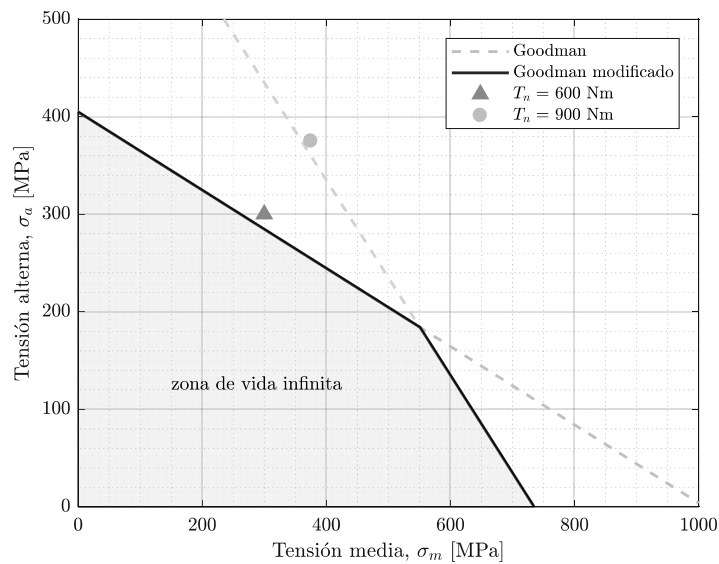


Fig. 9. Diagrama de Haigh con el criterio de Goodman modificado y situación tensional de los puntos experimentales.

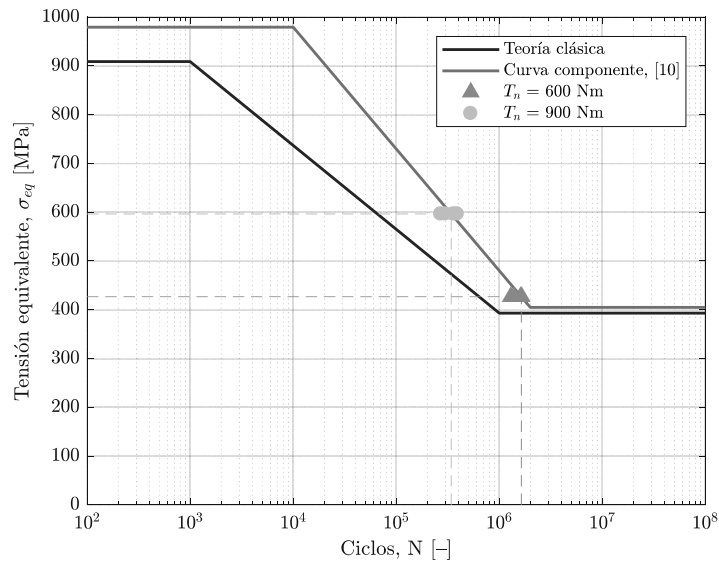


Fig. 10. Diagrama S-N de componente y resultados experimentales de vida a fatiga.

de la zona de plastificación del material. Precisamente por esta razón se han seleccionado estas dos condiciones para tener esas dos condiciones extremas para la validación experimental del modelo desarrollado.

En la Fig. 10 se pueden observar las vidas y tensión equivalente calculados para todos los ensayos experimentales junto con las curvas S-N de componente, tanto obtenido de bibliografía como mediante el empleo de la teoría clásica de fatiga. Se puede constatar que la predicción de vida con la curva de material obtenido de bibliografía a partir de las tensiones obtenidas de los modelos de elementos finitos se adecua a la vida experimental de los ensayos de fatiga. En el caso de 600 Nm, la predicción es de $3,41 \cdot 10^5$ ciclos, mientras que los ensayos están en el rango $2,7 \cdot 10^5 - 3,92 \cdot 10^5$ ciclos. En el caso de 900 Nm, la predicción es de $1,64 \cdot 10^6$ ciclos y los ensayos están en el rango $1,38 \cdot 10^6 - 1,65 \cdot 10^6$ ciclos. Por lo tanto, se puede concluir que la predicción del modelo es muy precisa para las condiciones estudiadas.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado un modelo de elementos finitos para predecir el estado tensional de un acoplamiento dentado esférico que ha servido para realizar el cálculo de vida a fatiga. Las principales conclusiones extraídas del estudio se enumeran a continuación:

- La cantidad de dientes en contacto ha sido determinada para varias condiciones de desalineación y par. Se ha constatado que el número de dientes en contacto es dependiente de la desalineación y el par aplicado.
- Los valores clásicos empleados para el número de dientes en contacto subestiman los dientes reales en contacto para estas aplicaciones de alta desalineación que resultan en una sobreestimación de la tensión calculada.
- A medida que aumenta la desalineación, los puntos de contacto se alejan del plano de referencia, diferenciándose dos zonas de contacto y afectando al ancho de cara efectivo que soporta el par.
- Los ensayos experimentales de vida a fatiga de componente han mostrado una buena correlación con las predicciones de vida realizadas a partir de las tensiones extraídas de los modelos de elementos finitos.
- La posición del inicio de la grieta observado en los acoplamientos ensayados, se corresponde con la posición de las tensiones máximas en el pie del diente de los modelos de elementos finitos y a su vez es cercana al inicio del diente (punto b de la Fig. 2).

7. REFERENCIAS

- [1] Dudley, D.W., "When Splines Need Stress Control", *Product Engineering*, 56- 61 (1957)
- [2] Curà, F., Mura, A., "Experimental and theoretical investigation about reaction moments in misaligned splined couplings", *Mechanical Systems and Signal Processing*, **45**, 504-512 (2014)
- [3] Henriot, G., *Engrenages – Conception – Fabrication – Mise en oeuvre*, 8e éd. Dunod (2013)
- [4] Mancuso, J.R., "Couplings and joints: design, selection, and application", *Technology & Engineering*. Ed: M. Dekker (1986)
- [5] Guo, Y., Lambert, S., Wallen, R., Errichello, R., Keller, J., "Theoretical and experimental study on gear-coupling contact and loads considering misalignment, torque, and friction", *Mechanism and Machine Theory*, **98**, 242-262 (2016)
- [6] Alfares, M.A., Falah, A.H., Elkholy, A.H., "Clearance distribution of misaligned gear coupling teeth considering crowning and geometry variations", *Mechanism and Machine Theory*, **41**, 1258-1272 (2006)
- [7] Chase, K.W., Sorensen, C.D., DeCaires, B.J.K., "Variation analysis of tooth engagement and loads in involute splines", *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, **7**, 746-754 (2010)
- [8] Larrañaga, J., Arana, A., Ulacia, I., Torca, I., Esnaola, J.A., "Misalignment effect on contact and stress pattern of spline couplings", *5th International Conference on Power Transmission*, Ohrid, Macedonia (2016)
- [9] Fleiss, R., "Das Radial-und Axialverhalten von Zahnkupplungen", Tesis doctoral, TU Darmstadt (1977)
- [10] Beckmann, "Beitrag zur Auslegung und Konstruktion von Balligzahn-Kupplungen", Tesis doctoral, TU Chemnitz (2005)
- [11] Avilés, R., *Análisis de fatiga en máquinas*. Thomson-Paraninfo (2005)
- [12] Ulacia, I., Arana, A., Maskariano, J., Larrañaga, J., "Analysis of wear in crowned spline couplings", *LUBMAT: Lubricants, tribology and condition monitoring conference*, San Sebastian (2018)