



## DETERMINACIÓN DEL *BACKLASH* DE UN REDUCTOR CICLOIDAL CON MÉTODO GRÁFICO

CÉSAR REAL-DIEZ-MARTÍNEZ<sup>1</sup>, RAMÓN CASTILLO-DÍAZ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>CIATEQ A.C. Centro de Tecnología Avanzada

Av. del retablo 150, Col. FOVISSSTE, Querétaro, Qro, México, 76150

<sup>2</sup>Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente

Periférico Sur Manuel Gómez Morín 8585, Tlaquepaque, Jal, México, 45604

(Recibido 25 de julio de 2018, revisado 14 de marzo de 2019, para publicación 29 de marzo de 2019)

**Resumen** – En el campo de la ingeniería mecánica, los requerimientos del sector industrial demandan soluciones que mejoren la precisión, disminuyan los costos y maximicen el aprovechamiento de la energía, todo en el menor tiempo posible. Los reductores cicloidales se perfilan como una de estas soluciones, debido a que son eficientes, presentan movimiento preciso y altas tasas de reducción de velocidad y transferencia de torque. En este artículo se describe el funcionamiento, las partes y las tolerancias de manufactura de los principales componentes de un reductor cicloidal de dos fases adaptado a un motor a pasos. Así mismo, se plantean las bases de un método gráfico para obtener el *backlash*, partiendo de las tolerancias de manufactura, y se describen detalladamente los pasos para aplicar este método con un programa de diseño asistido por computadora. Finalmente, se propone un ejemplo en el cual se analizan los resultados.

**Palabras clave** – Reductor cicloidal, *backlash*, holguras, análisis de contacto, análisis gráfico.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los procesos tecnológicos y de transformación en el sector industrial requieren herramientas cada vez más especializadas para realizar tareas eficientemente, de manera precisa, en el menor tiempo posible y a bajo costo. Esto demanda el desarrollo de nuevas alternativas que puedan cumplir con los altos estándares que pide la industria. Los reductores planetarios que utilizan discos con perfiles cicloidales presentan características que los hacen apropiados para ser utilizados en áreas como la robótica e ingeniería aeroespacial; tales como larga vida, precisión en posicionamiento angular, diseño compacto, alta eficiencia y flexibilidad en la tasa de reducción de velocidad.

Desde su invención por Lorenz K. Braren [1] y considerando la investigación desde Blanche y Yang [2], que describe la geometría del disco cicloidal, además de realizar un estudio analítico de las tolerancias para la manufactura, se han tenido numerosos avances y contribuciones en distintos aspectos relacionados con la geometría, eficiencia [3 - 5], esfuerzos y deformaciones [6 - 9], optimización y precisión de movimiento angular.

Profundizado más en lo referente a la geometría, Shin y Kwon [10] proponen un diseño basado en análisis de velocidades por medio del centro de rotación instantáneo del disco cicloidal. Así mismo, CHEN *et al.* [11] proponen una geometría basada en los puntos de contacto entre el disco cicloidal y los pines. Complementando este trabajo, Liu *et al.* [12] optimizan estos contactos. Adicionalmente Gorla *et al.* [13] presentan un estudio teórico-experimental donde, además de la generación de la geometría, se estudia la distribución de fuerzas, la pérdida de potencia y la eficiencia. A su vez, Sensinger [14] presenta la geometría del disco cicloidal de forma parametrizada. Él considera un mayor número de tolerancias para el cálculo de la variación del torque y del *backlash* (en un reductor de velocidad, el *backlash* se define como el ángulo que puede girar el eje de salida cuando el eje de entrada se mantiene fijo). Presenta también la variación del esfuerzo y eficiencia en relación con ciertos parámetros de diseño del reductor de velocidad.

Por otra parte, en lo relacionado con la optimización del mecanismo, Blagojevic *et al.* [15] proponen un diseño compacto de dos etapas, donde se reduce el número de partes y un estudio numérico-experimental,

donde valida que el diseño de dos etapas presenta mejor distribución de los esfuerzos respecto al de una sola etapa. Una versión similar se presenta por Huang *et al.* [16] en la patente US 9,005,065 B2. Otra contribución a la optimización del mecanismo la realizan Lin *et al.* [17]. Ellos presentan también una versión de dos etapas, donde se reduce aún más el número de partes, proponiendo adicionalmente modificaciones en el perfil cicloidal.

En cuanto a los estudios que identifican los factores que afectan la precisión de movimiento de los reductores de velocidad cicloidales, se tiene que, la holgura entre los componentes de este mecanismo es necesaria para que se lubrique, se ensamble y para que sea funcional; sin embargo, produce que el movimiento del mecanismo no sea preciso. En relación con este tema, Ivanovic *et al.* [18] presentan un modelo matemático que considera holguras y su impacto en el ángulo de *backlash*. A su vez, Blagojevic [19] establece el comportamiento de las deformaciones y esfuerzos debido a las holguras. Por otra parte, Han & Guo [20] identifican, por medio de un análisis de sensibilidad basado en la varianza, los componentes cuya holgura genera mayor repercusión en la pérdida de precisión en el movimiento. Así mismo, Tran *et al.* [21] presentan un estudio de la rigidez torsional considerando las tolerancias. Continuando con sus aportaciones, Tran *et al.* [22] establecen una relación de forma analítica entre el *backlash* y la deformación elástica respecto al aumento de la holgura. Otra contribución la podemos encontrar en Li *et al.* [23] Ellos realizan un estudio analítico con base en la teoría de contacto de Hertz. Además de considerar la interacción entre el disco cicloidal y los rodillos, incluyen también la interacción entre los pines del disco central y los barrenos internos del engrane cicloidal. A su vez, Kostic *et al.* [24] analizan los espacios libres originados por las tolerancias de manufactura entre el disco cicloidal y los rodillos utilizando el *Teaching-Learning-Based-Optimization* (TLBO).

Este trabajo, complementa con un método gráfico las contribuciones anteriores para determinar el *backlash* del reductor de velocidad cicloidal de dos etapas propuesto por Mirko Blagojevic *et al.* [15]. Para este fin, se utiliza un paquete paramétrico CAD, donde se explota la flexibilidad que este paquete posee para variar dimensiones, posiciones o las relaciones geométricas que existen entre los elementos de un modelo o un croquis. El reductor de velocidad cicloidal de dos etapas que se analiza en este trabajo, fue modificado en sus componentes para adaptarlo a un motor de pasos NEMA17, Fig. 1, con el objetivo de formar parte de un manipulador robótico de 6 grados libertad, de bajo costo, fabricado en parte con manufactura aditiva. La determinación del *backlash* en este reductor de velocidad, es clave para obtener una primera aproximación de la precisión de los movimientos que dicho manipulador tendrá. Otros aspectos que también influyen en el desempeño del manipulador robótico, como variación del par, determinación de las holguras mínimas para que no se produzca la pérdida de movimiento y determinación del *backlash* tomando en cuenta la deformación de los materiales por esfuerzo, están más allá del alcance de este artículo.

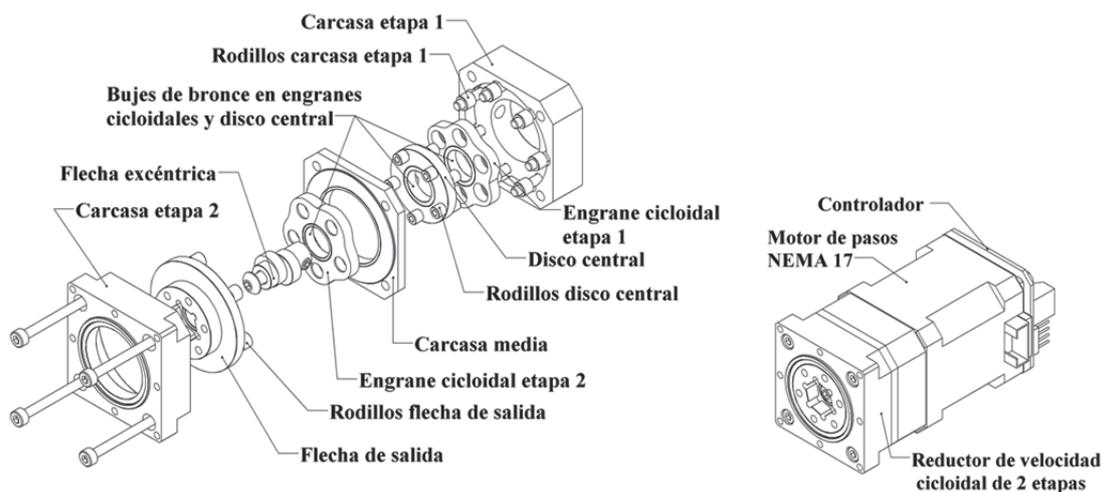


Fig. 1. Reductor cicloidal de 2 etapas adaptado a un motor de pasos NEMA17.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL REDUCTOR DE VELOCIDAD CICLOIDAL

El reductor de velocidad cicloidal propuesto inicialmente por Blagojevic [15], se rediseñó para ser adaptado a un motor NEMA 17, Fig. 1, tiene las siguientes particularidades y tolerancias iniciales (definidas conforme a los ajustes más comunes en el sistema métrico). La carcasa del reductor de velocidad se construye en tres secciones: etapa 1, carcasa media y etapa 2. En la etapa 1 se tiene la primera fase de reducción entre el engrane cicloidal etapa 1 y un arreglo circular de pines y bujes, que funcionan como rodillos. Entre estos pines con diámetro de  $3.175^{m4}$  mm y bujes con diámetro interior de  $3.175^{F8}$  mm se tiene una holgura máxima de 0.0125 mm, las holguras se manejan de forma radial y los ajustes se definirán conforme al sistema ISO. El diámetro exterior de los bujes, que funcionan como rodillos, es de  $5^{m4}$  mm. Los engranes cicloidales se modelan de forma paramétrica, como se indica en las ecuaciones (1), (2) y (3), de acuerdo con lo presentado por Sensinger [14]. Se define una tolerancia en su contorno externo de -0.015 mm.

$$C_x = R \cos(\phi) - R_r \cos(\phi + \psi) - e \cos((Z_1 + 1)\phi) \quad (1)$$

$$C_y = -R \sin(\phi) + R_r \sin(\phi + \psi) + e \sin((Z_1 + 1)\phi) \quad (2)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left[ \frac{\sin(Z_1 \phi)}{\cos(Z_1 \phi) - \frac{R}{e(Z_1 + 1)}} \right] \quad (3)$$

Debido a la limitante de espacio y dificultad en la disponibilidad de ciertos tipos de baleros, se utilizaron bujes de bronce insertados en los engranes cicloidales y disco central para lograr un contacto suave con la flecha excéntrica. El diámetro interior del buje es de  $11^{F6}$  mm y el diámetro exterior de la flecha excéntrica  $11^{h7}$  mm. La holgura máxima entre estos dos elementos es de 0.023 mm. Los discos cicloidales también cuentan con un arreglo circular de barrenos, cuyo diámetro de  $6.40^{H9}$  mm tiene una tolerancia radial de +0.015 mm. El disco central fabricado en una sola pieza y colocado en la carcasa media, cuenta con un arreglo circular de pines. Sobre estos pines se insertan bujes a manera de rodillos. El diámetro interior del buje es de  $2^{F8}$  mm y el diámetro exterior del perno es de  $2^{h7}$  mm. La holgura máxima entre estos elementos es de .015 mm. Para el diámetro exterior del buje en el disco central ( $4^{k7}$  mm) con los barrenos de los discos cicloidales la tolerancia máxima, en combinación con la excentricidad la holgura, resulta en +0.010 mm. La flecha de salida, con diámetro exterior de  $25.40^{h7}$  mm, se soporta por medio de un buje de bronce en la carcasa de la etapa 2, con un diámetro interno de  $25.40^{F8}$  mm. Entre estos elementos la holgura máxima radial es de 0.041 mm. La flecha de salida cuenta con un arreglo circular de rodillos insertados sobre pines, donde el diámetro exterior de los pines es  $3.175^{h7}$  mm y el diámetro interno de los rodillos  $3.175^{F8}$ . Entre estos elementos la holgura máxima radial es de 0.020 mm. Las relaciones dimensionales antes mencionadas se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Holguras máximas para los contactos en la primera y segunda etapa en el reductor cicloidal.

Contacto	Medida nominal	Ajuste ISO Barreno	Ajuste ISO perno	Holgura máxima radial
Diámetro interior del buje /diámetro exterior del perno carcasa fija	3.175 mm	F8	m4	0.0125 mm
Diámetro exterior de los bujes carcasa fija	5.00 mm	**	m4	**
Diámetro interior del buje engrane cicloidal o disco central /diámetro exterior de la flecha excéntrica	11.00 mm	F6	h7	0.023 mm
Tolerancia contorno externo engrane cicloidal	**	**	**	0.015 mm
Arreglo circular de barrenos engrane cicloidal / diámetro exterior buje disco central + 2 veces la excentricidad	6.40 mm	H9	k7	0.010 mm
Diámetro interior del buje /diámetro exterior del perno disco central	2.00 mm	F8	h7	0.015 mm
Diámetro interior de buje carcasa de salida / diámetro externo con flecha de salida	25.40 mm	F8	h7	0.041 mm
Diámetro interior rodillos / pines flecha de salida	3.175 mm	F8	h7	0.020 mm

Tabla 2. Parámetros de diseño del reductor cicloidal de 2 etapas.

Etapa 1		Etapa 2	
$Z_1$	6	$Z_3$	5
$Z_2$	7	$Z_4$	6
$e$	1.2 mm	$e$	1.2 mm
$R$	17 mm	$R$	17 mm
$R_r$	2.5 mm	$R_r$	2.5 mm
$R_{rc}$	2 mm	$R_{rc}$	2 mm

Los parámetros generales del reductor para los engranes cicloidal de sus dos etapas se muestran en la tabla 2. Donde  $R$  es el radio de paso de los dientes en el engrane cicloidal, etapas 2 y 3.  $R_r$  el radio de los rodillos.  $R_{rc}$  el radio de los rodillos en el disco central.  $e$  la excentricidad (ver figuras 2 y 3).  $Z_1$  número de dientes en el engrane cicloidal de la etapa 1.  $Z_2$  número de rodillos en la carcasa en la etapa 1.  $Z_3$  número de dientes en el engrane cicloidal de la etapa 2,  $Z_4$  número de rodillos en la flecha de salida. De acuerdo con las ecuaciones 1-3, para el dimensionamiento del engrane de la segunda etapa se reemplaza  $Z_1$  por  $Z_3$ . En las figuras 2 y 3 se muestra la representación gráfica de  $e$ ,  $R$ ,  $R_r$  y  $R_{rc}$ .

### 3. PLANTEAMIENTO PARA DETERMINAR GRÁFICAMENTE EL *BACKLASH*

El planteamiento para determinar gráficamente la repercusión de las tolerancias de manufactura en el *backlash* del reductor cicloidal, objeto de estudio de este trabajo, tiene como base la comparación de un modelo ideal o nominal con su similar, donde se consideran tolerancias de manufactura. En la Fig. 2 se muestran dos contornos de un engrane cicloidal que difieren en tamaño. El contorno con línea continua representa el modelo con medida nominal y el punteado representa el modelo ajustado, que toma en cuenta las tolerancias de manufactura. Según la investigación realizada por Sensinger [14], Ivanovic *et al.* [18] y Blagojevic [19], las tolerancias de manufactura se pueden sumar y luego atribuir a un solo elemento.

Teniendo en cuenta lo anterior, el análisis que se realiza a continuación se basa en la reducción del tamaño del engrane cicloidal para compensar la variación de las medidas de los otros elementos.

En la Fig. 2, se muestra el punto de contacto entre rodillos y engrane cicloidal considerando dimensiones ideales. El vector  $C$  parte del centro del engrane cicloidal, termina en un punto de contacto ideal y tiene una posición angular  $\theta_1$  respecto de una referencia fija. El vector  $C'$  tiene la misma magnitud que el vector  $C$ , parte del centro del engrane cicloidal, termina en el contorno que representa al engrane cicloidal

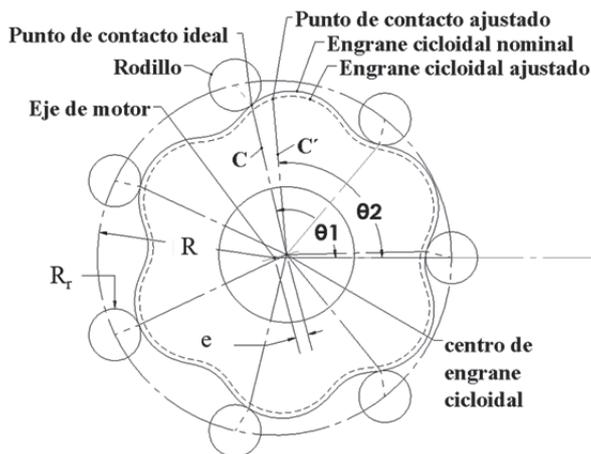


Fig. 2. Muestra los parámetros  $R$ , y  $R_r$  y el planteamiento geométrico para encontrar el *backlash* entre el engrane cicloidal y los rodillos de la carcasa.

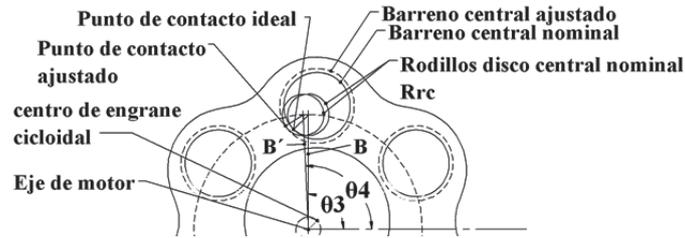


Fig. 3. Muestra el parámetro  $R_{rc}$  y el planeamiento geométrico para encontrar el *backlash* entre el engrane cicloidal y el disco central.

ajustado y forma un ángulo  $\theta_2$  respecto a la misma referencia que se tomó para medir el ángulo  $\theta_1$ . Entonces, dado que la arquitectura del mecanismo permite que el engrane cicloidal gire en torno a su centro si no lo impiden los rodillos, el engrane cicloidal ajustado podrá girar en sentido antihorario un ángulo igual a la diferencia  $\theta_1$  y  $\theta_2$ . Por la posición relativa entre los rodillos y el engrane cicloidal se puede esperar que este valor varíe con cada punto de contacto y también con el cambio de posición del engrane cicloidal debido a la rotación de la flecha excéntrica.

Posteriormente, para el análisis de los puntos de contacto entre el arreglo circular interior del engrane cicloidal y los rodillos del disco central, se realiza un procedimiento similar al comparar un modelo con las medidas nominales respecto de otro donde se ajustan las dimensiones conforme a las holguras. Conforme Li *et al.* [23] este ajuste se puede aplicar en el diámetro de los barrenos del arreglo circular del engrane. La Fig. 3 muestra un engrane cicloidal con su arreglo circular de barrenos con sus diámetros nominales en línea continua y el arreglo donde se compensan las tolerancias de manufactura con líneas punteadas. Además, se muestran 2 vectores B y B' que parten del eje del motor y terminan en el centro de las circunferencias que representan los centros en los rodillos del disco central, para las dimensiones nominales y ajustadas respectivamente. El ángulo  $\theta_3$  representa la posición del rodillo dentro del barreno en dimensión nominal, el ángulo  $\theta_4$  representa la posición desplazada del mismo rodillo dentro de un barreno en donde se compensan las tolerancias.

Por lo tanto, para este punto de contacto el *backlash* se determina por la diferencia entre  $\theta_4$  y  $\theta_3$ . De manera similar se puede esperar que este valor cambie de acuerdo con el punto de contacto y de acuerdo con la posición angular de la flecha excéntrica.

#### 4. DETERMINACIÓN DEL *BACKLASH* DE FORMA GRÁFICA MEDIANTE CAD

Considerando los paquetes de CAD actuales, que en general trabajan de forma paramétrica, se presenta un procedimiento gráfico para determinar el *backlash*, en cada etapa del reductor cicloidal.

Para determinar el *backlash* de la primera etapa se crea un archivo de ensamble. En este archivo, se define un croquis fijo respecto al origen del ensamble, que coincide con el eje del motor, ver Fig. 4. Se dibu-

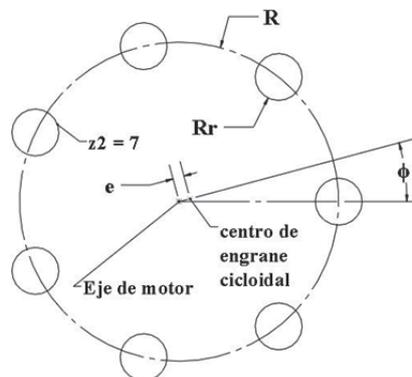


Fig. 4. Croquis que define la excentricidad y la posición y tamaño de los rodillos.

ja en este origen el arreglo de rodillos con diámetro y medidas en valores nominales. Además, con el ángulo  $\phi$  se indica la posición de la flecha excéntrica. La longitud de la línea recta que une el eje del motor con el centro del engrane cicloidal será igual a la excentricidad  $e$ .

El siguiente paso es posicionar concéntricos y paralelos al plano del primer croquis, a dos engranes cicloidales que se dibujan como elementos independientes al ensamble, de tal forma que uno quede con la geometría nominal o ideal (tabla 2) y otro con la geometría que compensa las holguras de manufactura.

Se debe restringir el movimiento de los engranes, permitiendo solamente la rotación de estos, de tal manera que se conjugue con la rotación de la flecha, a la vez que permanecen en contacto con los rodillos. Se debe establecer una relación de posición angular a partir de una referencia fija y en dirección opuesta respecto al sentido de rotación de la excentricidad. Este ángulo se definirá como  $\gamma$  según la ecuación 4.

$$\gamma = \frac{\phi}{Z_1} \quad (4)$$

Ahora, mostrando únicamente el engrane con medidas nominales, se define un segundo croquis en el ensamble. Este determinará los puntos de contacto ideales.

Se crean tantas líneas de referencia como el número de puntos de contacto ideales. Un extremo de cada línea deberá de coincidir con el centro del engrane cicloidal y el otro extremo será coincidente tanto con el contorno del engrane cicloidal nominal, como con un determinado círculo que representa al rodillo más próximo. Satisfacer ambas condiciones implica la solución geométrica única que determine un  $n$ -ésimo punto de contacto. La Fig. 5 muestra las líneas de referencia definidas desde el centro del engrane cicloidal hasta el punto de contacto, identificadas con C. Estas líneas del segundo croquis servirán como una referencia para encontrar el *backlash* entre cada punto de contacto.

A continuación, se oculta el engrane cicloidal con medidas nominales y se muestra el engrane cicloidal que compensa las holguras. Dejando el segundo croquis visible, se define un tercer croquis, donde se crean líneas de referencia coincidentes desde el centro del engrane cicloidal ajustado hasta su contorno, identificadas con C'. Estas líneas se posicionan cercanas a las líneas de referencias del segundo croquis C, que marcan los puntos de contacto ideales. Con un procedimiento gráfico se puede demostrar que siempre será satisfecho que los puntos de contacto que se encuentren de uno de los lados respecto del plano que define la línea excéntrica efectúan contacto inmediato en un sentido de rotación y los puntos de contacto ubicados al otro lado respecto del plano excéntrico harán contacto inmediato en el sentido de rotación opuesto. Si el plano excéntrico coincide exactamente con el punto de contacto el comportamiento será simétrico, dado que este punto de contacto podrá transmitir par en ambos sentidos.

De acuerdo a lo que se menciona anteriormente, todas las líneas de referencia del tercer croquis, C', se deberán colocar de un mismo lado respecto a sus correspondientes líneas C; siempre y cuando cada par de líneas, C' y su correspondiente línea C, estén en el mismo lado respecto al plano excéntrico. El lado en el que se debe trazar la línea C' estará indicado por la distancia más corta del engrane cicloidal corregido para hacer contacto con el rodillo más próximo. Una vez colocadas las líneas de referencia C' en el tercer

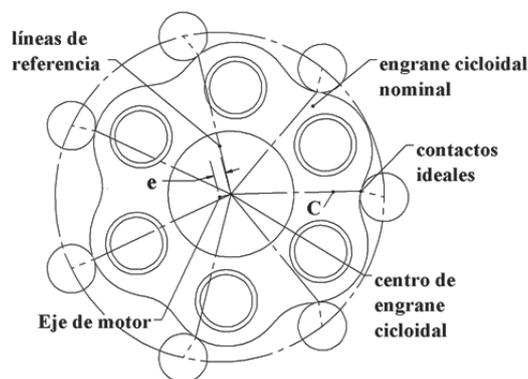


Fig. 5. Líneas de referencia en el segundo croquis que definen los contactos ideales.

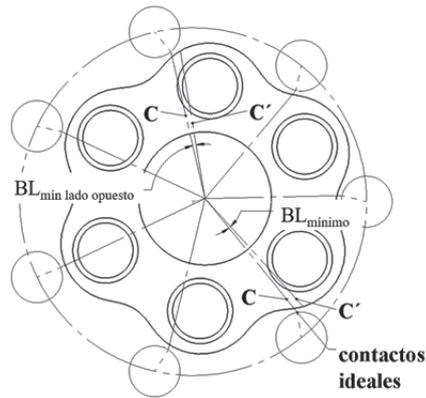


Fig. 6. Línea de referencia  $C'$  en el tercer croquis que se define con una longitud igual respecto de  $C$ .

croquis, se establece una relación de “longitud igual” respecto de la línea más próxima  $C$ , para todas las parejas. El ángulo entre las dos líneas  $C$  y  $C'$  de igual longitud será el *backlash* de ese punto de contacto. Habrá tantos valores de *backlash* como número de rodillos. La Fig. 6 muestra el ángulo de *backlash* medido entre las dos líneas de referencia  $C$  y  $C'$  para un  $n$ -ésimo punto de contacto. Considerando entonces el punto de contacto que muestra el *backlash* mínimo en cada lado respecto del plano excéntrico, el *backlash* total en una determinada posición,  $BL_{TOTE}$ , se obtiene mediante la ecuación 5.

$$BL_{TOTE} = BL_{\text{mínimo}} + BL_{\text{mín lado opuesto}} \quad (5)$$

Dado que el plano excéntrico rota con la flecha de entrada, es importante corregir el lado en donde se posicionan las líneas de referencias del tercer croquis, ya que la relación de “longitud igual” se puede cumplir en ambos lados. Además, en ciertos casos y dependiendo de la magnitud de los ajustes, puede suceder una condición en donde la relación de longitud igual no se pueda alcanzar. Esto sucede cuando el contacto ideal se encuentra en la “cima” de uno de los dientes, o en sus inmediaciones. Por lo tanto, en este caso no existe una solución geométrica. Esto implica que el contacto entre rodillo y diente no puede ser posible, lo que se manifiesta con un error de reconstrucción. Para evitarlo se deberá de eliminar provisionalmente la relación de igualdad para ese contacto.

Para determinar el *backlash* entre los barrenos centrales del engrane cicloidal y los rodillos del disco central, se crea un nuevo ensamble. En un primer croquis, donde se dibuja un círculo de referencia con radio igual a la excentricidad y centro en el origen. Además, se traza una línea desde el centro de este círculo hasta uno de sus puntos. Entre esta línea y otra línea horizontal que permanece fija se define el ángulo  $\phi$ , el cual indica la posición de la flecha excéntrica y por consiguiente del plano excéntrico. De la misma forma que en el procedimiento anterior, el extremo de esta línea determina el centro del rotor cicloidal. A continuación, se inserta un nuevo elemento, que contiene el arreglo de círculos interiores del rotor nominales y ajustados que toman en cuenta las tolerancias de manufactura, concéntrico al rotor cicloidal. Según Li *et al.* [23], el ajuste de las holguras de manufactura en este elemento se puede realizar haciendo mayor el diámetro en los barrenos del arreglo interior. Estas holguras incluyen a aquellas producidas por las tolerancias del barreno del engrane cicloidal, holgura entre el diámetro interior del rodillo y el perno del disco central, holgura producida por la tolerancia del diámetro exterior de los rodillos; incluso el error en la posición de los centros de los barrenos. Esto se representa con un croquis de referencia marcado con líneas punteadas en la Fig. 7, que forma parte de la pieza.

De manera similar a la etapa anterior, al variar la posición angular  $\phi$ , el rotor cicloidal deberá girar sobre su propio eje el ángulo correspondiente conforme lo indicado en la ecuación 4.

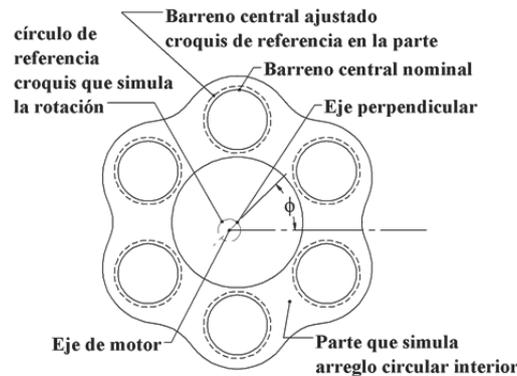


Fig. 7. Pieza que simula el arreglo circular interior del engrane cicloidal, el croquis con la compensación y el croquis que simula la rotación de la flecha excéntrica.

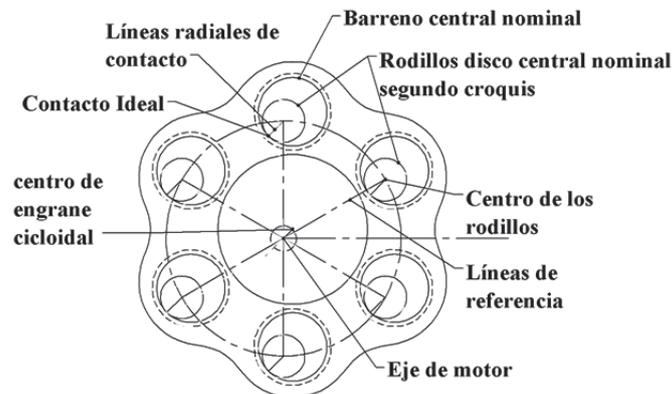


Fig. 8. Rodillos en el disco central en su tamaño nominal, en contacto ideal dentro de los agujeros interiores del engrane cicloidal.

Se define ahora un arreglo de círculos que representarán a los rodillos del disco central, en su posición y diámetro nominal, que corresponde a un segundo croquis, ver Fig. 8. Se dibuja una línea de referencia desde el centro del rodillo hasta el origen o eje del motor, que representa el centro de la flecha. Para simular el contacto ideal, se dibuja una línea coincidente desde el centro del rodillo hasta el círculo del rodillo y será suficiente con definir una segunda relación de coincidencia del segundo extremo de la línea radial con el contorno del barreno central de engrane cicloidal. Además, los círculos deben ser tangentes. Es posible observar que, en los puntos de contacto ideales, todas las líneas radiales de cada rodillo siempre serán paralelas a la línea radial de la excentricidad. Además, el punto de contacto siempre estará en dirección opuesta a la excentricidad

Por último, se define un tercer croquis en el cual se dibuja un arreglo similar en dimensiones al del croquis 2. Sin embargo, en este caso la separación angular entre cada rodillo no será la misma, dado que en principio no se conoce para cada rodillo el juego angular que tendrá con su contacto más próximo. Por consiguiente, todos quedan independientes y con separaciones angulares distintas. Se repite ahora para cada rodillo el mismo procedimiento para encontrar los puntos de contacto ideales, tomando en cuenta el ajuste de los diámetros de los barrenos. Es importante mencionar que los rodillos del disco central definidos en el tercer croquis, están posicionados de forma independiente entre sí. Esto es aplicable solo en el análisis; en el dispositivo físico los rodillos del disco central no pueden ser independientes, dada la construcción del mismo. La Fig. 9 muestra de forma comparativa el arreglo de rodillos en sus puntos de contacto ideales con líneas continuas y con líneas punteadas los rodillos posicionados de forma independiente en contacto con los barrenos interiores ajustados.

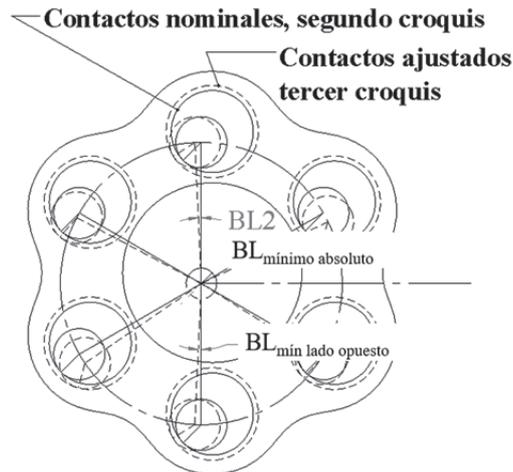


Fig. 9. Comparación entre puntos de contacto nominales y puntos de contacto independientes ajustados.

Teniendo en cuenta la Fig. 9, cada punto de contacto ideal respecto de su próximo ajustado definirá un juego local, que resulta ser el ángulo entre las líneas que van del origen al centro del rodillo para los croquis 2 y 3, indicado como BL2. A continuación, se deben encontrar los ángulos mínimos a uno y otro lado del plano excéntrico, para obtener el juego posible en cada sentido de rotación. En principio la suma de los juegos mínimos, a uno y otro sentido de rotación, tendría como resultado el juego entre el disco central y engrane cicloidal; sin embargo, los contactos posicionados de forma independientes no representan precisamente al disco central, por su separación irregular. Por lo tanto, el juego se debe corregir partiendo del juego mínimo absoluto y desde este punto de contacto se reconstruye el arreglo con la separación angular nominal. Esto implica que el juego total en una cierta posición angular de la flecha,  $BL_{TOTC}$ , se obtiene mediante la ecuación 6.

$$BL_{TOTC} = 2 * BL_{mínimo\ absoluto} + BL_{mín\ lado\ opuesto} \quad (6)$$

Ejemplificando este procedimiento, asuma que los ángulos BL2 a un lado del plano excéntrico son 0.0814 grados, 0.0665 grados y 0.3121 grados; mientras que los ángulos del lado opuesto al plano excéntrico son 0.0813 grados, 0.0668 grados y 0.3197 grados. El BL mínimo absoluto sería 0.0665 grados y el BL mín opuesto sería 0.0668 grados, dado que estos juegos se obtuvieron considerando la separación irregular entre rodillos, es necesario corregir a partir del BL mínimo absoluto, lo que implica considerar el BL mínimo absoluto 2 veces, el resultado con los ángulos anteriores sería de 0.1998 grados.

Para la etapa siguiente el procedimiento será similar, dada su semejanza geométrica con la primera etapa. Solo se considera que la segunda etapa, de acuerdo con Blagojevic *et al.* [15], tendrá un diente menos en su engrane cicloidal.

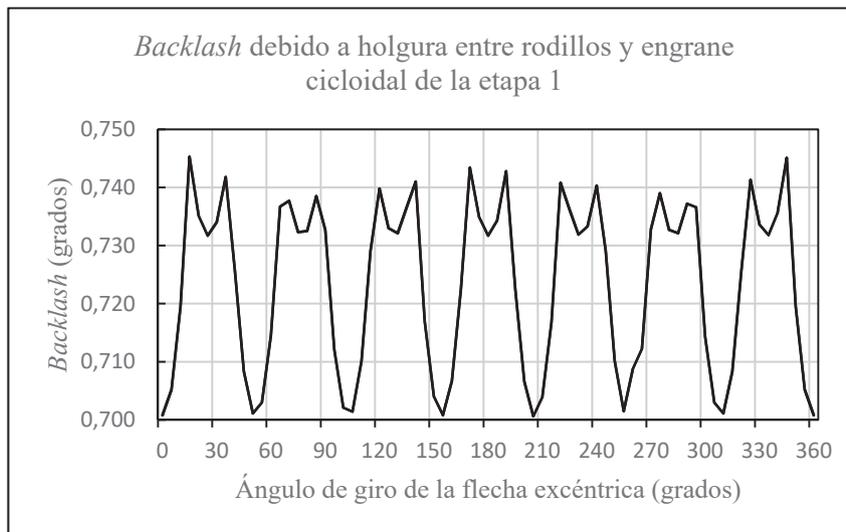
## 5. APLICACIÓN DEL MÉTODO EN UN CASO ESPECÍFICO

Aplicando el método gráfico descrito en la sección anterior, se realizará el análisis del *backlash* en el reductor cicloidal de dos etapas. En primera instancia, se consideran los contactos entre los rodillos de la carcasa 1 y el engrane cicloidal en su primera etapa. La tabla 3 muestra las holguras máximas resultantes de acuerdo con las tolerancias de manufactura entre los componentes principales previamente definidos. El efecto combinado de estas tolerancias se considerará mediante una reducción en el contorno del engrane cicloidal de la etapa 1.

Una vez desarrolladas las plantillas descritas en la sección anterior, directamente en el CAD se analizan los puntos de contacto posibles, variando la posición de la flecha excéntrica cada 5 grados hasta completar una vuelta. Posteriormente, aplicando la ecuación 5 para cada posición se obtiene la variación del *backlash* respecto del ángulo de giro de la flecha excéntrica, ver Fig. 10.

Tabla 3. Holguras máximas aplicadas al contorno del engrane cicloidal en su primera etapa.

Combinación	Holgura máxima
Diámetro exterior del perno y diámetro interno del buje de la carcasa etapa uno.	0.0125 mm
Diámetro exterior de la flecha excéntrica y diámetro interno del buje del engrane cicloidal.	0.0225 mm
Máxima tolerancia en el contorno del rotor cicloidal etapa 1.	0.0150 mm
TOTAL	0.0500 mm

Fig. 10. Muestra el *backlash* debido a las holguras máximas aplicadas al contorno del engrane cicloidal en su primera etapa.

En la Fig. 10, se puede observar que el *backlash* varía con la posición angular de la flecha y presenta un comportamiento aproximadamente simétrico. Los valores máximos del *backlash* van entre 0.700 a 0.745 grados y esto es repetitivo durante toda una vuelta de la flecha excéntrica, que implica el avance de todos los dientes del engrane cicloidal una posición. Se encuentra que el mínimo *backlash* ocurre cuando en una determinada posición, en la cual el plano excéntrico de manera cercana o exacta funge como eje de simetría, los rodillos se ubican justo a la mitad de la altura del diente que se identifica como el punto de inflexión de la curvatura y donde además tiene mayor pendiente. De forma similar, se observa que el máximo ocurre cuando el rotor está en una posición donde todos los bujes se ubican lo más alejado posible de los puntos de inflexión de los dientes. Notando que siempre hay dos rodillos cerca de los puntos de inflexión en la posición más próxima a una simetría definida respecto al plano excéntrico. Es claro que, con un incremento de 5 grados en la posición angular de la flecha, se omiten valores intermedios y no se tiene una completa certeza respecto a si los valores máximos encontrados son los máximos reales. Por lo tanto, se realizó una inspección alrededor del punto donde se observa un máximo, en todos los puntos de contacto, con un incremento en la posición angular de la flecha mucho más pequeño y se observó que en todos los casos, sin importar el valor de partida, se llega a un valor máximo que va entre 0.7447 y 0.7453 grados (variación de 0.0006 grados). Por lo tanto, se puede asumir que no es necesario realizar el análisis a lo largo de toda una vuelta de la flecha para encontrar el máximo absoluto; sino que solo bastaría con identificar un máximo aparente y precisar con un mayor detalle los incrementos alrededor de ese punto para encontrar el valor máximo absoluto. Se sigue ahora un procedimiento similar para los puntos de contacto entre el arreglo circular interno del engrane cicloidal etapa 1 con los rodillos del disco central. Las holguras a considerar para estos puntos de contacto son las máximas definidas en la tabla 4. De acuerdo con el planteamiento descrito anteriormente, el efecto conjunto de estas tolerancias se compensa aumentando el diámetro de los barrenos del arreglo. Aplicando la ecuación 6 en cada posición angular de la flecha excéntrica desde cero hasta 180 grados, con incrementos de 5 grados, se obtiene el *backlash* que se muestra en la Fig. 11.

Tabla 4. Holguras máximas aplicadas al diámetro de los agujeros del arreglo interior del engrane cicloidal en su primera etapa.

Combinación	Holgura Máxima
Diámetro de los barrenos del arreglo central del engrane cicloidal fase 1 con el exterior del buje del disco central.	0.0150 mm
Diámetro exterior de la flecha excéntrica y diámetro interno del buje del disco central.	0.0225 mm
Diámetro interior del buje del disco central y diámetro exterior del perno del disco central.	0.0150 mm
TOTAL	0.0525 mm

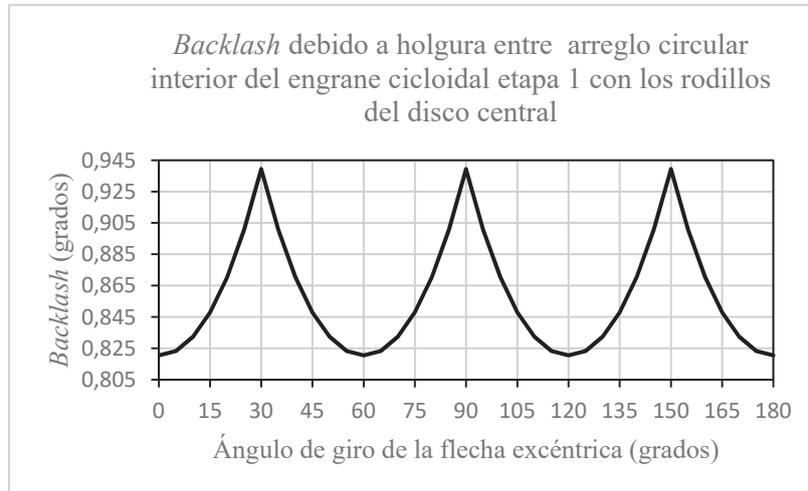
Fig. 11. Muestra el *backlash* debido a las holguras máximas aplicadas al diámetro de los agujeros del arreglo interno del engrane cicloidal de la primera etapa.

Tabla 5. Holguras máximas aplicadas al diámetro de los agujeros del arreglo interior del engrane cicloidal en su segunda etapa.

Combinación	Holgura Máxima
Diámetro de los barrenos del arreglo central del engrane cicloidal fase 2 con el exterior del buje del disco central.	0.0150 mm
Diámetro exterior de la flecha excéntrica y diámetro interno del buje del disco central.	0.0225 mm
Diámetro interior del buje del disco central y diámetro exterior del perno del disco central.	0.0150 mm
TOTAL	0.0525 mm

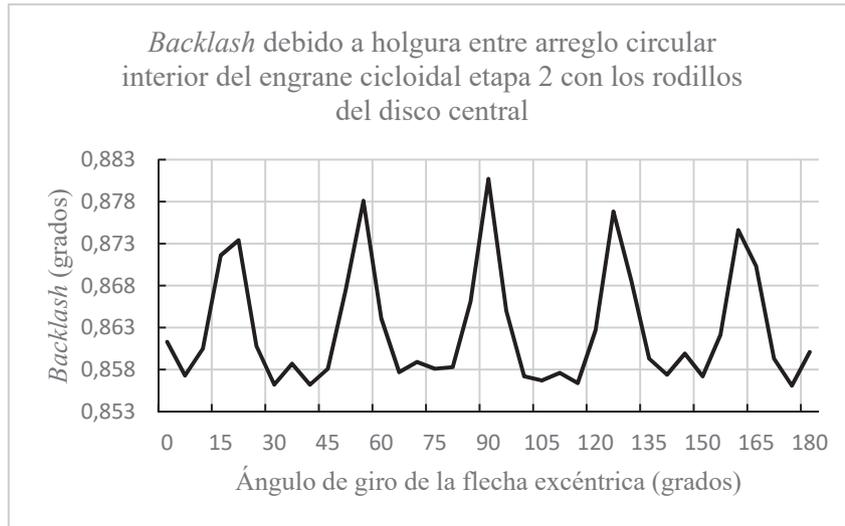
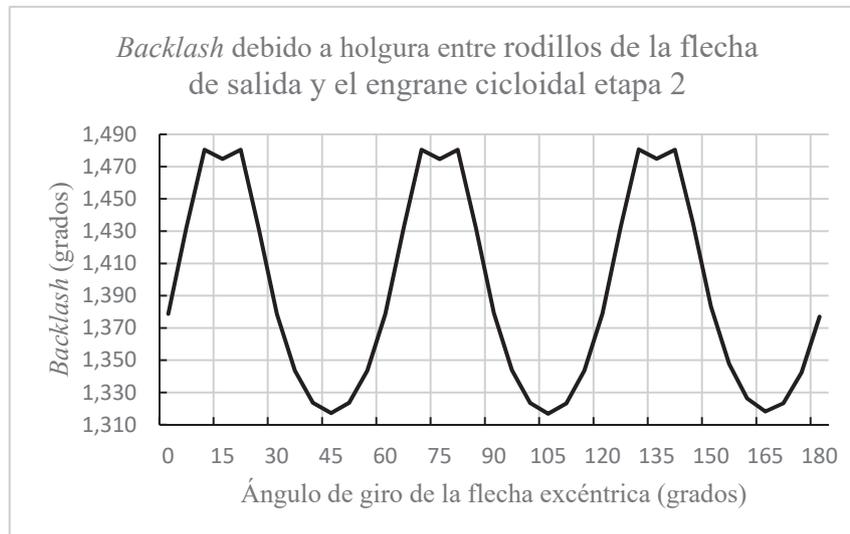
De acuerdo con los datos numéricos, el valor mínimo del *backlash* se obtiene cuando al menos el punto de contacto de dos rodillos, uno de cada lado respecto del plano excéntrico, se encuentran lo más cercano posible a la circunferencia que define el círculo de centros de los rodillos de disco central; por el contrario, se tiene el máximo cuando los bujes se encuentran lo más alejado posible de esta circunferencia. Se observa también que el ciclo de máximos y mínimos tiene un período de  $60^\circ$ .

Al analizar los puntos cercanos a la periferia del máximo aparente, se puede verificar que el valor indicado de 0.9393 grados es en realidad un máximo absoluto, y este valor se repite. Por lo tanto, no es necesario realizar el análisis a lo largo de toda una vuelta de la flecha excéntrica.

Para el análisis de la etapa 2 será suficiente con repetir el procedimiento anterior, considerando que la siguiente fase del reductor corresponde a los contactos entre los rodillos del disco central con el arreglo circular interior del engrane cicloidal de la etapa 2. Para concluir, se analizan los puntos de contacto entre el engrane cicloidal de la etapa 2 con los rodillos de la flecha de salida. Las tablas 5 y 6 muestran las holguras máximas en las etapas, que serán compensadas en los barrenos del arreglo interior y en el contorno exterior del engrane cicloidal etapa 2. Los resultados se muestran en las figuras 12 y 13 respectivamente.

Tabla 6. Holguras máximas aplicadas al contorno del engrane cicloidal en su segunda etapa.

Combinación	Holgura Máxima
Diámetro exterior del perno en la flecha de salida y diámetro interno del buje.	0.0200 mm
Diámetro exterior de la flecha de salida y diámetro interno del buje en la carcasa salida.	0.0410 mm
Máxima tolerancia en el contorno del rotor cicloidal etapa 2.	0.0150 mm
TOTAL	0.0760 mm

Fig. 12. Muestra el *backlash* debido a las holguras máximas aplicadas al diámetro de los agujeros del arreglo interno del engrane cicloidal de la segunda etapa con los rodillos del disco central.Fig. 13. Muestra el *backlash* debido a las holguras máximas aplicadas al contorno del engrane cicloidal de la segunda etapa con la flecha de salida.

Para los puntos de contacto entre el disco central y el arreglo interno del engrane de la etapa 2 se llega, afinando el análisis, siempre al valor de 0.8812 grados como *backlash* máximo. En los puntos de contacto entre el engrane segunda etapa y la flecha de salida se llega también a un mismo valor como máximo absoluto. En este caso 1.4840 grados. Adicionalmente, se observa que los valores del *backlash* presentan simetría, tanto en estos puntos de contacto como en los previamente analizados.

En el peor escenario, se deben sumar los valores de *backlash* máximos posibles en cada una de las sub-etapas, obteniéndose 4.050 grados. Es importante señalar que este valor será posible solo si el *backlash*

máximo se presenta simultáneamente en cada una de las sub-etapas para la misma posición angular de la flecha excéntrica. Esta situación es poco probable. Ahora bien, el *backlash* para una cierta posición de la flecha excéntrica (*backlash* instantáneo) será la suma de los valores de *backlash* en cada subetapa en esa determinada posición de la flecha, considerando que el modelo CAD tome fielmente las posiciones iniciales de todos los componentes.

## 6. CONCLUSIONES

En este trabajo se determina el *backlash* de un reductor cicloidal por medio de un método gráfico. Al realizarse en un programa CAD, permite generar plantillas que se pueden modificar de forma simple. Esto facilita el aplicar compensaciones a cualquier elemento o combinación de elementos simultáneamente, en contraste con los métodos analíticos que compensan todas las tolerancias en un solo elemento. Incluso es posible simular condiciones más cercanas a la realidad, en donde se especifique individualmente la medida de cada elemento, como podría ser la variación de los diámetros externos de los rodillos, diámetros del arreglo de barrenos internos o cualquier variación en una dimensión específica, resultado de posibles errores en el proceso de manufactura o incluso de piezas desgastadas. Al tener plantillas paramétricas también es posible variar la configuración de los componentes, de tal forma que una misma plantilla sirva para analizar modelos con distintas tasas de reducción de velocidad.

Dado que el CAD permite considerar a detalle las variaciones de las mediciones, con este método es posible observar que los elementos que transmiten el par se definen de acuerdo con la posición del plano excéntrico respecto a estos y no siempre divide el número de puntos de contacto a la mitad como lo indican Pham & Ahn [5] y Blagojevic [19]. Consecuentemente, esto implica que también el plano excéntrico define el sentido de transmisión del par en cada punto de contacto. Por lo tanto, se puede identificar que el *backlash*, para cada posición de la flecha excéntrica, se calcula a partir de la suma del juego máximo posible en cada sentido de rotación. Esto complementa los resultados analíticos de Ivanovic *et al.* [18] y Li *et al.* [23]. En general, el valor del *backlash* en cada sentido de rotación es distinto y los puntos de contacto que determinan el *backlash* en uno y otro sentido se localizan a uno y otro lado del plano medio.

Este método gráfico muestra que el *backlash* es periódico y que varía de forma alternante con la posición de la flecha excéntrica, en congruencia con Blanche & Yang [2], donde se publican resultados del *backlash* a partir de un estudio analítico (mostrados en las figuras 14(a) y 14(b)), es posible observar la similitud respecto a las gráficas en el presente trabajo. Además, el avance discontinuo en la posición de los elementos para simular su movimiento es un factor que no impide encontrar los valores máximos absolutos del *backlash*, dado que se puede efectuar un análisis más fino en la periferia de cualquier máximo aparente. Así mismo, es posible verificar que estos valores no dependerán de las posiciones iniciales que se elijan para los elementos del mecanismo.

Se corrobora por este método en congruencia con Blagojevic [19], Kostic *et al.* [24] y Sun *et al.* [25] que las tolerancias de manufactura influyen en los puntos posibles de contacto entre componentes y producen el *backlash*. Consecuentemente, para lograr una alta precisión de movimiento se requiere una alta precisión en la manufactura.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo forma parte del proyecto “Diseño de una Reducción Cicloidal para un Manipulador Robótico de 6 Grados de Libertad” financiado por el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente, dentro del programa de superación académica PSNA que se realiza en el Doctorado en Manufactura Avanzada ofertado por el CIATEQ A.C. Centro de Tecnología Avanzada.

## REFERENCIAS

- [1] Braren, L.K., “Gear Transmission”. U.S Patente 1,867,492, 25 Nov (1929)

- [2] Blanche, J.G., Yang, D.C.H., “Cycloid Drives With Machining Tolerances”, *Journal of Mechanisms, Transmission, and Automation in Design*, **111**(3), 337-344 (1989)
- [3] Blagojevic, M., Kocic, M., Marjanovic, N., Stojanovic, B., Dordevic, Z., Ivanovic, L., Marjanovic, V., “Influence of the friction on the cycloidal speed reducer efficiency”, *Journal of the Balkan Tribological Association*, **18**(2), 217-227 (2012)
- [4] MaCkic, T., Blagojevic, M., Babic, Z., Kostic, N., “Influence of design parameters on cyclo drive efficiency”, *Journal of the Balkan Tribological Association*, **19**(4), 497-507 (2013)
- [5] Pham, A.-D., Ahn, H.-J., “Efficiency Analysis of a Cycloid Reducer Considering Tolerance”, *Journal of Friction and Wear*, **38**(6), 490-496 (2017)
- [6] Blagojevic, M., Marjanovic, N., Dordevic, Z., Stojanovic, B., “Stress and Strain State of Single-Stage Cycloidal Speed Reducer”, IRMES (2011)
- [7] Thube, S., Bobak, T., “Dynamic Analysis of a Cycloidal Gearbox Using Finite Element Method”, American Gear Manufacturers Association (2012)
- [8] Mihailids, A., Nerantzis, I., Athanasopoulos, E., “Comparison of the stiffness of high transmission ratio speed reducers: Cycloid and and Wolfrom reducers for applications requiring high accuracy, high ratio and high torque rating”, VOI-Berichte (2013)
- [9] Blagojevic, M., Marjanovic, N., Djordjevic, Z., Stojanovic, B., Marjanovic, V., Vujanac, R., Disic, A., “Numerical and experimental analysis of the cycloid disc stress state”, *Tehnicki Vjesnik* (2014)
- [10] Shin, J.-H., Soon-Man, K., “On the lobe profile design in a cycloid reducer using instant velocity center”, *Mechanism and Machine Theory*, 41, 596-616 (2006)
- [11] Chen, B., Fang, T., ChaoYang, L., ShuYan, W., “Gear geometry of cycloid drives”, *Science in China Serie E: Technological Sciences*, **51**(5), 598-610 (2008)
- [12] Liu, J., Chen, B., Matsumura, S., Li, C., Houjoh, H., “Design of a Novel cycloid Drive with a Cycloid-arc Gear and Analysis of Its Meshing Characteristic”, *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, **6**(2), 310-322 (2012)
- [13] Gorla, C., Davoli, P., Rosa, F., Longoni, C., Chiozzi, F., Samarani, A., “Theoretical and Experimental Analysis of a Cycloidal Speed Reducer”, *Journal of Mechanical Design*, **130**(11) (2008)
- [14] Sensinger, J.W., “Unified Approach to Cycloid Drive Profile, Stress, and Efficiency Optimization”, *Journal of Mechanical Design-ASME*, vol. 132 (2010)
- [15] Blagojevic, M., Marjanovic, N., Djordjevic, Z., Stojanovic, B., Disic, A., “A New Design of a Two-Stage Cycloidal Speed Reducer”, *Journal of Mechanical Design-ASME*, 133 (2011).
- [16] Huang, C.-H., Hsieh, C.-C., Lee, J.-J., Chiu, C.-C., “Two Stage Differential Cycloidal Speed Reducer With a High Reduction Ratio”. U.S Patente 9,005,065 B2 (2015)
- [17] Lin, W.-S., Shih, Y.-P., Lee, J.-J., “Design of a two-stage cycloidal gear reducer with tooth modifications”, *Mechanism and Machine Theory*, 74, 184-197 (2014)
- [18] Ivanovic, L., Devedzic, G., Cukovic, S., Miric, N., “Modeling of the Meshing of Trochoidal Profiles With Clearances”, *Journal of Mechanical Design*, 134, (2012)
- [19] Blagojevic, M., “Analysis of Clearances and Deformations at Cycloid Disc”, *Machine Design*, **6**(3), 79-84 (2014)
- [20] Han, L. Guo, F., “Global Sensitivity Analysis of Transmission Accuracy for RV-Type CycloidPin Dive”, *Journal of Mechanical Science and Technology*, **30**(3), 1225-1231 (2016)
- [21] Tran, T., Pham, A., Cho, C., Ahn, H., “Torsional Rigidity Analysis of Cycloid Reducers Considering

Tolerances”, de Asia Pacific Vibration Conference, Hanoi (2015)

- [22] Tran, T.L., Pham, A.D., Ahn, H.-J., “Lost Motion Analysis of One Stage Cycloid Reducer Considering Tolerances”, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing* **17**(8), 1009-1016 (2016)
- [23] Li, X., Li, C., Wang, Y., Chen, B., Lim, T.C., “Analysis of a Cycloid Speed Reducer Considering Tooth Profile Modification and Clearance-Fit Output Mechanism”, *Journal of Mechanical Design*, 139, 12 (2017)
- [24] Kostic, N., Blogojevic, M., Petrovic, N., Matejic, M., Marjanovic, N., “Determination of Real Clearances Between cycloidal Speed Reducer Elements by the Application of Heuristic Optimization”, *Transactions of FAMENA*, **42**(1), 15-26 (2018)
- [25] Sun, X., Han, L., Ma, K., Li, L., Wang, J., “Lost motion analysis of CBR reducer”, *Mechanism and Machine Theory*, 120, 89-106 (2018)

## **DETERMINATION OF THE BACKLASH OF A CYCLOIDAL REDUCER WITH GRAPHIC METHOD**

**Abstract** – In mechanical engineering, the requirements of the industrial sector demand, in the shortest possible time, improvements such as accuracy in movements, efficiency in energy consumption and lower costs. The cycloidal speed reducer seems to be one of the solutions, due to features inherent in this kind of speed reducer as efficiency, accurate movement, high rate of speed reduction and high capability of transferred torque. In this paper are described the components and their manufacture tolerances of a two-stage cycloid speed reducer, aimed to be coupled to a stepper motor; as well as how it speed reducer works. Also, the basis of a graphical method to calculate the backlash, from the manufacture tolerances, are established and the steps to apply this method in a computer aided design package are detailed described. Finally, an example is proposed wherein the results are analyzed.

**Keywords** – Two-stage cycloid speed reducer, Backlash, Clearances, Tooth contact analysis, Graphical analysis.

