



## MODELADO MULTIPLATAFORMA PARA EL CONTROL DE UN SISTEMA ARTICULADO

JAVIER IBARROLA CHAMIZO<sup>1</sup>, MIKEL MERINO OLAGÜE<sup>1</sup>, XABIER IRIARTE GOÑI<sup>1,2</sup>, MIKEL HUALDE OTAMENDI<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Dpto. de Ingeniería, Universidad Pública de Navarra, Campus Arrosadía, 31006, Pamplona, España

<sup>2</sup>Institute of Smart Cities, Universidad Pública de Navarra, Campus Arrosadía, 31006, Pamplona, España

(Recibido 10 de agosto de 2023, para publicación 28 de septiembre de 2023)

**Resumen** – En el presente artículo se ha trabajado con las herramientas de simulación de sistemas mecánicos Gazebo y Simulink, realizando una interconexión entre ambos con el fin de desglosar la parte dinámica y cinemática de la parte de control, obtención y tratamiento de datos. La vía de enlace entre ambos programas se realiza mediante otro software de comunicación, ROS. Con todo ello, se ha conseguido la cosimulación de un mecanismo articulado en la cual, Simulink comanda trayectorias a Gazebo a través de pares en articulaciones, Gazebo envía los valores de posición articular de la simulación a Simulink, y mediante el control multiarticular de pares realimentados diseñado en este último programa, se minimiza el error entre la trayectoria simulada y la ideal. La obtención de los parámetros del modelo dinámico requeridos en el control se ha realizado mediante una librería de Matlab (Lib\_3D\_MEC\_Matlab) de análisis de sistemas multicuerpo desarrollada por la UPNA.

**Palabras clave** – Robótica, cosimulación, diseño de control, Gazebo, ROS, Simulink.

### 1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día se está viviendo una nueva revolución industrial, un cambio que implica la integración de nuevas tecnologías para el desarrollo de herramientas cada vez más sofisticadas. Esta era digital, también llamada industria inteligente o Industria 4.0 aúna muchas ramas diversas de la ingeniería tales como la informática, electrónica, telecomunicaciones, robótica, mecánica, análisis y almacenamiento de datos, etc.

Una parte de esta Industria 4.0 promueve la integración de inteligencia artificial en robots para aplicaciones industriales, cuya finalidad es el desempeño de tareas de manera automatizada. Para ello es necesario el desarrollo de algoritmos sofisticados los cuales deben ser entrenados por una cantidad inmensa de datos. Esta información puede proceder de experimentos reales mediante equipos de adquisición o de simulaciones virtuales a través de herramientas computacionales.

Es aquí donde nace la necesidad de generar datos de manera masiva, en donde las herramientas computacionales (cada vez más potentes) toman ventaja sobre el campo experimental, pudiendo recrear en un entorno virtual espacios de trabajo parecidos a la realidad o situaciones que no se puedan dar en ella. Otra de las grandes ventajas es el ahorro de generar dichos datos, tanto en costes económicos como de tiempo.

Existen programas de simulación centrados en aplicaciones robóticas como: *CoppeliaSim*, *FreeCAD*, *Open Roberta Lab*... Con ellos se pueden realizar simulaciones para la obtención de datos, y con esta información desarrollar y entrenar algoritmos de IA e integrarlo en el control de un robot real.

Serena Ivaldi [1] estructuró estas herramientas de simulación en función de su alcance, dividiendo los llamados motores de físicas y los simuladores de sistemas. También realizó un estudio sobre los programas de simulación más conocidos, en el cual se clasificaban según criterios de: uso actual, uso en el pasado, uso como herramienta de prueba, uso como herramienta de investigación, principales aplicaciones, tipos de robots simulados o satisfacción de usuarios. Algunos de los programas que menciona son: *ODE*, *Bullet*, *V-Rep*, *ARGos*, *WeBots*, *OpenRave*, *Robotran*, *Blender*, *Nvidia* y *Gazebo*. Este último es el que mejor valoración obtuvo y ha sido el empleado en el presente trabajo.

Estos softwares integran las físicas, el control, la conexión con otros dispositivos y las herramientas de resolución numéricas para la simulación de cualquier sistema que se desea recrear.

El uso de estos programas para la simulación de robots está cada vez más extendido. Yun Niu [2] desarrolló una herramienta de simulación de robots móviles mediante los programas *Matlab/Simulink*, *Gazebo* y *ROS*. Este trabajo se centró más como material docente para el aprendizaje de nuevos algoritmos de guiado de robots.

Otro trabajo de cosimulación entre estos programas es el desarrollado por Wenbin Zha [3] donde realizó la simulación de un brazo robótico (*KUKA iiwa14*) basando el control en un modelo dinámico estimado, comprobando a su vez la estabilidad del sistema mediante el método de Lyapunov [4].

Existen otros tipos de trabajos en los que se comandan trayectorias a cuadricópteros [5,6]. También se ha trabajado con la autodetección de entornos mediante cámaras integradas en robots móviles para la generación de mapas en 2D [7,8].

En el presente artículo se aunará la parte de comanda de trayectorias de los trabajos descritos anteriormente con un sistema de control de pares realimentados basado en un modelo dinámico diseñado previamente. El objetivo del presente trabajo se centrará en realizar la comunicación entre los programas *Matlab/Simulink* y *Gazebo*, desglosando la parte de control para poder modificar y diseñar nuevas trayectorias obteniendo datos parecidos a los de un sistema real. En el apartado 2 se explica cada una de las partes que integra el proceso de interconexión y el diagrama de control diseñado en *Simulink* basado en la dinámica del sistema. Mientras que en el apartado 3 se muestran los resultados de la cosimulación de un brazo articulado de 2 grados de libertad en la cual se comanda una trayectoria establecida, obteniendo datos como: posiciones y velocidades articulares, momentos torsores en las juntas, errores del sistema de control, imágenes procedentes de cámaras, etc. Finalmente, en el apartado 4 se exponen las principales conclusiones obtenidas.

## 2. METODOLOGÍA

En este apartado se explicará más en detalle la interconexión entre los programas previamente mencionados y la estructura interna de la cosimulación, detallado en la Fig. 1.

El diseño y ensamblaje del sistema mecánico a simular se encuentra en *Gazebo* [9], toda la parte cinemática y dinámica la resuelve el motor de este software. Gracias a controladores internos del programa se pueden transmitir datos registrados en la simulación por sensores mediante mensajes compilados (C++ o *Python*).

El programa *Robot Operating System (ROS)* [10] es capaz de trabajar con dichos mensajes y realizar la comunicación entre diferentes softwares o estaciones de trabajo, su comunicación multiplataforma se realiza de manera inalámbrica a través de la red local de internet.

En *Matlab/Simulink* [11] se tiene el sistema de control, que mediante mensajes de *ROS* se comunica con *Gazebo* mandando y recibiendo la información necesaria para cumplir unos requisitos deseados, en nuestro caso, la descripción de una trayectoria en el espacio articular del modelo.

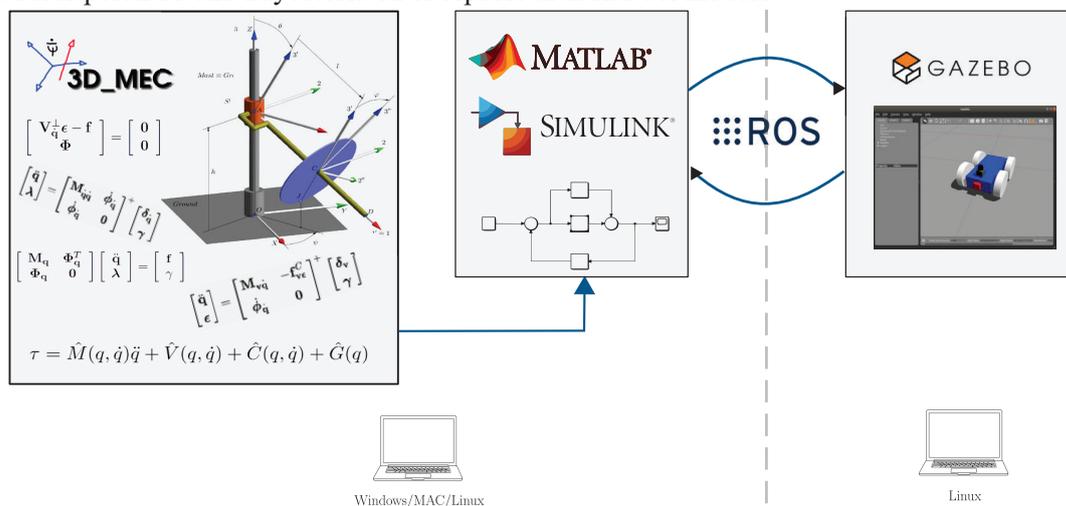


Fig. 1. Esquema conexión de programas. Fuente: Mathworks [11].

### 2.1. Gazebo

*Gazebo* es un entorno de simulación de sistemas mecánicos con el cual se es capaz de diseñar y construir infinidad de escenarios para la recreación de operaciones robóticas. Un software con el que se puede trabajar externamente desde su GUI o internamente desde su código fuente (SDFFormat/XML). Todo para definir desde las físicas del entorno de simulación (<gravity> <magnetic\_field> <wind> <light>) pasando por parámetros del solver de simulación (<bullet> <ode> <simbody> <dart> <max\_step\_size>) hasta llegar al diseño del mecanismo (<model> <link> <joints> <visual> <collision> <sensor> <plugins>).

Su potente interfaz gráfica permite hacer modelados y simulaciones dinámicas con un alto grado de realismo y resolución. Se pueden implementar sensores (cámaras, radares, micrófonos, IMUs) y actuadores. Gracias a la comunicación con *ROS* se puede lanzar simulaciones en servidores remotos o en la nube mediante *CloudSim*.

Como es un software centrado en aplicaciones robóticas, el modelo dinámico del sistema que se desea simular se definirá por la siguiente ecuación no lineal expresada en la forma inversa:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + C(\dot{q}) + G(q) \tag{1}$$

donde  $\tau$  es el vector de  $[n \times 1]$  de pares externos en cada una de las  $n$  articulaciones,  $M(q)$  es la matriz de inercias  $[n \times n]$ ,  $V(q, \dot{q})$  es el término de efectos centrífugos y de Coriolis  $[n \times 1]$ ,  $G(q)$  es el vector  $[n \times 1]$  de efectos gravitatorios y  $C(\dot{q})$  engloba los esfuerzos de rozamientos viscosos y de Coulomb en las juntas; basado en el modelo de fricción clásico regido por la siguiente ecuación:

$$\tau_{fric} = v \dot{q} + \mu \cdot sign(\dot{q}) \tag{2}$$

donde  $v$  y  $\mu$  son los coeficientes de rozamiento viscoso y de Coulomb respectivamente.

Todas estas propiedades del sistema se definen en el código fuente de *Gazebo* con algunos de los siguientes comandos (<mass> <inertia> <pose> <gravity> <damping> <friction>).

Algunos de los sensores que integra el modelo registran posiciones articulares y cartesianas de las juntas del sistema, velocidades y aceleraciones articulares, cámaras, etc. Al sistema se ha dotado de actuadores de par en articulaciones replicando de esta manera los esfuerzos que realizan los motores, los cuales toman valores procedentes del sistema de control en *Simulink*. Se pueden asociar los datos registrados y solicitados por estos sensores y actuadores a mensajes de *ROS* para conseguir la interconexión.

### 2.2. Robot Operating System (ROS)

*ROS* es un entorno de trabajo que agrupa múltiples librerías, drivers y herramientas para el desarrollo de aplicaciones robóticas. Este software libre trabaja de manera modular mediante una serie de nodos que se comunican solicitando y enviando mensajes entre sí.

Con su herramienta *catkin* (basado en *Cmake*) se consigue compilar códigos en *.cpp/.cc/.py* donde se definen los nodos, mensajes, publicadores, subscriptores y servidores, generando archivos *.so* que *Gazebo* es capaz de leer. Con este paquete se puede registrar los datos de las simulaciones generadas en *Gazebo*, visualizar sensores y cámaras, comandar trayectorias en el espacio articular o cartesiano...

Con la herramienta de *ROS* llamada *rqt\_graph* se puede visualizar el árbol de nodos y mensajes que se establece en la cosimulación. El sistema de control manda los pares a través del mensaje */M1\_DP* y */M2\_DP* y *Gazebo* envía el estado de las articulaciones y de las cámaras instaladas en el modelo.

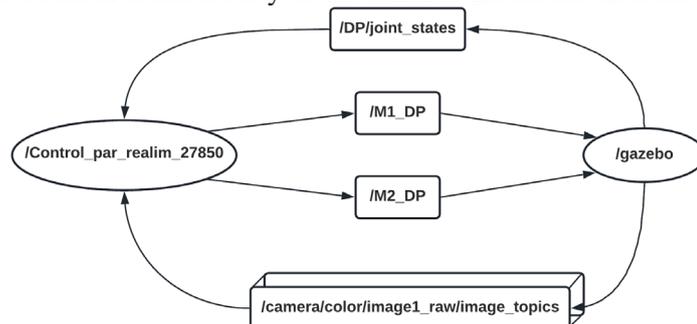


Fig. 2. Diagrama flujo ROS.

### 2.3. Matlab/Simulink

En 2015, *MathWorks* implementó un módulo de simulación de robots llamado *Robotics System Toolbox* con el cual se podía realizar cosimulaciones entre *Matlab* y *Gazebo*. No fue hasta la versión R2019 cuando se añadió el módulo *ROS Toolbox* con el cual se mejoró la comunicación entre ambos programas [12]. Con él se pueden generar códigos en *C++* a partir de scripts en *Matlab* o diagrama de bloques en *Simulink*, compilarlos con *ROS* y leerlos con *Gazebo*. De esta manera se consigue la comunicación entre los 3 programas. La parte de *Simulink* se utiliza para diseñar el control del sistema mecánico a simular. Se combinan bloques propios del programa, funciones de *Matlab* y la herramienta de *ROS Toolbox*.

Se ha optado por un sistema de control típico en el campo de la robótica [13], aplicados a manipuladores con más de un grado de libertad y regidos por ecuaciones no lineales, el control multiarticulador de pares realimentados (Fig. 3). Este tipo de control exige la estimación de los parámetros del modelo dinámico del sistema descrito en la ecuación (1), y la minimización del error radica en la precisión de cálculo de dichos parámetros. De esta manera, se consigue un sistema de control sin parte integral, la cual suele dar problemas en sistemas de control con muchos grados de libertad al contar con integradores que aumentan el número de orden del sistema.

Se define una serie de trayectorias de referencia las cuales se desea que el robot desarrolle. En sistemas articulados, las especificaciones de trayectoria se realizan en el espacio articular en vez de en el cartesiano por diferentes razones: rapidez en los cálculos computacionales al no tener que resolver la cinemática inversa del sistema, mejor control de posiciones singulares, trayectorias que no salgan fuera del espacio de trabajo y obtención de una única configuración del sistema para un estado determinado.

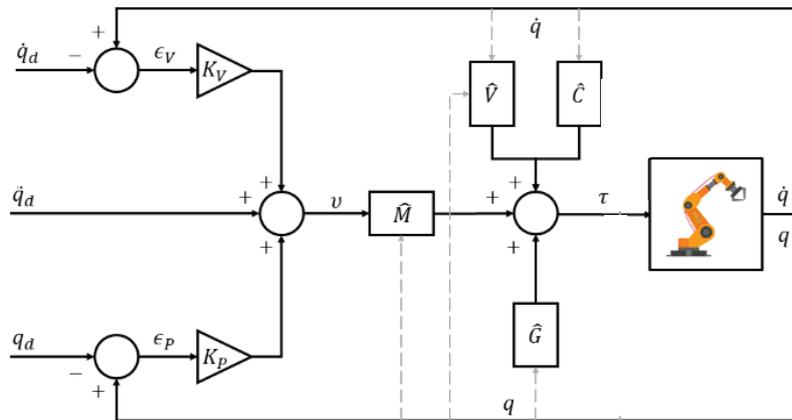


Fig. 3. Esquema de control de pares realimentados.

Con el control se calculan los momentos torsores para cada una de las articulaciones ( $\tau_i$ ). Estos pares se mandan a *Gazebo* vía *ROS* y *Gazebo* devuelve los valores de posición y velocidad ( $q_i, \dot{q}_i$ ) para cada articulación. Estos valores llegan de nuevo a *Simulink* por mensaje de *ROS* y se comparan con los valores de las trayectorias de referencia ( $q_d, \dot{q}_d$ ). Con ganancias proporcionales ( $K_P, K_V$ ) se minimiza el error de posición ( $\epsilon_P$ ) y de velocidad ( $\epsilon_V$ ). Este proceso se realiza en cada paso de simulación para toda una trayectoria.

Si se analizan las señales del diagrama de control de la Fig. 3 se puede relacionar el modelo dinámico estimado del sistema con el simulado en *Gazebo*. La entrada de pares comandados se puede ver como:

$$\tau = \hat{M}(q) v + \hat{V}(q, \dot{q}) + \hat{C}(\dot{q}) + \hat{G}(q) \quad (3)$$

donde  $\hat{M}$ ,  $\hat{V}$ ,  $\hat{C}$  y  $\hat{G}$  son estimaciones del modelo dinámico del sistema simulado. Y  $v$  se puede interpretar como:

$$v = \ddot{q}_d + K_V(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_P(q_d - q) \quad (4)$$

$K_V$  y  $K_P$  son matrices diagonales de ganancias que minimizan el error en velocidades y posiciones respectivamente. Igualando el par del control de la ecuación (3) con el par de entrada al modelo dinámico expresado en la ecuación (1) se obtiene:

$$\widehat{M}(\ddot{q}_d + K_V(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_P(q_d - q)) + \widehat{V} + \widehat{C} + \widehat{G} = M\ddot{q} + V + C + G \quad (5)$$

restando en ambos términos de la ecuación por  $-\widehat{M}\ddot{q}$  y sustituyendo  $e = (q_d - q)$  obtenemos que:

$$\ddot{e} + K_V\dot{e} + K_Pe = M^{-1} \left( (M - \widehat{M})\ddot{q} + (V - \widehat{V}) + (C - \widehat{C}) + (G - \widehat{G}) \right) \quad (6)$$

Cuanto más preciso sea la estimación del modelo dinámico menor será la diferencia entre los valores reales y calculados en el segundo término de la ecuación (6) consiguiendo la siguiente expresión:

$$\ddot{e} + K_V\dot{e} + K_Pe \approx 0 \quad (7)$$

De manera que se consigue un sistema de segundo orden lineal y desacoplado al ser  $K_V$  y  $K_P$  matrices diagonales. Comparando esta ecuación con la ecuación general de un sistema lineal de segundo orden:

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \equiv s^2 + K_V s + K_P = 0 \quad (8)$$

donde  $\zeta$  es el coeficiente de amortiguamiento y  $\omega_n$  la frecuencia natural no amortiguada. De este modo se relacionan los requisitos de respuesta del sistema con las ganancias del control:

$$K_P = \omega_n^2 \quad (9)$$

$$K_V = 2\xi\omega_n \quad (10)$$

Estos valores se ajustan mediante las especificaciones temporales que se definen para sistemas de control de segundo orden. Entre ellas se encuentra el tiempo de estabilización al 5% ( $t_{s(\pm 5\%)}$ ) y el máximo sobreimpulso ( $M_P$ ):

$$t_{s(\pm 5\%)} = \frac{\pi}{\zeta \cdot \omega_n} \quad (11)$$

$$M_P = e^{-\frac{\pi \cdot \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (12)$$

También resulta útil variar la discretización del tiempo en ambos programas, haciendo que las frecuencias de simulación del sistema y de comandas del control sean diferentes.

El tiempo utilizado en el sistema de control se toma de *Gazebo* (mediante otro mensaje llamado */clock*), el cual se puede configurar para poder trabajar con valores de tiempo reales.

La frecuencia de simulación del motor en *Gazebo* es de 100 Hz, un orden superior a la del motor de *Simulink* de 10 Hz. De esta manera se establece un bucle de simulación el cual actualice los datos de manera rápida y un bucle de control que vaya comandando y registrando dichos datos a menor velocidad. Con ello, el coste computacional se ve reducido consiguiendo a su vez una mejor visualización de los resultados obtenidos.

## 2.4. Lib\_3D\_MEC\_Matlab

Para la obtención de los términos dinámicos se hace uso de la librería desarrollada por la *Universidad Pública de Navarra* [14-16] con la cual se puede realizar análisis y simulaciones en el ámbito de la dinámica de sistemas multicuerpos. Este set de códigos y funciones de *Matlab* permiten diseñar, analizar y simular cualquier sistema multicuerpo que se desee, consiguiendo obtener las ecuaciones cinemáticas y dinámicas del mismo.

De esta manera, se ha diseñado un sistema en *Lib\_3D\_MEC\_Matlab* que replique al de *Gazebo*, permitiendo obtener sus parámetros los cuales serán introducidos en *Simulink*. La precisión del control radicará en lo aproximado que sean ambos modelados.

Primero se resuelve el problema cinemático: parámetros y coordenadas, puntos, bases, sistemas de referencia, sólidos, etc.

Después se especifican los esfuerzos dinámicos involucrados: acciones constitutivas, gravitacionales e inerciales, esfuerzos viscosos y de fricción en juntas y pares externos. La obtención de las ecuaciones dinámicas se realiza mediante el principio de las potencias virtuales ya que con esta formulación se eliminan los términos de reacciones en los enlaces.

Igualando las ecuaciones dinámicas (en la forma implícita) con el modelo dinámico expresado en la ecuación (1):

$$\Phi_{Dyna}^{VP} = M(q)\ddot{q} + \delta(q, \dot{q}) \quad (13)$$

donde:

$$\delta(q, \dot{q}) = V(q, \dot{q}) + C(\dot{q}) + G(q) - \tau \quad (14)$$

$$M(q) = \frac{\partial \Phi_{Dyna}^{VP}}{\partial \ddot{q}} \quad (15)$$

Con  $M$  y  $\delta$  se puede definir el sistema de control de la Fig. 3, sin embargo, para poder analizar más en detalle la contribución de cada uno de los términos se continua con el desarrollo para extraer las demás partes. Evaluando  $\delta$  cuando las velocidades son nulas podemos eliminar los esfuerzos centrífugos y de rozamientos viscosos para poder determinar la contribución gravitacional:

$$\delta(q, 0) = G(q) - \tau \quad (16)$$

$$G(q) = \delta(q, 0) + \tau \quad (17)$$

Para determinar los esfuerzos producidos por rozamientos viscosos y de Coulomb, agrupamos los coeficientes de rozamientos de la ecuación (2) en un vector del tipo:

$$\bar{p} = [v, \mu] \quad (18)$$

y derivando  $\delta$  con respecto a estos parámetros se puede obtener la contribución de  $C$ :

$$C(\dot{q}) = \frac{\partial \delta}{\partial \bar{p}} \bar{p} \quad (19)$$

Por último, solo queda despejar el término de los efectos centrífugos y de Coriolis de la ecuación (14):

$$V(q, \dot{q}) = \delta - C(\dot{q}) - G(q) + \tau \quad (20)$$

Este proceso se realiza simbólicamente con la librería *lib\_3D\_MEC\_Matlab* y, mediante la herramienta *matlabFunction*, se exportan  $M$ ,  $G$ ,  $C$  y  $V$  para integrarlo al diagrama de control en *Simulink*.

### 3. SIMULACIÓN Y RESULTADOS

Para la parte experimental del presente artículo se ha hecho uso de un equipo informático con las características descritas en la Tabla 1.

Tabla 1. Propiedades del equipo informático.

<b>Sistema operativo</b>	Ubuntu 20.04.4 LTS (64 bits)
<b>Versión GNOME</b>	3.36.8
<b>Procesador</b>	Intel Core i5-9500 CPU@3.00Ghz x6
<b>Memoria RAM</b>	32 GB
<b>Memoria HDD</b>	1.5 TB
<b>Tarjeta gráfica</b>	Mesa Intel UHD Graphics 630 (CFL GT2)

Los programas citados en el apartado anterior se encuentran en las siguientes versiones: *Gazebo 11.0*, *ROS Noetic Ninjemys* y *Matlab/Simulink R2021a*.

Con respecto a las simulaciones, el problema con el que se ha trabajado ha sido un sistema articulado plano de 2 grados de libertad. El brazo articulado se representa en la Fig. 4 donde se indican los parámetros del sistema y sus variables. En la Tabla 2 se especifican algunos de sus valores.

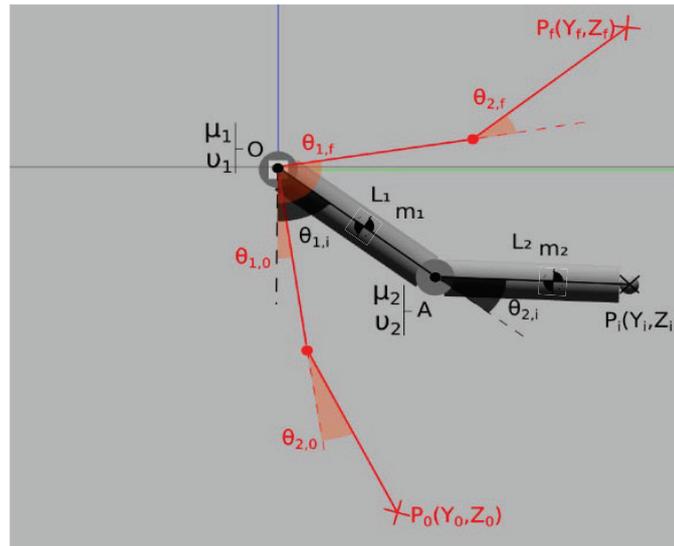


Fig. 4. Parametrización del brazo articulado.

De color negro se especifican los parámetros y algunas variables en un i-instante de tiempo cualquiera, mientras que de color rojo se indican las posiciones iniciales y finales del sistema con los subíndices correspondientes. Estas posiciones son meramente descriptivas sin tener relación alguna con las trayectorias posteriormente generadas.

Como el objetivo es validar el funcionamiento del proceso de conexión, los valores de los parámetros no son de gran relevancia, por lo que se han tomado unos valores dentro de unos rangos razonables.

Tabla 2. Parámetros del brazo articulado.

Parámetro	$L_1$ (m)	$L_2$ (m)	$m_1$ (kg)	$m_2$ (kg)	$\mu_1$ (-)	$\mu_2$ (-)	$\nu_1$ (-)	$\nu_2$ (-)
Valor	1	1	1	1	0.25	0.25	0.2	0.2

En *Matlab* se han diseñado una serie de trayectorias mediante curvas de Bézier de 5º orden llevando al sistema a diferentes posiciones articulares en distintos instantes de tiempo. Las especificaciones de las trayectorias pueden verse en la Tabla 2 y de manera gráfica en la Fig. 6 en color negro.

Tabla 3. Especificaciones de la trayectoria.

Tramo	Tiempo (s)	Posición #1 (rad) $[\theta_{1,0}, \theta_{1,f}]$	Posición #2 (rad) $[\theta_{2,0}, \theta_{2,f}]$
#1	10 - 17.5	[0, 2]	[0, 2]
#2	25 - 30	[2, -0.5]	[2, 1.57]
#3	35 - 40	[-0.5, -1.57]	[1.57, 0]
#4	50 - 55	[-1.57, -3.14]	[0, 0]

En *Simulink* se ha diseñado un sistema de control replicando al de la Fig. 3. La parte de guiado de trayectorias se ha realizado mediante unos diagramas de flujo que comparan los valores de posición y velocidad de las trayectorias definidas con las simuladas. Las ganancias de los controladores se calculan al final de este apartado, estos valores se han obtenido mediante compromiso entre la estabilidad de la cosimulación (ya que al aumentar la ganancia el proceso se descontrola) y especificaciones temporales razonables (tiempo de estabilización, sobreoscilación y error en el estacionario).

La suma de los pares aplicados a cada articulación se asigna a un mensaje en *ROS* llamados *M1\_DP* y *M2\_DP*. El estado de las articulaciones del mecanismo en *Gazebo* se obtienen del mensaje *DP/joint\_state* y se desglosan en posiciones y velocidades articulares.

Este proceso se sincroniza de manera fluida observando la cosimulación en la Fig. 5. En el fondo de la imagen se muestra el sistema de control de *Simulink*, arriba a la izquierda lo registrado por la cámara de *Gazebo*, abajo a la izquierda los pares comandados por el control a cada articulación y en la parte inferior derecha el entorno gráfico de *Gazebo*.

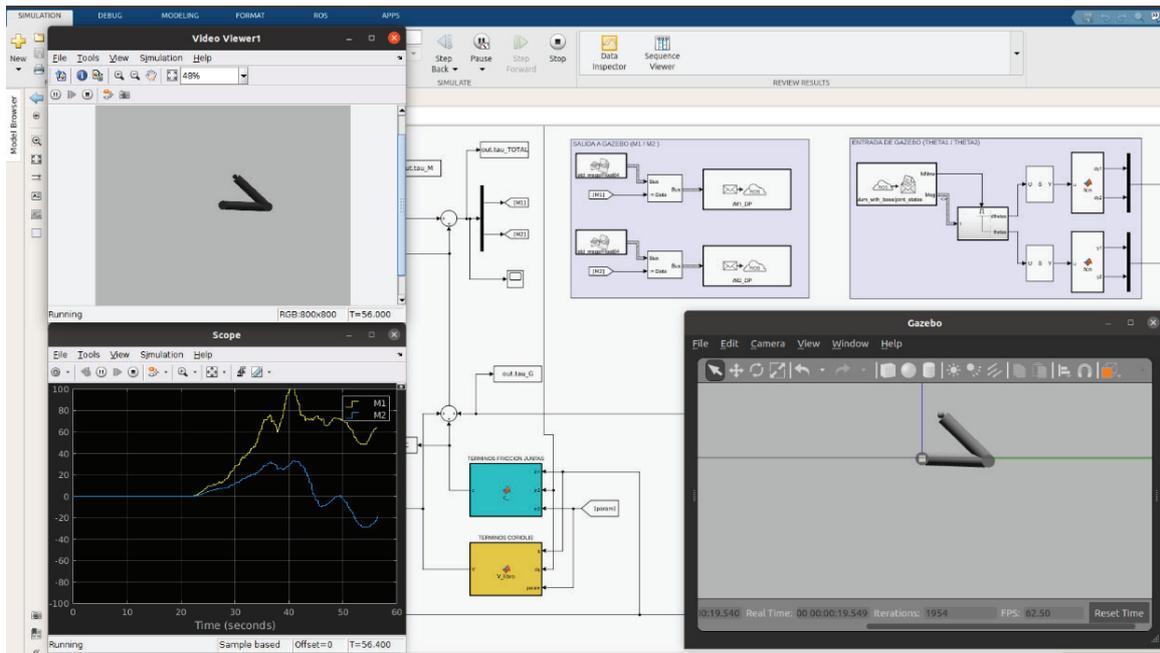


Fig. 5. Parametrización del brazo articulado.

El coste computacional se eleva si obtenemos estos datos de manera simultánea, empeorando la comunicación entre ambos programas e incrementando consigo el error de posición. En vez de lanzar la cosimulación con las interfaces gráficas de los programas, estas se deshabilitan y se almacenan todos los resultados en variables de *Matlab* para su posterior visualización. La trayectoria de consigna se muestra en la Fig. 6 donde se realiza también una comparativa entre los valores comandados (negro) y los procedentes de la simulación.

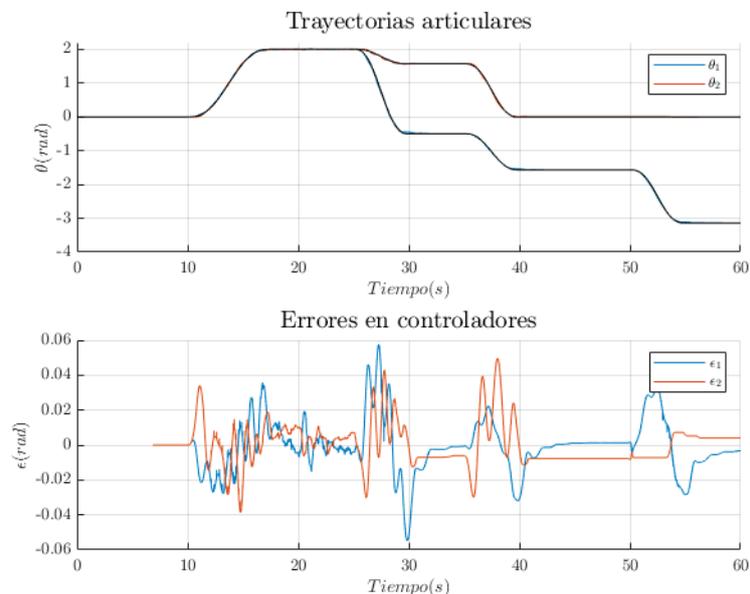


Fig. 6. Comparativa trayectoria de referencia y simulada.

Se observa como existen unas pequeñas oscilaciones y también se aprecia un pequeño error, llegando a obtener máximos de  $\pm 0.06$  rad en zonas transitorias y oscilando entre valores de  $\pm 0.02$  rad en estacionarios.

Este error viene determinado por la ganancia de los controladores ( $K_P, K_V$ ) definidas en *Simulink*. Con el desarrollo descrito anteriormente se define las especificaciones temporales de respuesta del sistema y, mediante las ecuaciones (11) y (12), se calculan las ganancias de los controladores.

Tabla 4. Ajuste de los controladores.

Parámetro	$t_s(5\%)$ (s)	$M_P$ (%)	$\zeta$ (-)	$\omega_n$ (Hz)	$K_P$ (s <sup>-2</sup> )	$K_V$ (s <sup>-1</sup> )
Valor	0.8	20	0.456	8.613	74.196	7.855

Como la cosimulación comienza lanzando *Gazebo* y posteriormente el control de *Simulink*, los datos comienzan a registrarse en instantes de tiempo comprendidos entre 5-10 segundos. El control interrumpe este registro cuando se ha llegado a los 60 segundos de simulación.

En la Fig. 7 se muestran la contribución de pares de cada uno de los términos del modelo dinámico. Entre ellos los que más destacan son los valores que contrarrestan los efectos gravitatorios (Fig. 7d) e inerciales (Fig. 7a), estos últimos dependientes del error de posición y velocidad. Los términos centrífugos (Fig. 7b) y de rozamientos (Fig. 7c) al depender de la velocidad son menores.

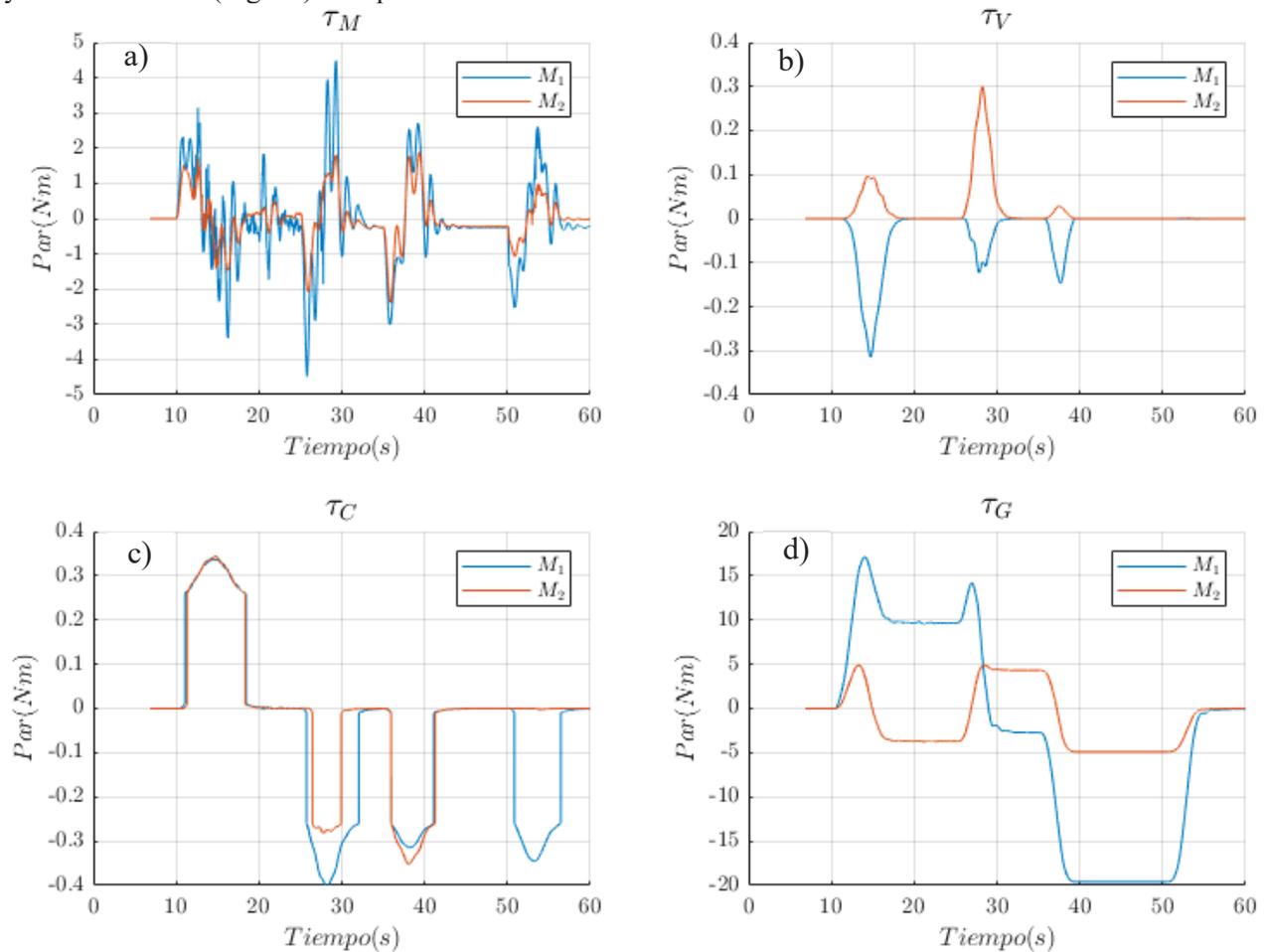


Fig. 7. Contribución de pares: a) Término inercial; b) Término centrífugo; c) Término de rozamiento; d) Término gravitacional.

Se observa también un extraño comportamiento en los pares por efectos de rozamiento. Esto se debe a causa del modelo clásico definido en la ecuación (2), al contar con el término de  $sign(\dot{q})$  provoca

discontinuidades cuando las velocidades son nulas. Esto supone una ventaja al poder representar la fricción en situación estática, pero a su vez esta discontinuidad matemática provoca un comportamiento más inestable en el sistema de control, pero como estos esfuerzos son de menor orden no altera el comportamiento del sistema.

El mecanismo al partir de una posición de equilibrio (posiciones articulares nulas) los valores de par en el primer tramo de la trayectoria son nulos. Como la trayectoria diseñada comanda al sistema a otro punto de equilibrio en su parte final (Fig. 6), los pares también tenderán a anularse en dicho tramo. Las contribuciones inerciales y gravitatorias tienden a 0.

La suma de las 4 contribuciones se representa en la Fig. 8, donde se observa un comportamiento bastante típico en sistemas de control de segundo orden, sobreoscilaciones. También se aprecia unas pequeñas oscilaciones en los tramos estacionarios, esto se debe a la comunicación entre softwares que añade ruido y perturbaciones.

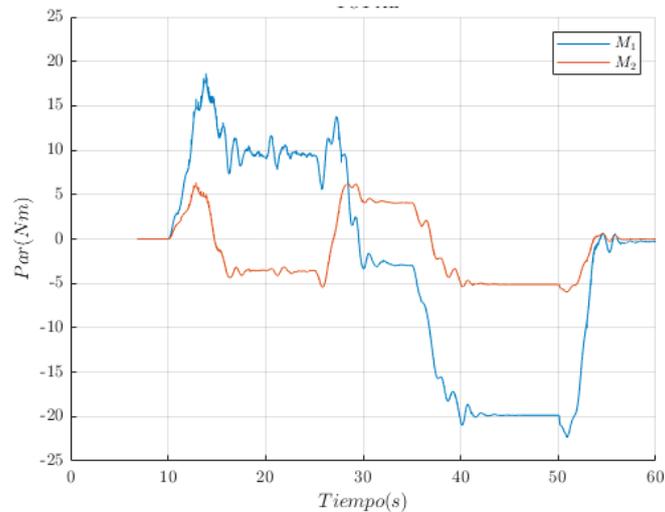


Fig. 8. Par articulaciones entrada a Gazebo.

Al realizarse de manera simultánea la cinemática directa del sistema, se pueden obtener las coordenadas cartesianas de las articulaciones y del elemento terminal P a partir de los valores articulares de posición.

En la Fig. 9 se representa la animación del brazo articulado en los 4 tramos de posiciones de la trayectoria, comparando los valores simulados con los de referencia.

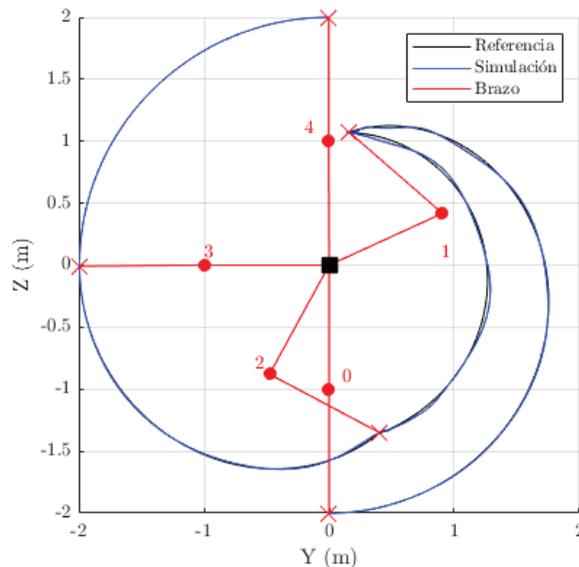


Fig. 9. Animación sistema a lo largo de la trayectoria.

Esta manera de representación resulta más clara e intuitiva para observar la eficacia del sistema de control. Aun así, se puede apreciar una pequeña diferencia de posiciones cartesianas del elemento terminal en algunas zonas de la trayectoria.

Otros posibles resultados de la cosimulación son valores de velocidad articular o imágenes procedentes de las cámaras de *Gazebo*, que puedan interpretarse como una matriz de valores RGB cuya dimensión viene dada por la resolución del sensor. En nuestro caso,  $[800 \times 800 \times 3 \times n]$  para  $n$  instantes de tiempo.

Este tipo de datos también resulta de gran interés fuera del ámbito de estudio de la dinámica de sistemas multicuerpo, como puede ser el desarrollo y entrenamiento de algoritmos de inteligencia artificial basado en redes neuronales, los cuales necesitan imágenes discretizadas en formato vectorial.

#### 4. CONCLUSIONES

El principal objetivo del artículo es la interconexión y cosimulación de sistemas mecánicos mediante herramientas computacionales de distintos ámbitos. Se ha conseguido desglosar de la física del sistema la parte de control para poder generar una herramienta más intuitiva y flexible, aunque el coste computacional sea mayor al tener que ejecutar ambos programas simultáneamente.

Al separar ambas partes se pueden probar diferentes tipos de control aplicados al campo de la robótica, en nuestro caso se ha hecho uso del control de realimentación de pares computados basados en el modelo dinámico.

Este tipo de control se ha llevado a la práctica en un sistema doble articulado y, a la vista de los resultados, se pueden entender los diferentes factores que afectan a la cosimulación: propiedades del motor del software de simulación, frecuencias en las comandas del sistema de control, exactitud en el cálculo de los parámetros del modelo dinámico, ajuste de controladores, etc.

La obtención de resultados con una herramienta externa también resulta interesante ya que el postproceso de dichos datos permite utilizarlos en campos ajenos a la robótica.

El sistema simulado resulta sencillo y básico, pero al introducir más grados de libertad el coste computacional del control se ve incrementado, volviendo al sistema inestable e incumpliendo las trayectorias comandadas.

Una posible línea futura es la modificación del sistema de control realizando uno adaptativo que minimice el error o una mejora en el cálculo de los parámetros de modelado para conseguir simular sistemas más complejos. También puede ser una solución interesante para no sobrecargar el procesador del equipo informático realizar simulaciones en remoto, donde una estación ejecute la simulación y otro lance el sistema de control.

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por la “Convocatoria de ayudas a proyectos de I+D del Gobierno de Navarra” bajo los proyectos con Ref. 0011-1365-2021-000080 y Ref. 0011-1411-2021-000023.

#### REFERENCIAS

- [1] S. Ivaldi, J. Peters, V. Padois, F. Nori, “Tools for simulating humanoid robot dynamics: A survey based on user feedback in Humanoid Robots (Humanoids)”, de *14th IEEE-RAS International Conference*, Madrid (2014)
- [2] Y. Niu, H. Qazi, Y. Liang, “Building a Flexible Mobile Robotics Teaching Toolkit by Extending MATLAB/Simulink with ROS and Gazebo”, de *7th International Conference on Mechatronics and Robotics Engineering (ICMRE)*, Budapest (2021)
- [3] W. Zha, X. Xu, Z. Chen, A. Rodic, P.B. Petrovic, “Manipulator Tracking Algorithm Based on Estimated Dynamics and Time-Varying Output Constraint State”, de *6th IEEE International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM)*, Chongqing (2021)

- [4] J.P. LaSalle, S. Lefschetz, P. Howlett, *Stability by Liapunov's Direct Method with Applications*, Nueva York: Academic Press (1961)
- [5] M. Nithya, M.R. Rashmi, "Gazebo - ROS - Simulink Framework for Hover Control and Trajectory Tracking of Crazyflie 2.0", de *TENCON 2019 - 2019 IEEE Region 10 Conference (TENCON)*, Kochi (2019)
- [6] K. Kumar, S.I. Azid, A. Fagiolini, M. Cirrincione, "Erle-copter Simulation using ROS and Gazebo", de *2020 IEEE 20th Mediterranean Electrotechnical Conference (MELECON)*, Palermo (2020)
- [7] Y.J. Lim, M. Belge, "Automated ROS and ROS 2 Node Generation from Prototyping to Production (Webinar)", 7 Diciembre 2021. [En línea]. Available: [https://es.mathworks.com/videos/automated-ros-and-ros-2-node-generation-from-prototyping-to-production-1639065373693.html?s\\_v1=40668&elqem=3551961\\_EM\\_NA\\_LWB\\_21-12\\_AUTOMATED-ROS-NODE-GENERATION-PROTOTYPING\\_POST\\_CERT&elqTrackId=8c3ff88b9b9d43b69b7287b309c83](https://es.mathworks.com/videos/automated-ros-and-ros-2-node-generation-from-prototyping-to-production-1639065373693.html?s_v1=40668&elqem=3551961_EM_NA_LWB_21-12_AUTOMATED-ROS-NODE-GENERATION-PROTOTYPING_POST_CERT&elqTrackId=8c3ff88b9b9d43b69b7287b309c83).
- [8] Y.J. Lim, R. George, J. Antoniou, "Modeling and Simulation of Autonomous Mobile Robot Algorithms", 26 Mayo 2022. [En línea]. Available: [https://es.mathworks.com/videos/modeling-and-simulation-of-autonomous-mobile-robot-algorithms-1654096329276.html?s\\_v1=42724&elqem=3695400\\_EM\\_NA\\_LWB\\_22-05\\_MODELING-SIMULATION-AUTONOMOUS-MOBILE-ROBOT\\_POST&elqTrackId=02d5b65cd11146dcab85c2efcd600e62&elq=9d92](https://es.mathworks.com/videos/modeling-and-simulation-of-autonomous-mobile-robot-algorithms-1654096329276.html?s_v1=42724&elqem=3695400_EM_NA_LWB_22-05_MODELING-SIMULATION-AUTONOMOUS-MOBILE-ROBOT_POST&elqTrackId=02d5b65cd11146dcab85c2efcd600e62&elq=9d92).
- [9] "Gazebo" [En línea]. Available: <https://gazebo.org/home>
- [10] "Robot Operating System" [En línea]. Available: <https://www.ros.org/>
- [11] "MathWorks" [En línea]. Available: <https://es.mathworks.com/products/matlab.html>
- [12] "ROS Toolbox" [En línea]. Available: <https://es.mathworks.com/products/ros.html>
- [13] J.J. Craig, *Introduction to robotics: mechanics and control*, 3<sup>a</sup> ed., Pearson Educacion (2005)
- [14] J. Aginaga, X. Iriarte, J. Ros, J.M. Aguinagalde, "Docencia de la mecánica del sólido rígido mediante el programa 3D Mec", *II Congreso Internacional de Docencia Universitaria (CIDU)*, Vigo (2011)
- [15] J. Ros, L. Arrondo, J. Gil, X. Iriarte, "Lib3D Mec-GiNaC, a Library for Symbolic Multibody Dynamics", *ECCOMAS Thematic Conference of Multibody Dynamics*, Milano (2007)
- [16] J. Ros, A. Plaza, X. Iriarte, J.M. Pintor, "Symbolic multibody methods for real-time simulation of railway vehicles", de *Multibody System Dynamics* (2018)

## MULTIPLATFORM MODELLING FOR THE CONTROL OF AN ARTICULATED SYSTEM

**Abstract** – In this paper a couple of mechanical simulation softwares have been worked with. One has been used for representing the physics and dynamics of mechanisms (Gazebo) and the other one has the control of the system (Simulink), the way to interconnect them is through Robot Operating System software (ROS). Thus, a co-simulation of an articulated mechanism has been realised in which Simulink commands an ideal trajectory to Gazebo sending joints torques. Gazebo provides joint position values of the simulation to Simulink, and through its control system, the error between the real and the ideal trajectory gets smaller sending again the correct amount of torque to Gazebo, that works step by step during the simulation. In addition, the dynamic model parameters required by the control system have been calculated using a Matlab's library for the analysis of multibody system (Lib\_3D\_MEC\_Matlab), which had been developed by the Public University of Navarra.

**Keywords** – Robotic, co-simulation, control design, Gazebo, ROS, Simulink.



# DETECCIÓN E IDENTIFICACIÓN DE FISURAS EN VIGAS ROTATORIAS ESBELTAS A BAJA VELOCIDAD MEDIANTE PARÁMETROS MODALES Y REDES NEURONALES ARTIFICIALES

BELÉN MUÑOZ-ABELLA, LOURDES RUBIO, PATRICIA RUBIO

Universidad Carlos III de Madrid  
Departamento de Ingeniería Mecánica  
Av. de la Universidad 30, 28911, Leganés, Madrid, España

(Recibido 17 de agosto de 2023, para publicación 16 de septiembre de 2023)

**Resumen** – Las vigas rotatorias son simplificaciones de componentes mecánicos más complejos, característicos de áreas estratégicas, como, por ejemplo, palas de aerogeneradores o palas de helicópteros. Si la viga presenta una fisura, esta modifica el comportamiento dinámico de la misma y modifica los valores de los parámetros modales, entre ellos, las frecuencias naturales. En este trabajo se presenta el estudio teórico de una Red Neuronal Artificial (RNA), realizada mediante el software comercial MATLAB, para la detección e identificación de fisuras de frente recto en vigas rotatorias tipo Euler-Bernoulli a bajas velocidades, típicas de palas de aerogeneradores, basada en los cambios en las frecuencias naturales del componente. Los datos de entrada a la Red Neuronal Artificial se han obtenido a partir de un modelo analítico del comportamiento dinámico de la viga rotatoria fisurada con el que se pueden calcular los valores de las frecuencias naturales de vibración en un plano perpendicular al de giro (*flapwise*), en función de la velocidad de giro, la esbeltez de la viga y del radio del cubo que separa el extremo de la viga del eje de giro.

**Palabras clave** – Redes neuronales artificiales, vigas rotatorias fisuradas, frecuencias naturales, vigas Euler-Bernoulli, detección e identificación de fisuras.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las vigas rotatorias son simplificaciones de componentes mecánicos más complejos, característicos de áreas estratégicas como las industrias de la energía y el transporte. Las palas de los aerogeneradores, las palas de los helicópteros y los rotores abiertos son ejemplos de este tipo de elementos mecánicos que pueden modelarse como vigas rotatorias.

Debido a defectos de fabricación o a las condiciones de trabajo, junto con los ambientes agresivos en los que operan, en los componentes mecánicos pueden aparecer y propagarse grietas que afectan gravemente a su integridad estructural. Si la fisura se detecta cuando es incipiente el elemento dañado se puede sustituir sin importantes secuelas. Sin embargo, la detección de las fisuras en el estado inicial no es una tarea sencilla, una vez que éstas han aparecido, su velocidad de propagación crece exponencialmente y en pocos días se puede producir la rotura catastrófica. Por lo tanto, con el fin de reparar o sustituir el elemento antes de que se produzca el fallo irreversible, es muy importante disponer de técnicas que permitan tanto la detección de las fisuras como la estimación de su posición y tamaño. Sin embargo, el número de trabajos sobre el comportamiento de palas rotatorias fisuradas es reducido [1-6].

La presencia de la fisura modifica el comportamiento dinámico de la viga y, entre otros, modifica los valores de las frecuencias naturales, por lo que su variación es habitualmente utilizada para determinar la aparición de un defecto. En el caso de las vigas rotatorias, el comportamiento dinámico, tanto en el plano de giro, *chordwise*, como fuera de él, *flapwise*, depende de la fuerza centrífuga que aparece debida a la rotación, y que es variable con la distancia al centro de giro. La aparición de esta fuerza introduce un aumento de la frecuencia natural en ambos planos [1,7]. Por otra parte, si la viga giratoria contiene una fisura, se produce un aumento de la flexibilidad que se traduce en la disminución de las frecuencias naturales. La

compensación de ambos efectos puede dificultar la detección del daño [1,3,8]. Además, en el caso de vigas rotando a bajas velocidades, menores de 10 rad/s, se observa que el comportamiento de las frecuencias naturales en función de la velocidad de giro es diferente del que se tiene en el caso de velocidades de giro más elevadas [8], por lo que es necesario realizar estudios específicos para estos regímenes de giro.

Por otra parte, las Redes Neuronales Artificiales (RNA) son herramientas frecuentemente utilizadas en el ámbito de la Ingeniería Mecánica, debido a la gran cantidad de aplicaciones que tienen, tales como clasificación, reconocimiento de patrones, estimación u optimización. Más concretamente, en el campo de la detección e identificación de defectos se puede encontrar numerosa bibliografía al respecto [9-12].

En este trabajo se presenta el estudio teórico de una aplicación de Redes Neuronales Artificiales, realizada mediante el software comercial MATLAB, para la identificación y localización de fisuras de frente recto en vigas rotatorias tipo Euler-Bernoulli a bajas velocidades, típicas, por ejemplo, de palas de aerogeneradores, basada en los cambios que se producen en las frecuencias naturales del componente en la dirección perpendicular al plano de giro.

Los datos de entrada a las RNA se han obtenido a partir de un modelo matemático del comportamiento dinámico de la viga rotatoria fisurada [8,13], con el que se pueden calcular los valores de las frecuencias naturales de vibración en un plano perpendicular al de giro (*flapwise*), en función de la velocidad de giro, la esbeltez de la viga, el radio del cubo que separa el extremo de la viga del eje de giro y las características de la fisura (posición y tamaño). La metodología propuesta permitiría estimar la posición y el tamaño de la fisura para vigas rotatorias fisuradas tipo Euler-Bernoulli a bajas velocidades, permitiendo así estimar la vida remanente del componente y establecer adecuados planes de mantenimiento.

## 2. METODOLOGÍA PROPUESTA

### 2.1. Formulación del problema directo

Se considera una viga Euler-Bernoulli fisurada, uniforme, cuya sección rectangular, con doble simetría, es un rectángulo que tiene altura  $H$ , espesor  $b$  y longitud  $L$ . Esta viga gira con velocidad angular constante  $\Omega$  alrededor del eje de revolución  $Z'$ . La fisura es de frente recto, con profundidad  $a$ , está situada a una distancia  $Xc$  de la unión entre el cubo y la viga, punto  $O$ , que es el origen del sistema de referencia  $XYZ$ . Por otra parte,  $R$  es el radio del cubo unido a la viga. En la Fig. 1 se muestra el esquema de la viga fisurada.

En este trabajo se considera únicamente la vibración que se produce en el plano perpendicular al de giro, *flapwise*, es decir, el desplazamiento  $W$  que se muestra en la Fig. 1.

La ecuación diferencial que gobierna el movimiento de una viga rotatoria sin fisura (1) es una ecuación de cuarto orden que se puede obtener usando la segunda ley de Newton [14].

$$\rho A \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( P(X) \frac{\partial W(x,t)}{\partial x} \right) = 0 \quad (1)$$

donde  $t$  es el tiempo,  $\rho$  es la densidad del material,  $E$  es el módulo de Young,  $A$  es el área de la sección rectangular e  $I$  es el momento de inercia de la misma.  $P(X)$  es la fuerza centrífuga que aparece en dirección axial como consecuencia del giro, que se puede calcular mediante la expresión (2).

$$P(X) = \int_X^L \rho A \Omega^2 (X + R) dX \quad (2)$$

donde  $\Omega$  es la velocidad de giro de la viga.

Considerando las variables adimensionalizadas (3), la expresión (1) se transforma en (4).

$$\xi = \frac{x}{L}; r = \frac{R}{L}; \alpha = \frac{a}{H}; \mu = \sqrt{\frac{\rho A L^4}{EI}} \omega; M = \sqrt{\frac{\rho A L^4}{EI}} \Omega; S_L = \sqrt{\frac{AL^2}{I}} \quad (3)$$

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} - M^2 \frac{d}{d\xi} \left( \left( r(1 - \xi) + \frac{1}{2}(1 - \xi^2) \right) \frac{dw}{d\xi} \right) - \mu^2 w = 0 \quad (4)$$

La solución de la ecuación que gobierna el movimiento de la viga se puede formular según la expresión (5), donde  $\omega$  es la frecuencia natural del sistema.

$$W(x, t) = Lw(x)e^{i\omega t} \tag{5}$$

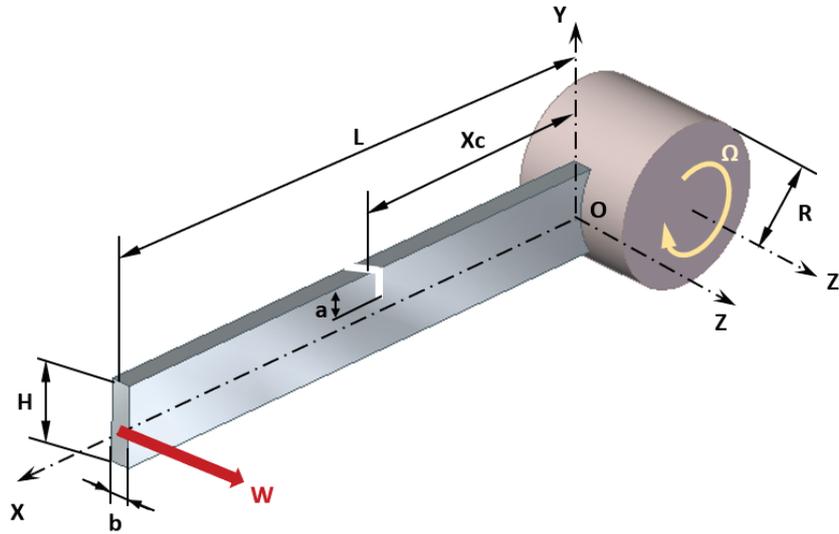


Fig. 1. Esquema de la viga rotatoria fisurada.

En el caso de la viga fisurada, esta se puede modelar mediante la unión de 2 vigas intactas conectadas entre sí mediante un muelle sin masa cuya rigidez  $K$  es igual a la que introduce la fisura (ver Fig. 2). De acuerdo con [15],  $K$  se calcula mediante la expresión (6).

$$\frac{1}{K} = \frac{6\pi(1-\nu^2)h\phi(\alpha)}{EI}$$

$$\phi(\alpha) = 0.6272\alpha^2 - 0.04533\alpha^3 + 4.5948\alpha^4 - 9.9736\alpha^5 + 20.2948\alpha^6 - 33.031\alpha^7 + 47.1063\alpha^8 - 40.7556\alpha^9 + 19.6\alpha^{10} \tag{6}$$

donde  $\nu$  es el coeficiente de Poisson del material.

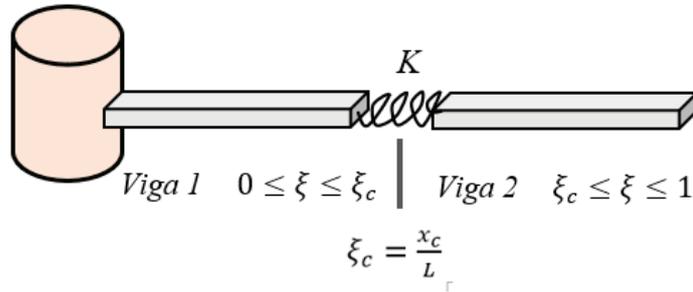


Fig. 2. Esquema del modelo de la viga fisurada mediante la unión de 2 vigas intactas.

La ecuación de movimiento de una viga intacta (4) se convierte en (7) para una viga fisurada

$$\frac{d^4w_1}{d\xi^4} - M^2 \frac{d}{d\xi} \left( \left( r(1-\xi) + \frac{1}{2}(1-\xi^2) \right) \frac{dw_1}{d\xi} \right) - \mu^2 w_1 = 0 \quad 0 \leq \xi \leq \xi_c$$

$$\frac{d^4w_2}{d\xi^4} - M^2 \frac{d}{d\xi} \left( \left( r(1-\xi) + \frac{1}{2}(1-\xi^2) \right) \frac{dw_2}{d\xi} \right) - \mu^2 w_2 = 0 \quad \xi_c \leq \xi \leq 1 \tag{7}$$

Para completar el planteamiento del problema es necesario definir las condiciones de contorno (8) y de compatibilidad en la sección fisurada (9):

$$w_1(0) = 0 \quad ; \quad \frac{dw_1(0)}{d\xi} = 0 \quad ; \quad \frac{d^2w_2(1)}{d\xi^2} = 0 \quad ; \quad \frac{d^3w_2(1)}{d\xi^3} = 0 \quad (8)$$

$$w_1(\xi_c) = w_2(\xi_c) \quad ; \quad \frac{dw_2(\xi_c)}{d\xi} - \frac{dw_1(\xi_c)}{d\xi} = \frac{1}{k_c} \frac{d^2w_2(\xi_c)}{d\xi^2} \quad (9)$$

$$\frac{d^2w_1(\xi_c)}{d\xi^2} = \frac{d^2w_2(\xi_c)}{d\xi^2} \quad ; \quad \frac{d^3w_1(\xi_c)}{d\xi^3} = \frac{d^3w_2(\xi_c)}{d\xi^3}$$

Siendo  $k_c$ :

$$k_c = \frac{K}{EI} \quad (10)$$

## 2.2. Resolución de la ecuación de movimiento

La resolución de la ecuación consiste en abordar el problema de valores propios, de forma que los valores  $\mu$  que se obtienen son aquellos proporcionan una solución no trivial a la ecuación de movimiento junto con las condiciones de contorno y compatibilidad. En el problema abordado en este trabajo solo se han considerado los dos primeros,  $\mu_1$  y  $\mu_2$ .

En este estudio, la resolución de la ecuación de movimiento de la viga fisurada se aborda utilizando el método de Frobenius [1,14,16], de forma que la solución de la ecuación diferencial se expresa en forma de series de potencias (11).

$$f(\xi, j) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+1}(j) \cdot \xi^{j+n} \quad (11)$$

donde  $a_{n+1}(j)$  son los coeficientes de la serie y  $j$  es un exponente indeterminado. La función  $f(\xi, j)$  representa tanto a  $w_1$  como a  $w_2$ , ya que ambas expresiones son idénticas antes de aplicar las condiciones de contorno y compatibilidad en la sección fisurada.

Sustituyendo (11) en (8) se obtienen la ecuación indicial (12) y la relación de recurrencia (13).

$$j(j-1)(j-2)(j-3) = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} a_{n+5}(j) &= \frac{M^2 \left(\frac{1}{2} + r\right)}{(j+n+3)(j+n+4)} a_{n+3}(j) - \\ &- \frac{M^2 r(k+n+1)}{(j+n+2)(j+n+3)(j+n+4)} a_{n+2}(j) - \\ &- \frac{\frac{1}{2}M^2(j+n)(j+n+1) - \mu^2}{(j+n+1)(j+n+2)(j+n+3)(j+n+4)} a_{n+1}(j) \end{aligned} \quad (13)$$

Siendo:

$$\begin{aligned} a_1(j) &= 1 \\ a_2(j) &= 0 \\ a_3(j) &= \frac{M^2 \left(\frac{1}{2} + r\right)}{(j+1)(j+2)} \\ a_4(j) &= \frac{-M^2 r j}{(j+1)(j+2)(j+3)} \end{aligned} \quad (14)$$

Las 4 raíces de la ecuación indicial (12) son  $j=0, 1, 2$  y  $3$ . A partir de estas raíces se obtienen 4 soluciones linealmente independientes (15).

$$\begin{aligned}
f(\xi, 0) &= 1 + \frac{M^2(\frac{1}{2}+r)}{2} \xi^2 + \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+5}(0) \cdot \xi^{n+4} \\
f(\xi, 1) &= \xi + \frac{M^2(\frac{1}{2}+r)}{6} \xi^3 - \frac{M^2 r}{24} \xi^4 + \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+5}(1) \cdot \xi^{n+5} \\
f(\xi, 2) &= \xi^2 + \frac{M^2(\frac{1}{2}+r)}{12} \xi^4 - \frac{M^2 r}{30} \xi^5 + \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+5}(2) \cdot \xi^{n+6} \\
f(\xi, 3) &= \xi^3 + \frac{M^2(\frac{1}{2}+r)}{20} \xi^5 - \frac{M^2 r}{40} \xi^6 + \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+5}(3) \cdot \xi^{n+7}
\end{aligned} \tag{15}$$

La solución de las ecuaciones diferenciales de movimiento de cada una de las 2 partes de la viga fisurada,  $F_1(\xi)$  y  $F_2(\xi)$ , se pueden escribir como combinación de las expresiones (15), teniendo en cuenta que la función  $f(\xi, j)$  representa tanto a  $w_1$  como a  $w_2$ .

$$\begin{aligned}
F_1(\xi) &= C_1 w_1(\xi, 0) + C_2 w_1(\xi, 1) + C_3 w_1(\xi, 2) + C_4 w_1(\xi, 3) & 0 \leq \xi \leq \xi_c \\
F_2(\xi) &= C_5 w_2(\xi, 0) + C_6 w_2(\xi, 1) + C_7 w_2(\xi, 2) + C_8 w_2(\xi, 3) & \xi_c \leq \xi \leq 1
\end{aligned} \tag{16}$$

$C_1 - C_8$  son constantes que se calculan aplicando las condiciones en (8) y (9).

La viga fisurada estudiada tiene longitud  $L = 0.7 \text{ m}$  y espesor  $b = 10 \text{ mm}$ , módulo de elasticidad  $E = 210 \text{ GPa}$ , coeficiente de Poisson  $\nu = 0.33$  y densidad  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ .

A partir del modelo analítico desarrollado se han calculado las 2 primeras frecuencias naturales adimensionales de la viga fisurada,  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , en función de diferentes valores de otros parámetros del sistema, que se describen a continuación.

- Esbeltez de la viga:  $S_L = 70, 120, 170, 220$ .
- Radio del cubo:  $r = 0, 0.1, 0.2$  y  $0.3$ .
- Posición de la fisura:  $\xi_c = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$  y  $0.9$ .
- Profundidad de la fisura:  $\alpha = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$  y  $0.5$ .
- Velocidad de giro:  $\Omega = 0, 2, 4, 6, 8$  y  $10 \text{ rad/s}$ .

La combinación de estos parámetros ha permitido calcular 4320 casos que se han utilizado para formular las RNA, objetivo de este trabajo, tal y como se explica en apartados posteriores.

A partir de las frecuencias calculadas y con el fin de conocer su comportamiento general en función de los diferentes parámetros, en las Fig. 3 y 4 se pueden ver los valores de  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , para todos los valores de  $\alpha$  y  $\xi_c$  considerados y valores medios del resto de los parámetros:  $S_L = 120$ ,  $r = 0.2$  y  $\Omega = 6 \text{ rad/s}$ . Para el resto de valores de esbeltez, radio del cubo y velocidad angular la forma de las gráficas es similar.

En el caso de la primera frecuencia natural, ver Fig. 3, se observa, como cabía esperar, que el valor de la frecuencia disminuye con el crecimiento de la fisura y el efecto de la misma es menor cuanto más alejada se encuentra del eje de giro.

En cuanto a la segunda frecuencia natural, se puede ver en la Fig. 4 que el valor de la frecuencia también disminuye con el crecimiento de la fisura, pero, atendiendo a su posición, alcanza el mínimo cuando la fisura se encuentra en la sección media de la viga.

### 2.3. Problema inverso. Redes neuronales artificiales

Una vez resuelto el problema directo, es decir, la obtención de las frecuencias naturales en función de los parámetros característicos de la viga rotatoria y de la fisura, se ha abordado el problema inverso, estimación de las características de la fisura a partir del conocimiento de las frecuencias naturales del sistema, mediante la aplicación de RNA.

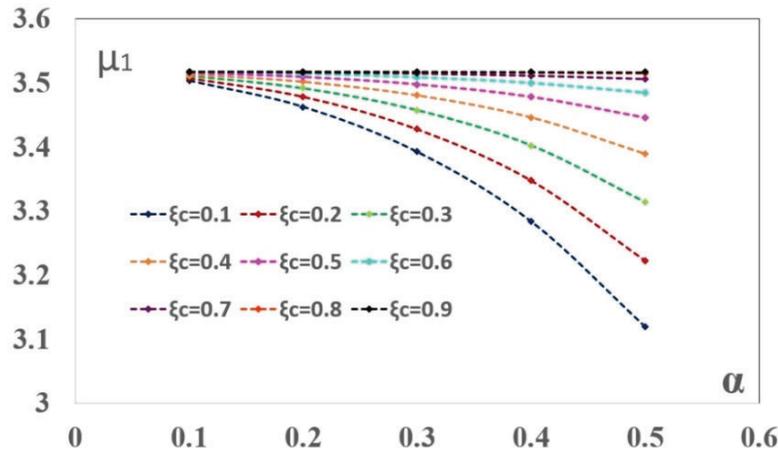


Fig. 3. Variación de  $\mu_1$  en función de posición y tamaño de la fisura para el caso  $S_L = 120$ ,  $r=0.2$  y  $\Omega = 6$  rad/s.

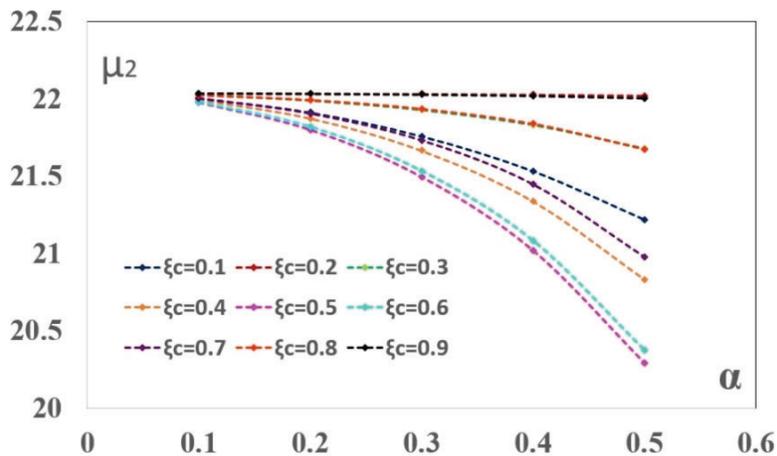


Fig. 4. Variación de  $\mu_2$  en función de posición y tamaño de la fisura para el caso  $S_L = 120$ ,  $r=0.2$  y  $\Omega = 6$  rad/s.

Las RNA son herramientas flexibles y robustas, ampliamente utilizadas en el ámbito de la Ingeniería Mecánica, ya que permiten, entre otras muchas aplicaciones, establecer modelos de regresión cuando las relaciones entre variables son no lineales [17], tal y como ocurre en el caso del comportamiento dinámico de una viga rotatoria fisurada.

Las RNA están formadas por un gran número de unidades básicas de procesamiento denominadas neuronas, que imitan las neuronas biológicas y, como ellas, están interconectadas entre sí. Cada una de las neuronas puede tener varias entradas,  $E_i$ , provenientes del exterior o de las salidas de otras neuronas. La salida,  $S$ , se obtiene a partir de una función de activación,  $f$ , que se aplica al sumatorio de todas las entradas multiplicadas por sus correspondientes pesos,  $p_i$ , más un valor de umbral,  $u$ , que limita el valor de la salida. Por lo tanto, la relación entre las entradas  $E_i$  y la salida  $S$  puede escribirse según la expresión (17).

$$S = f(\sum p_i \cdot E_i + u) \tag{17}$$

Además, en la Fig. 5 se muestra el esquema de una neurona aislada.

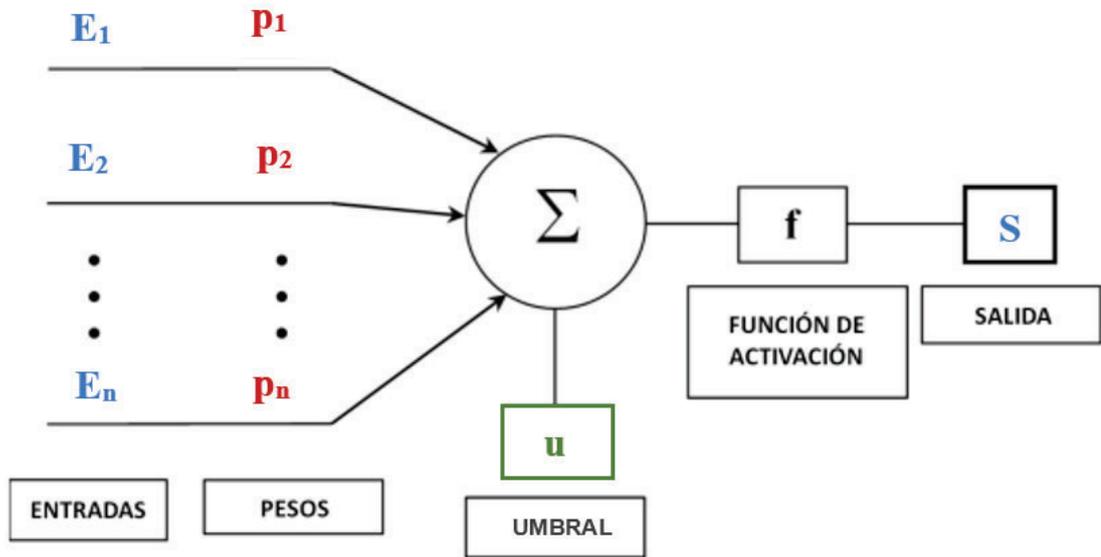


Fig. 5. Esquema de una neurona.

En este tipo de redes, las neuronas se agrupan en 3 tipos de capas según su posición, denominadas capas de entrada, ocultas y de salida. La primera está formada por neuronas conectadas con los datos externos, las segundas procesan y propagan la información de la capa de entrada y, por último, la capa de salida ofrece los resultados deseados.

Los 4320 casos disponibles, calculados previamente, se han dividido aleatoriamente en 3 grupos, utilizados para entrenamiento, validación y test de la red, compuestos por el 50%, 20% y 30% de los datos, respectivamente.

En primer lugar, se realiza el entrenamiento de la red, que consiste en determinar mediante un proceso iterativo los pesos y umbrales óptimos para encontrar la relación existente entre los datos de entrada y los de salida. En este caso se ha utilizado el algoritmo de aprendizaje supervisado hacia adelante por retropropagación Levenberg-Marquardt, que consiste en procesar las entradas, obtener las salidas correspondientes y compararlas con las salidas deseadas hasta que el error entre salidas deseadas y obtenidas por la red es inferior a un valor predeterminado. Simultáneamente al proceso de entrenamiento, para cada paso de cálculo, se realiza una validación, que consiste en utilizar la red calculada hasta ese momento para estimar salidas de datos diferentes a los usados durante el entrenamiento y, por último, una vez determinados los pesos y umbrales óptimos, se realiza un proceso de test de la red, en el que se utiliza un nuevo conjunto de datos de entradas y salidas, diferentes a los utilizados anteriormente.

El algoritmo desarrollado en este trabajo consta de una red perceptrón multicapa, MLP por sus siglas en inglés, que permite estimar tanto el tamaño como la posición de la fisura a partir de los datos de entrada. En la Fig. 6 se muestra el esquema de la red desarrollada en la que se pueden ver sus entradas y salidas.

En cuanto a las funciones de activación  $f$ , se ha usado la función tangente hiperbólica en todas las capas, excepto en la capa de salida, en la que se ha utilizado una función lineal.

El número adecuado de capas y neuronas se ha determinado mediante un estudio de diferentes arquitecturas de RNA. Las variables utilizadas para comprobar la precisión de cada arquitectura han sido, para el total de los  $n=4320$  casos, el error cuadrático medio (ECM), calculado según la expresión (18), la suma de los cuadrados de los residuos (SCR), según la ecuación (19), y el coeficiente de correlación  $R^2$ .

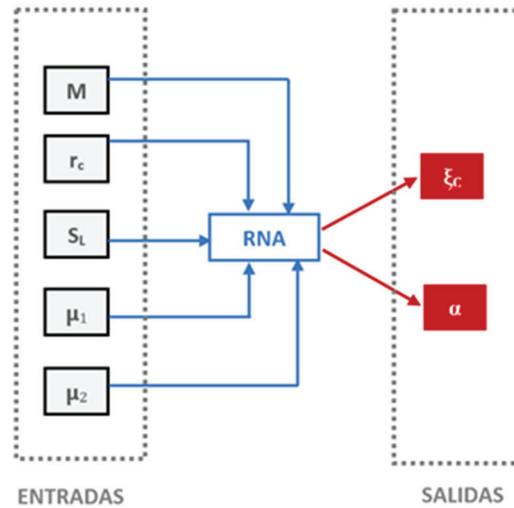


Fig. 6. Esquema de la RNA perceptrón multicapa desarrollada.

$$ECM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i^{est} - y_i)^2 \quad (18)$$

$$SCR = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^{est}) \quad (19)$$

donde  $y_i$  es el valor real de la variable,  $\xi_c$  o  $\alpha$ , e  $y_i^{est}$  es el valor estimado de la red para cada caso. En la Tabla 1 se muestran los resultados del estudio para determinar la arquitectura de la red. La primera columna indica la estructura de la red, 5 neuronas en la capa de entrada que se corresponden con las 5 entradas de la red. A continuación, las capas ocultas, cada número es una capa y su valor el número de neuronas que la componen y, por último, 2 neuronas en la capa de salida, correspondientes con las salidas,  $\xi_c$  y  $\alpha$ . De acuerdo a los resultados obtenidos se ha elegido la red formada por 2 capas ocultas con 20 neuronas cada una de ellas, que es la que presenta menor error.

Tabla 1. Estudio de la arquitectura de la red.

Arquitectura de la RNA	$\xi_c$		
	ECM	SCR	R <sup>2</sup>
[5 10 2]	0.0026	11.2851	0.9803
[5 20 2]	0.0015	6.4526	0.9887
[5 10 10 2]	0.0001	0.4884	0.9992
[5 10 20 2]	$2.38 \cdot 10^{-5}$	0.1029	0.9998
[5 20 20 2]	$6.95 \cdot 10^{-7}$	0.003	0.9999
[5 10 10 10 2]	$1.75 \cdot 10^{-6}$	0.007	0.9999
[5 20 10 10 2]	$8.56 \cdot 10^{-6}$	0.037	0.9999
Arquitectura de la RNA	$\alpha$		
	ECM	SCR	R <sup>2</sup>
[5 10 2]	0.0052	22.6286	0.8592
[5 20 2]	0.0037	15.9918	0.9030
[5 10 10 2]	0.0002	0.9913	0.9943
[5 10 20 2]	$1.88 \cdot 10^{-5}$	0.0813	0.9995
[5 20 20 2]	$9.03 \cdot 10^{-7}$	0.0039	0.9999
[5 10 10 10 2]	$1.75 \cdot 10^{-6}$	0.014	0.9999
[5 20 10 10 2]	$8.56 \cdot 10^{-6}$	0.024	0.9999

### 3. VALIDACIÓN TEÓRICA DEL MODELO PROPUESTO

Con el objetivo de validar la RNA propuesta, en primer lugar, se ha llevado a cabo la comparación de los valores utilizados para el desarrollo de la red, los originales 4320 usados para entrenamiento, validación y test, con los estimados por la misma y, en segundo lugar, para comprobar la robustez y precisión del método, se ha utilizado la RNA propuesta para estimar la posición y tamaño de las fisuras para casos de vigas no utilizadas en la formulación de aquella. En la Fig. 7 se muestra un esquema del procedimiento seguido para el desarrollo y validación teórica de la RNA.

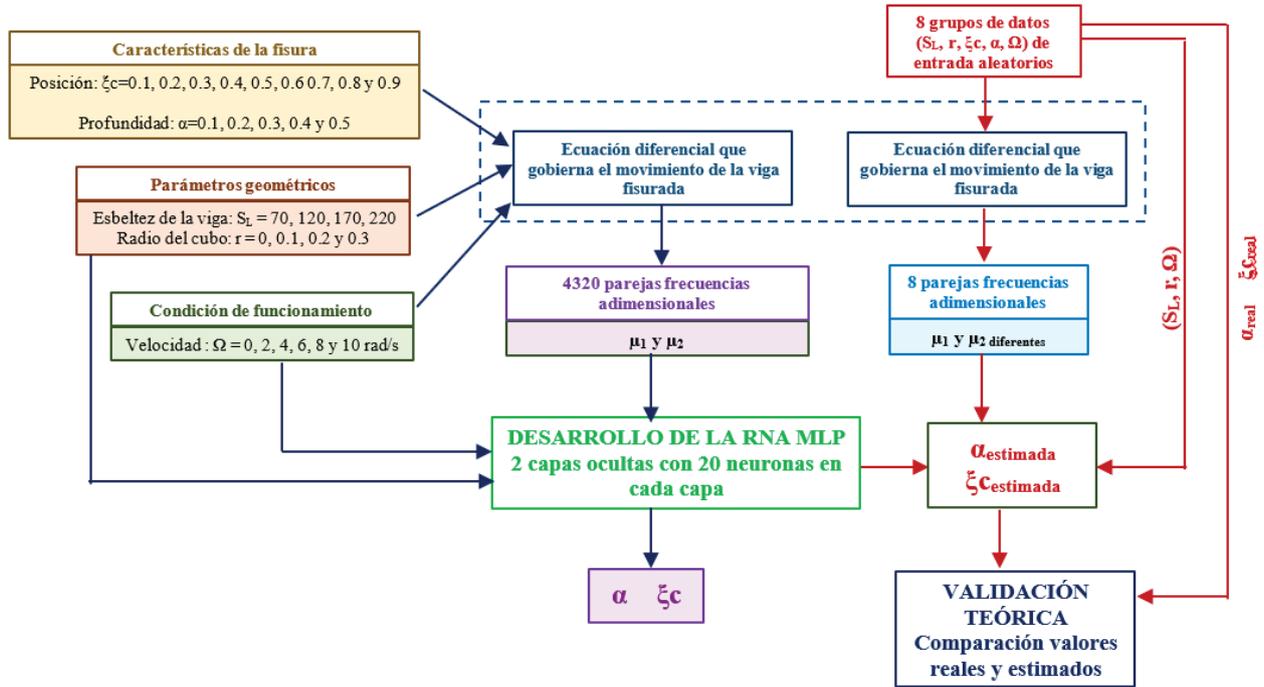


Fig. 7. Esquema del procedimiento seguido para el desarrollo y validación teórica de la RNA.

#### 3.1. Comparación con valores usados en el entrenamiento de la red

En las Fig. 8 y 9 se muestran los valores utilizados en el desarrollo de la red frente a los estimados por la misma para la posición de la fisura ( $\xi_c$ ) y su profundidad ( $\alpha$ ), respectivamente. Las rectas rojas representan la situación ideal en la que los valores reales son iguales a los estimados.

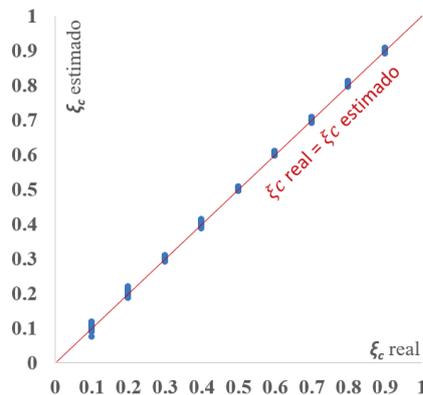


Fig. 8. Comparación entre valores de  $\xi_c$  utilizados en el cálculo de la red y  $\xi_c$  estimados.

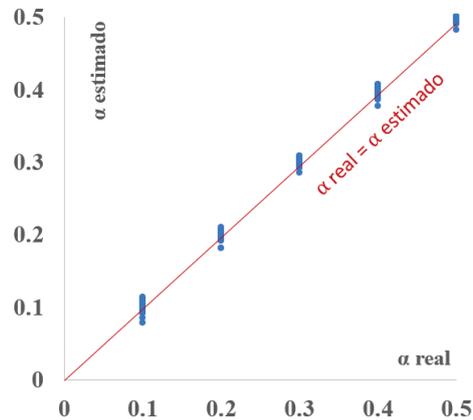


Fig. 9. Comparación entre valores de  $\alpha$  utilizados en el cálculo de la red y  $\alpha$  estimados.

En la Fig. 8 se puede ver que los datos tienen muy buen ajuste respecto a la recta ideal, aunque el error es mayor para los valores más pequeños de  $\zeta_c$ , es decir, cuando la fisura está más cercana al cubo.

En cuanto a la estimación del tamaño de la fisura, en la Fig. 9 se puede ver que para este parámetro también se consigue buen ajuste y el error es similar independientemente del tamaño del defecto.

En la Tabla 2 se pueden ver los errores porcentuales en valor absoluto, calculados según la expresión (20), promedio para el conjunto de los casos en los que el valor de  $\zeta_c$  es el mismo. En la expresión (20)  $n$  es el número de datos para cada caso.

La Tabla 3 es similar para cada conjunto de casos con  $\alpha$  común.

$$\text{Error (\%)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{(y_i - y_i^{est})}{y_i} \right| 100 \quad (20)$$

Tabla 2. Error promedio para cada caso de  $\zeta_c$ .

$\zeta_c$	Error (%)
0.1	0.013
0.2	0.005
0.3	0.003
0.4	0.002
0.5	0.001
0.6	0.002
0.7	0.002
0.8	0.002
0.9	0.001

Tabla 3. Error promedio para cada caso de  $\alpha$ .

$\alpha$	Error (%)
0.1	1.61
0.2	1.00
0.3	0.59
0.4	0.43
0.5	0.34

Los valores de los errores corroboran cuantitativamente los resultados de las Fig. 8 y 9. Los errores calculados son pequeños para ambas variables, posición y tamaño de la fisura, el mayor no supera el 2%, aunque son mayores en el caso del tamaño. Por otra parte, en cuanto a la posición del defecto, el error es

más pequeño a medida que la fisura se aleja del cubo y, en el caso de la profundidad, los errores son mayores para las fisuras más pequeñas.

Para completar el estudio de la comparación entre los valores originales y los estimados por la red, se ha realizado el análisis de los residuos. En las Fig. 10 y 11 se muestran las gráficas de los residuos ( $y_i^{est} - y_i$ ) frente a los valores predichos por la red, para  $\xi_c$  y  $\alpha$ , respectivamente. En ambos casos, los residuos se distribuyen aleatoriamente y no presentan ningún patrón.

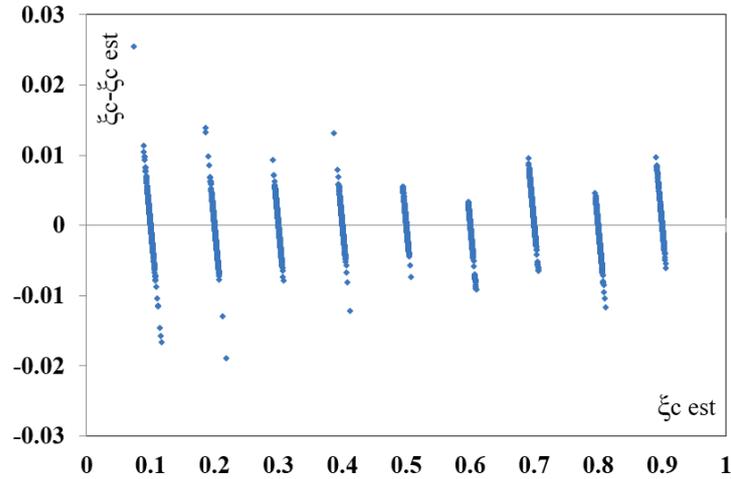


Fig. 10. Valores estimados frente a residuos para la variable  $\xi_c$ .

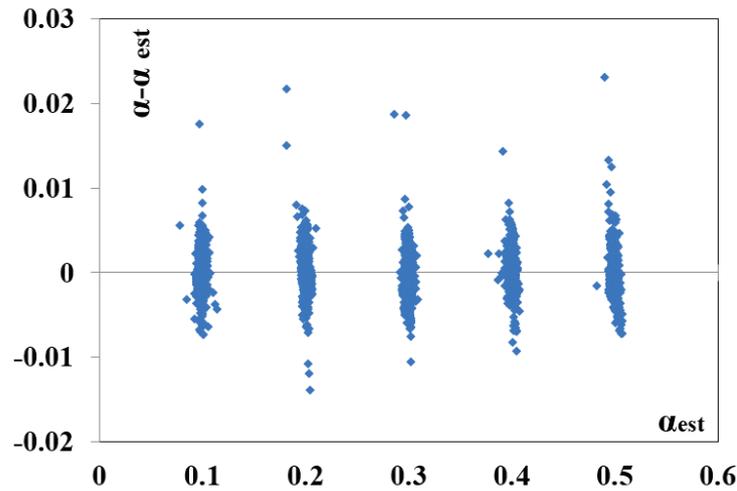


Fig. 11. Valores estimados frente a residuos para la variable  $\alpha$ .

### 3.2. Comparación con valores no usados en el entrenamiento de la red

Con el objetivo de comprobar la robustez y precisión de la RNA propuesta se han elegido aleatoriamente 8 casos de vigas con características diferentes a las utilizadas para su formulación. En la Tabla 4 se muestran los resultados obtenidos. Los datos utilizados son datos teóricos procedentes del modelo de viga de Euler-Bernoulli presentado en el apartado 2.1, validado en trabajos anteriores de los mismos autores [8].

Como se puede ver el Tabla 4, la estimación ofrece buenos resultados, en ninguno de los casos el error es mayor del 10%. En el caso de la profundidad el máximo es de 8% para  $\alpha=0.12$ , y en el caso de la posición es de 9% para  $\xi_c=0.22$ .

Tabla 4. Comparación con valores no usados en la formulación de la RNA.

$\Omega$ (rad/s)	$S_L$	$r_c$	$\alpha$	$\alpha$ estimado	$\xi_c$	$\xi_c$ estimado
5.4	85	0.12	0.17	0.17	0.21	0.20
9.6	210	0.23	0.34	0.34	0.58	0.59
5.8	132	0.08	0.42	0.42	0.68	0.68
6.3	133	0.23	0.12	0.13	0.66	0.65
2.1	75	0.12	0.27	0.27	0.43	0.43
3.4	216	0.01	0.16	0.17	0.89	0.89
8.5	98	0.17	0.48	0.46	0.22	0.20
1.5	106	0.25	0.38	0.35	0.77	0.76

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta el estudio teórico inicial, necesario para la posterior aplicación práctica, del desarrollo de una Red Neuronal Artificial (RNA) para la detección e identificación de fisuras en vigas rotatorias tipo Euler-Bernoulli a bajas velocidades, típicas, por ejemplo, de palas de aerogeneradores o palas de helicóptero.

La metodología propuesta, basada en RNA, ofrece muy buenos resultados teóricos en la estimación de la profundidad y la posición de la fisura. Si se comparan las estimaciones obtenidas con los datos empleados para la formulación de las RNA los errores para ambas variables no superan el 2%. Si la comparación se realiza con valores, obtenidos del modelo matemático, diferentes a los usados en el desarrollo de la red, la estimación, como cabía esperar, no es tan buena, pero en ningún caso de los analizados el error supera el 10%.

Como trabajo futuro, la validación de la metodología propuesta se debe completar con una validación experimental. Esto se deberá hacer con un dispositivo experimental que permita variar la velocidad de giro y en el que se realicen ensayos con probetas de diferentes radios de cubo, esbelteces y fisuras de diferente tamaño y posición. Los ensayos proporcionarán, en cada caso, los valores de las frecuencias naturales que servirán de entrada a la RNA desarrollada. Debido a la simplificación de las ecuaciones de partida de comportamiento de la viga y a los errores inevitables de medición en los ensayos, puede ser esperable que los errores que se obtengan en la comprobación práctica sean mayores que los obtenidos teóricamente, aunque siempre dentro de límites aceptables para la validación del método.

En definitiva, la metodología propuesta supone un imprescindible primer paso en el desarrollo de una RNA que permita detectar e identificar fisuras en elementos tan estratégicos en la industria como palas de helicóptero o álabes de turbinas cuando se encuentren girando en condiciones de baja velocidad.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Proyecto financiado por la Agencia Estatal de Investigación (PID2019-104799GB-I00/ AEI / 10.13039/501100011033) por los fondos que han permitido la realización de este trabajo.

#### REFERENCIAS

- [1] Lee, J.W, Lee, J.Y., “In-plane bending vibration analysis of a rotating beam with multiple edge cracks by using the transfer matrix method”, *Meccanica*, **52**, 1143–1157 (2017)
- [2] Wauer, J., “Dynamics of cracked rotating blades”, *Applied Mechanics Reviews*, **44**, 273-278 (1991)
- [3] Valverde-Marcos, B., Muñoz-Abella, B., Rubio, P., Rubio, L., “Influence of the rotation speed on the dynamic behaviour of a cracked rotating beam”, *Theoretical and applied fracture mechanics*, **117**, 103209 (2022)

- [4] Chen, L.W., Chen, C.L., “Vibration and stability of crack thick rotating blades”, *Computers & Structures*, **28**, 67-74 (1988)
- [5] Yashar, A., Ferguson, N., Ghandchi-Tehrani, M., “Simplified modelling and analysis of a rotating Euler-Bernoulli beam with a single cracked edge”, *Journal of Sound and Vibration*, **420**, 346-356 (2018)
- [6] Banerjee A., Pohit, G., “Crack detection in rotating cantilever beam by continuous wavelet transform”, *Applied Mechanics and Materials*, **592-594**, 2021-2025 (2014)
- [7] Bhat, R.B., “Transverse vibrations of a rotating uniform cantilever beam with tip mass as predicted by using beam characteristic orthogonal polynomials in the Rayleigh-Ritz Method”, *Journal of Sound and Vibration*, **105**(2), 199-210 (1986)
- [8] Muñoz-Abella, B., Rubio, L., Rubio, P., “Closed-Form Solution for the Natural Frequencies of Low-Speed Cracked Euler-Bernoulli Rotating Beams”, *Mathematics*, **10**, 4742 (2022)
- [9] Liu, S.W., Huang, J.H., Sung, J.C., Lee, C.C., “Detection of cracks using neural networks and computational mechanics”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **191**, 2831-2845 (2002)
- [10] Kekan, A.H, Kumar, B.R., “Crack depth and crack location identification using artificial neural network”, *International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development*, **9**(2), 699-678 (2019)
- [11] Muñoz-Abella, B., Ruiz-Fuentes, A., Rubio, P., Montero, L., Rubio, L., “Cracked rotor diagnosis by means of frequency spectrum and artificial neural networks”, *Smart Structures and Systems*, **25**(4), 459-469 (2020)
- [12] Chaves, J.S., Lopes, M.L.M., Chavarette, F.R., Parra, F., “Rede neural artificial Artmap-Fuzzy aplicada no reconhecimento de falhas estruturais”, *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica*, **21**(1), 3-11 (2017)
- [13] Rubio, P., Muñoz-Abella, B., Rubio, L., “Modelo de comportamiento vibratorio de una viga rotatoria fisurada”. *Anales de Ingeniería Mecánica*, Año 22 (2021)
- [14] Banerjee, J.R. “Free vibration of centrifugally stiffened uniform and tapered beams using the dynamic stiffness method”, *Journal of Sound and Vibration*, **233**(5), 857-875 (2000)
- [15] Chondros, T.G., Dimarogonas, A.D., Yao, J., “A continuous cracked beam vibration theory”, *Journal of Sound and Vibration*, **215**, 17-34 (1998)
- [16] Lee, J.W., Lee, J.Y., “Free vibration analysis of a rotating double-tapered beam using the transfer matrix method”, *Journal of Mechanical Science and Technology*, **34**(7), 2731-2744 (2020)
- [17] Haykin, S., *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, Prentice Hall (1999)

## **DETECTING AND IDENTIFYING CRACKS IN LOW-SPEED SLENDER ROTATING BEAMS THROUGH MODAL PARAMETERS AND ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS**

**Abstract** – Rotating beams represent simplified forms of more complex mechanical elements, often found in strategic domains like wind turbine or helicopter blades. The presence of a crack within the beam alters its dynamic behaviour, leading to modifications in modal parameters, such as natural frequencies. This paper presents the theoretical study of an Artificial Neural Network (ANN), using MATLAB commercial software, for the detection and identification of cracks in rotating Euler-Bernoulli type beams at low speeds, typical of wind turbine blades, based on the changes in the natural frequencies of the component. The input data to the Artificial Neural Network have been obtained from an analytical model of the dynamic behaviour of the cracked rotating beam with which the values of the natural frequencies of vibration in a plane perpendicular to the plane of rotation (flapwise) can be calculated as a function of the rotational speed, the slenderness of the beam, and the radius of the hub that separates the end of the beam from the axis of rotation.

**Keywords** – Artificial Neural Networks, Cracked Rotating Beams, Natural Frequencies, Euler-Bernoulli Beams, Crack Detection and Identification.





