

ANÁLISIS DE LOS PRÓLOGOS DE LOS TEXTOS ALGEBRAICOS PUBLICADOS EN ESPAÑA DURANTE EL SIGLO XVI^α

*Analysis of the prefaces of the algebraic texts published in Spain
during the 16th century*


José M. Muñoz-Escolano^β y Antonio M. Oller-Marcén^γ

Fecha de recepción: 21/01/2019 • Fecha de aceptación: 27/04/2019

Resumen. En este trabajo, utilizando el método de investigación histórico, se analizan los prólogos de aquellas obras escritas en español y publicadas durante el siglo XVI que poseen contenido algebraico. En concreto, se han estudiado un total de diez prólogos, provenientes de seis textos escritos por cuatro autores. El análisis documental realizado se lleva a cabo en un doble plano. Por un lado, se identifican los temas generales abordados por los autores en los fragmentos considerados y, por otro lado, se identifican rasgos relacionados con las concepciones y creencias de los autores respecto a aspectos relacionados con la naturaleza de las matemáticas, con su enseñanza y su aprendizaje. La metodología utilizada es de tipo cualitativo y sigue un enfoque deductivo. Se han identificado una gran variedad de temas generales tanto en los prólogos dirigidos al lector como en aquellos dirigidos a personas concretas, mientras que los aspectos relacionados con concepciones y creencias se concentran principalmente en los prólogos al lector. Las categorías utilizadas cubren la práctica totalidad del texto analizado. Los temas más tratados tienen que ver con las declaraciones de intenciones, la veracidad, la importancia y la novedad o tradición. En cuanto a las creencias, los aspectos más tratados tienen que ver con la naturaleza de las matemáticas, seguidos de aquellos que tienen que ver con cómo enseñar o aprender matemáticas.

Palabras clave: Matemáticas; Siglo XVI; Álgebra; Prólogos; Creencias.

^α Financiado por el Gobierno de Aragón (Grupo 36_17D) y cofinanciado con Feder 2014-2020 «Construyendo Europa desde Aragón» y el Proyecto MINECO EDU2016-78764-P.

^β Dpto. de Matemáticas - IUMA, Facultad de Educación, Universidad de Zaragoza. C. Pedro Cerbuna, 12, 50009 Zaragoza, España. jmescola@unizar.es  <https://orcid.org/0000-0002-8713-4591>

^γ Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza - IUMA. Ctra. de Huesca, s/n, 50090 Zaragoza, España. oller@unizar.es  <https://orcid.org/0000-0002-8191-3199>

Abstract. *In this work, we use the historical research method to analyze the prefaces of those texts written in Spanish and published during the 16th century that had algebraic content. In particular, we have studied ten prefaces from six books written by four authors. The analysis is twofold. On one hand, we identify the general themes treated by the authors in the chosen fragments. On the other hand, we identify characteristics related to the authors' conceptions and beliefs about different aspects related to the nature of mathematics, its teaching and its learning. The methodology used is of a qualitative nature and follows a deductive approach. A great variety of general topics have been identified both in the prologues addressed to the reader and in those addressed to a specific person, while the aspects related to conceptions and beliefs are mainly concentrated in the prefaces to the reader. The categories used cover practically all of the analyzed text. The most discussed topics are those related to the declarations of intentions, to veracity and to the questions of novelty or tradition. Regarding beliefs, the most discussed aspects are those related to the nature of mathematics, followed by those related to how to teach or learn mathematics.*

Keywords: *Mathematics; 16th century; Algebra; Prefaces; Beliefs.*

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

La matemática europea vivió profundos cambios durante el siglo XVI.¹ La invención de la imprenta, todavía reciente, contribuyó a su difusión y también a la aparición de múltiples textos matemáticos tanto en latín como en lengua vernácula. Un claro ejemplo de esto puede verse en la proliferación de aritméticas prácticas en el ámbito de la Corona de Aragón.²

En su ya clásica obra,³ al abordar el estudio de los tratadistas españoles de esta época, Julio Rey Pastor distingue entre Aritméticos, Algebristas y Geómetras. Entre los algebristas, entendidos como autores de tratados dedicados total o parcialmente al álgebra, Rey Pastor señala a Marco Aurel, a Juan Pérez de Moya, a Antich Rocha y a Pedro Núñez. A esta reducida nómina de autores debe sumarse Juan Pérez de Mesa,

¹ Fátima Romero Vallhonestá, «The “rule of quantity” in Spanish Algebras of the 16th century. Possible sources», *Actes d'història de la ciència i de la tècnica* 4 (2011): 93-116.

² Vicente Salavert Fabiani, «Introducción la historia de la aritmética práctica en la Corona de Aragón en el siglo XVI», *Dynamis: Acta hispánica ad Medicinæ Scientiarumque Historiam Illustrandam* 10 (1990): 63-91.

³ Julio Rey Pastor, *Los matemáticos españoles del siglo XVI* (Madrid: A. Medina, 1926).

quién también compuso un manuscrito de contenido algebraico que, aparentemente, no llegó a publicarse.⁴ Por otro lado, en el monasterio de Sant Cugat existe un manuscrito, datado a principios del siglo XVI, con contenido algebraico.⁵ Así pues sólo se conocen las identidades de cinco autores que escribieron textos en castellano (aunque dos de ellos no eran españoles, Marco Aurel era alemán y Pedro Núñez portugués) dedicados a la difusión o a la enseñanza del álgebra. Debemos indicar, no obstante, que existen otros textos en el siglo XVI que poseen contenidos relacionados con el álgebra. Por ejemplo, la reedición de 1552 del *Tractado subtilissimo de arismetica y de geometria* de Juan de Ortega realizada por Gonzalo Busto incluye en su parte final una colección de trece problemas que se resuelven mediante las técnicas algebraicas de la época. Lo mismo sucede con el *Sumario compendioso* de Juan Díez Freyle, primer texto matemático publicado en América en 1556, que también contiene en su parte final una colección de diez problemas «de arte mayor», término utilizado comúnmente en la época para referirse al álgebra. Sin embargo, en ninguna de estas dos obras aparece explicación alguna sobre las reglas y la terminología utilizadas.

Sobre diversos aspectos del tratamiento dado al álgebra en la España del XVI referimos al lector interesado a los trabajos de Massa-Esteve⁶ o de Romero-Vallhonestá⁷ en los que se abordan aspectos como las técnicas o el simbolismo utilizado, así como a la tesis doctoral de Romero-Vallhonestá⁸ para un estudio en profundidad. También Madrid⁹ realiza un completo análisis matemático, didáctico y social de diez libros de aritmética del siglo XVI entre los

⁴ Fátima Romero Vallhonestá, «Una aproximació al pensament algebraic a l'Espanya del segle XVI. Estudi del manuscrit 2294 de la Biblioteca de la Universitat de Salamanca» (Tesis de Máster, Treball de recerca d'Història de les Ciències, Universidad Autónoma de Barcelona, 2007).

⁵ Javier Docampo Rey, «Reading Luca Paioli's Summa in Catalonia: An early 16th-century Catalan manuscript on algebra and arithmetic», *Historia Mathematica* 33 (2006): 43-62.

⁶ María Rosa Massa Esteve, «Spanish "Arte Mayor" in the Sixteenth century», en *Pluralité de l'Algèbre à la Renaissance*, dirs. Sabine Rommevaux, Maryvonne Spiesser y María Rosa Massa Esteve (París: Honoré Champion, 2012), 103-126.

⁷ Fátima Romero Vallhonestá, «Algebraic symbolism in the first algebraic works in the Iberian Peninsula», *Philosophica* 87 (2012): 117-152.

⁸ Fátima Romero Vallhonestá, «L'álgebra a la Península Ibèrica del segle XVI» (Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona, 2018).

⁹ María José Madrid, «Los libros de aritmética en España a lo largo del siglo XVI» (Tesis doctoral, Universidad de Salamanca, 2016).

que se encuentran las obras de los algebristas. Molina¹⁰ lleva a cabo diversos estudios centrados en aspectos lingüísticos del discurso matemático de la época. Por su parte, sobre cuestiones generales relativas a la enseñanza de las matemáticas en la época, remitimos al trabajo de Navarro-Brotóns.¹¹

El análisis de textos dedicados a la enseñanza de las Matemáticas no solo tiene un interés histórico, también lo tiene desde el punto de vista de la Educación Matemática.¹² Se trata de un activo campo de estudio¹³ con gran riqueza de enfoques.¹⁴ Más allá del análisis de sus contenidos puramente matemáticos, existen otras variables o indicadores que pueden resultar interesantes. Maz-Machado y Rico¹⁵ en su estudio sobre textos españoles de los siglos XVIII y XIX estudian, por ejemplo, los principios filosóficos y didácticos de los autores o cómo se recoge el interés social de las matemáticas. Estos aspectos «extramatemáticos» no siempre aparecen recogidos en el cuerpo del texto, sino que información relevante sobre los mismos aparece en elementos adyacentes al mismo como la portada, los prólogos, las notas al pie de página, etc.

Así, nuestro principal objetivo en este trabajo será llevar a cabo el análisis de los prólogos de los textos sobre álgebra escritos en España durante el siglo XVI. Más concretamente, nos marcamos los dos objetivos específicos siguientes:

¹⁰ Itziar Molina, «En torno a las incógnitas del álgebra: Cosa, Segunda cosa y Cantidad. Análisis de una terminología renacentista», *Cuadernos AISPI. Estudios de Lenguas y Literaturas Hispánicas* 6 (2015): 127-146. *Letras, números e incógnitas: estudio de las voces aritmético-algebraicas del Renacimiento* (Madrid-Frankfurt: Iberoamericana-Vervuert, 2017). «La retórica de las matemáticas en los tratados aritmético-algebraicos del Renacimiento», *RILCE* 34, no. 1 (2018): 286-311.

¹¹ Víctor Navarro Brotóns, «The Teaching of the Mathematical Disciplines in Sixteenth-Century Spain», *Science & Education* 15 (2006): 209-233.

¹² Gert Schubring, «On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author», *For the Learning of Mathematics* 7, no. 3 (1987): 41-51.

¹³ Gert Schubring y Lianghuo Fan, «Recent advances in mathematics textbook research and development: an overview», *ZDM Mathematics Education* 50, no. 5 (2018): 756-771.

¹⁴ Lianghou Fan, Yan Zhu y Zhenzhen Miao, «Textbook research in mathematics education: development status and directions», *ZDM Mathematics Education* 45, no. 6 (2013): 633-646.; Ji-Won Son y Jiri Dileti, «What can we learn from textbook analysis», en *What Matters? Research Trends in International Comparative Studies in Mathematics Education*, eds. Ji-Won Son, Tad Watanabe y Jane-Jane Lo (New York: Springer, 2017), 3-32.

¹⁵ Alexander Maz Machado y Luis Rico, «Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX», *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 18, no. 1 (2015): 49-76.

1. Realizar un análisis temático de los prólogos.
2. Obtener información sobre las concepciones y creencias del autor hacia la matemática.

De este modo, ampliamos y mejoramos un trabajo previo de los autores¹⁶ en el que se realizó un estudio similar centrado en las obras escritas por el bachiller Juan Pérez de Moya.

MARCO TEÓRICO

Gérard Genette¹⁷ utiliza el término ‘paratexto’ para referirse a los diversos acompañamientos de un texto escrito que hacen que dicho texto «se convierta en un libro». En dicha obra, Genette proporciona un listado bastante exhaustivo de los posibles paratextos que pueden acompañar a una obra (ver tabla 1).

Tabla 1. Posibles paratextos de una obra según Genette

Peritextos del editor (portada, portadilla, anexos, etc.)	Epigramas
Nombre del autor	Prefacios
Título	Intertítulos
Prière d’insérer	Notas
Dedicatorias (del trabajo y del ejemplar)	Epitextos (públicos o privados)

Si bien el concepto de paratexto es propio de cualquier obra impresa, existen algunos estudios centrados en el análisis de los paratextos en textos de contenido puramente matemático. Por ejemplo, Garnica, Gomes y Andrade¹⁸ utilizan los paratextos como uno de sus principales focos

¹⁶ José M. Muñoz-Escolano y Antonio M. Oller-Marcén, «Análisis de los prólogos de los textos matemáticos del Bachiller Juan Pérez de Moya», en *Actas del IV Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática*, eds. Dolores Carrillo, Encarna Sánchez, José Manuel Matos, Pedro Luis Moreno y Wagner Rodríguez (Murcia: CEME, 2019), 237-243.

¹⁷ Gérard Genette, *Paratexts: thresholds of interpretation* (Cambridge: Cambridge University Texts, 1997).

¹⁸ Antonio Vicente Marafioti Garnica, Maria Laura Magalhães Gomes y Miriam Maria Andrade, «The Memoirs of Lacroix: on public education in revolutionary France, in general, and on the teaching of mathematics, in particular», *Bolema: Boletim de Educação Matemática* 26, no. 44 (2012): 1227-1260.

de análisis para abordar el estudio detallado del *Essais sur l'enseignement en général, et sur celui des mathématiques en particulier de Lacroix*. Por su parte, Barbosa¹⁹ ha analizado los paratextos de algunos manuales matemáticos franceses y sus traducciones al portugués para ilustrar el proceso de adaptación necesario a la hora de importar esos libros al contexto de la Real Academia Militar de Río de Janeiro.

Dentro de los paratextos, los prólogos (o prefacios) ocupan un lugar de especial importancia como fuente de información. Cuando existen, pueden proporcionarnos información muy diversa sobre múltiples aspectos como las motivaciones e intenciones del autor a la hora de escribir el texto, la génesis o el origen de las ideas que se presentan, el público al que se dirige, etc. Genette clasifica los prólogos de una obra según distintos criterios. Así, según el momento en que se escribieron, se habla de prólogos originales, ulteriores o tardíos. Según el papel del autor, se distingue entre prólogos autorales, actorales o alógrafos y según el régimen del autor entre auténticos, ficticios y apócrifos. En la tabla 2 se presenta una breve descripción de cada uno de estos tipos.

Tabla 2. Tipos de prólogos según Genette

Momento	Original	Aparece en la primera edición de la obra.
	Ulterior	Aparece en una edición posterior a la primera.
	Tardío	Aparece en una edición tardía, posiblemente póstuma.
Papel del autor	Autoral	Escrito por el autor.
	Actoral	Escrito por un personaje de la obra.
	Alógrafo	Escrito por una tercer persona ajena.
Régimen del autor	Auténtico	Escrito por una persona real.
	Ficticio	Escrito por un personaje de ficción.
	Apócrifo	Atribuido falsamente a una persona real.

¹⁹ Elton Morais Barbosa, «As matemáticas puras e mistas em a Academia Real Militar do Rio de Janeiro: análise de paratextos de tratados, elementos e compêndios» (Tesis doctoral, Universidad de Sao Paulo, 2014).

Por el tipo de obra y el enfoque que pretendemos dar al estudio, vamos a prestar especial atención a los prólogos de tipo original-autoral-auténtico. Es decir, aquellos aparecidos en la primera edición de la obra y escritos por el propio autor, que es evidentemente una persona real. Genette señala que este tipo de prólogos tiene la función fundamental de asegurar que el texto se lee correctamente. En particular, estos prólogos proporcionan información sobre por qué leer el libro y sobre cómo debe leerse. En relación con cada una de estas dos cuestiones, Genette identifica una serie de temas que pueden aparecer en los prólogos. La tabla 3 recoge y describe brevemente dichos temas.

Tabla 3. Temas relacionados con las funciones de los prólogos según Genette

Temas relacionados con por qué leer el libro	Importancia	Comentarios sobre la importancia o la utilidad de leer el libro.
	Novedad o tradición	Comentarios sobre la originalidad del texto o su adhesión a tradiciones anteriores.
	Unidad	Comentarios para justificar que una colección forma un todo coherente.
	Veracidad	Comentarios para convencer al lector sobre la fiabilidad, la sinceridad o la buena fe al escribir el texto.
	Pararrayos	Comentarios que tratan de frenar críticas.
Temas relacionados con cómo leer el libro	Génesis	Comentarios sobre el origen del trabajo.
	Elección del público	Comentarios sobre el tipo de lector al que se dirige.
	Comentarios al título	Comentarios aclarando y completando del título de la obra.
	Contratos de ficción	Para obras de ficción, comentarios aclarando el carácter ficticio de la obra.
	Orden de lectura	En obras didácticas, comentarios complementando o aclarando el índice.
	Información contextual	Comentarios ubicando el libro en un plan mayor o anunciando futuras obras.
	Declaraciones de intención	Comentarios sobre la intención o los motivos del autor al escribir el texto.
	Definiciones de género	Comentarios clasificando o caracterizando la obra.

En el caso de los prólogos de textos matemáticos, Vitrac²⁰ aborda de forma detallada su análisis en textos de la Grecia clásica. Schmelzer²¹ aborda un estudio en el que analizan de forma pormenorizada los prólogos de veinticuatro obras matemáticas españolas del siglo XVI a nivel argumentativo, estructural y estilístico. Por su parte, Christiansen²² pone de manifiesto la información contextual y sobre aspectos didácticos que puede encontrarse en los prefacios analizando el caso de un texto noruego sobre Aritmética del primer tercio del XIX. El prólogo de un texto matemático también puede proporcionar interesante información respecto a las concepciones y creencias del autor respecto a las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje. Oller-Marcén y Muñoz-Escolano,²³ muestran este hecho mediante un estudio de caso centrado en la obra de Thomas Vicente Tosca.

Existen multitud de trabajos en el ámbito de la Educación Matemática que abordan el estudio de las concepciones y creencias de los distintos actores del proceso de enseñanza y aprendizaje en relación a las matemáticas, a su enseñanza y su aprendizaje.²⁴ La definición de los términos ‘concepción’ y ‘creencia’ es problemática. Aquí seguiremos el enfoque de Flores²⁵ que se basa en Ernest.²⁶ Flores, Batanero y Godino²⁷

²⁰ Bernard Vitrac, «Promenade dans les préfaces des textes mathématiques grecs anciens», en *Liber amicorum Jean Dhombres*, ed. Patricia Radelet-deGrave (Turnhout: Brepols, 2008), 519-556.

²¹ Felix Kurt Ernst Schmelzer, *La retórica del saber: El prólogo de los tratados matemáticos en lengua española (1515-1600)* (New York: IDEA/IGAS, 2016).

²² Andreas Christiansen, «The function of a preface: contextual information and didactical foundation described in the preface of a textbook in arithmetics from 1825», en «Dig where you stand 4». *Proceedings of the Fourth International Conference on the History of Mathematics Education*, eds. Kristín Bjarnadóttir, Fulvia Furighetti, Marta Menghini, Johan Prytz y Gert Schubring (Roma: Edizioni Nuova Cultura, 2017), 415.

²³ Antonio M. Oller Marcén y José M. Muñoz Escolano, «Concepciones sobre la matemática, su enseñanza y su aprendizaje en el Compendio Mathematico de Thomas Vicente Tosca», *Comunicación presentada en International Congress 300 Anniversary Gottfried Wilhelm Leibniz* (Barcelona, 2016).

²⁴ Alba G. Thompson, «Teachers beliefs and conceptions: A synthesis of research», en *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, ed. Douglas A. Grouws (New York: MacMillan, 1992), 127-146.; Frank Pajares, «Teachers’ beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct», *Review of Educational Research* 62, no. 39 (1992): 307-332.; Gilah C. Leder, Erkki Pehkonen y Günter Törner, *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (Holanda: Kluwer, 2002).

²⁵ Pablo Flores, *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje. Investigación durante las prácticas de enseñanza* (Granada: Comares, 1998).

²⁶ Paul Ernest, *Philosophy of mathematics education* (London: Falmer Press, 1991).

²⁷ Pablo Flores, Carmen Batanero y Juan D. Godino, «Aplicación del análisis de textos mediante técnicas multivariantes al estudio del cambio de concepciones sobre las matemáticas, su enseñanza

consideran cinco planos para clasificar las concepciones y creencias: epistemológico, cognitivo-epistemológico, didáctico, cognitivo-didáctico y didáctico-epistemológico. Además, estos autores consideran otra variable que describe las interacciones entre el sujeto y el conocimiento: gnoseológica, ontológica y validativa (tabla 4).

Tabla 4. Planos y etapas en las concepciones y creencias sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje según Flores y Flores, Batanero y Godino

Planos de reflexiones sobre concepciones y creencias	Epistemológico	Reflexiones desde la perspectiva epistemológica sobre la relación entre el autor, los campos de problemas, y la comunidad científica que asume y acuerda que los problemas son interesantes y que el conocimiento propuesto que los resuelve es un conocimiento matemático sabio.
	Cognitivo-epistemológico	Reflexiones desde la perspectiva cognitiva sobre las operaciones internas que ocurren en una persona para incrementar su conocimiento personal acerca un conocimiento matemático.
	Cognitivo-didáctico	Reflexiones desde la perspectiva cognitiva sobre las operaciones internas que ocurren en un aprendiz para incrementar su conocimiento personal acerca de un conocimiento matemático escolar.
	Didáctico	Reflexiones sobre la enseñanza de las matemáticas y las relaciones entre el conocimiento matemático escolar, los sujetos que intervienen en los procesos de enseñanza y la comunidad escolar.
	Didáctico-epistemológico	Reflexiones, desde un punto de vista epistemológico, de los conocimientos propios de la didáctica de las matemáticas con vistas a generar conocimiento científico sobre la educación matemática.
Etapas en la interacción del sujeto y el conocimiento	Gnoseológica	Reflexiones sobre la forma en que los sujetos interactúan con el conocimiento.
	Ontológica	Reflexiones sobre la caracterización del conocimiento.
	Validativa	Reflexiones sobre la forma en que se valida el conocimiento.

y su aprendizaje», *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 3, no. 3 (2000): 339-356.

MÉTODO Y MUESTRA

El trabajo se ha llevado a cabo siguiendo las fases clásicas del proceso de investigación histórico: heurística, crítica y hermenéutica.²⁸

En la fase heurística se han buscado y seleccionado las fuentes documentales. En nuestro caso se han consultado ejemplares de todas las obras con contenido algebraico relevante publicadas en España durante el siglo XVI. La restricción a obras publicadas implica descartar el manuscrito de Pérez de Mesa que, como ya comentamos, no llegó a imprimirse. Por otra parte, textos como la reedición de 1552 del *Tractado subtilissimo de arismetica y de geometria* de Juan de Ortega o el *Sumario compendioso* de Díez Freyle tampoco han sido incluidos en la muestra al ser juzgado su contenido algebraico como anecdótico o poco relevante. En definitiva, en la tabla 5 se presentan las seis obras analizadas.

Tabla 5. Obras analizadas de cada autor con el año de su primera edición

Autor	Obra	Año 1ª Ed.
Marco Aurel	<i>Libro primero de arithmetica algebratica</i>	1552
Juan Pérez de Moya	<i>Compendio de la regla de la cosa</i>	1558
	<i>Arithmetica practica y specvlatiua</i>	1562
	<i>Tratado de Mathematicas</i>	1573
Antich Rocha	<i>Arithmetica</i>	1564
Pedro Núñez	<i>Libro de algebra en arithmetica y geometria</i>	1567

Existen versiones digitalizadas de estas seis obras. Por su importancia, se han consultado trece ediciones de la *Arithmetica practica, y specvlatiua* de entre 1562 y 1784, del mismo modo se han revisado las dos ediciones conocidas de la obra de Rocha de los años 1564 y 1565.

En la fase crítica se ha recogido la información relevante para el estudio. En concreto, se ha observado si cada una de las obras consultadas contenía algún prólogo de tipo original-autoral-auténtico. En caso de

²⁸ Julio Ruíz Berrio, «El método histórico en la investigación histórica de la Educación», *Revista Española de Pedagogía* 134 (1976): 449-475.

contenerlos, éstos se han transcrito para su posterior análisis utilizando lenguaje moderno y traduciendo al castellano en caso necesario. La transcripción obtenida se ha procesado utilizando el software de análisis cualitativo *QDA Miner 4 Lite*. Los criterios de autenticidad, credibilidad, representatividad y significado señalados por Scott²⁹ se satisfacen ya que se han consultado las fuentes originales.

Finalmente, en la fase hermenéutica se ha llevado a cabo el análisis de la información obtenida. Este análisis se ha realizado en dos planos, de acuerdo con los objetivos específicos de la investigación. Por un lado, realizamos un análisis temático³⁰ en el que se identifican los temas abordados por los distintos autores los prólogos de sus obras. Para este análisis temático se adopta un enfoque deductivo utilizando las categorías descritas por Genette³¹ que han sido presentadas en la tabla 3. Por otro lado, para analizar las concepciones y creencias del autor hacia la matemática puestas de manifiesto en sus prólogos, utilizamos de nuevo un enfoque inductivo a partir de las categorías empleadas en trabajos anteriores,³² adaptadas del trabajo de Flores³³ que se resumen en la tabla 6.

Tabla 6. Categorías para el análisis de las concepciones y creencias

	Ontología	Gnoseología	Validación/Validez
Plano matemático	¿Qué son y para qué sirven las matemáticas?	¿Cómo se hacen o descubren las matemáticas?	¿Cómo se sanciona el conocimiento matemático?
Plano docente	¿Qué significa enseñar matemáticas?	¿Cómo se puede o debe enseñar matemáticas?	¿Cómo se valida la enseñanza de las matemáticas?
Plano discente	¿Qué significa aprender matemáticas?	¿Cómo se puede o debe aprender matemáticas?	¿Cómo se valida el aprendizaje de las matemáticas?

²⁹ John Scott, *A matter of record: Documentary Sources in Social Research* (Cambridge: Polity Press, 1990).

³⁰ Virginia Braun y Veronica Clarke, «Using thematic analysis in psychology», *Qualitative research in psychology* 3, no. 2 (2006): 77-101.

³¹ Genette, *Paratexts*.

³² Oller Marcén y Muñoz Escolano, «Concepciones de Thomas Vicente Tosca».

³³ Flores, *Concepciones y creencias*.

RESULTADOS

Marco Aurel

De Marco Aurel únicamente se conoce su origen alemán, así como que vivió y enseñó en la ciudad de Valencia. Se conocen dos obras en español de este autor, la segunda de las cuales constituye el primer tratado de álgebra publicado en español. Puig y Fernández³⁴ y Meavilla Seguí³⁵ realizan un análisis descriptivo bastante exhaustivo de esta obra. Madrid, Maz-Machado y León-Mantero³⁶ analizan las distintas representaciones (verbal, numérica y tabular) incluidas en este libro.

La obra analizada, el *Libro primero de arithmetica algebratica*³⁷ contiene dos prólogos originales-autorales-auténticos. El primero de ellos es una epístola a modo de dedicatoria dirigida a Bernardo Cimon. El segundo se dirige explícitamente al lector.

En cuanto a las temáticas, en los prólogos de Marco Aurel encontramos comentarios incluidos en las categorías: Importancia, Novedad o tradición, Veracidad, Pararrayos, Elección de público. Información contextual y Declaraciones de intención.

Marco Aurel, en su dedicatoria, realiza comentarios sobre la importancia y la tradición de las ciencias matemáticas y sobre la importancia de las matemáticas de manera genérica («ser cosa por demás intentar de alcanzar cualesquier otras disciplinas sin el conocimiento de esta: pues vemos que de sola esta todas las otras toman la luz y resplandor»). Sin

³⁴ Luis Puig y Alejandro Fernández, «La Arithmetica Algebratica de Marco Aurel, primer álgebra impresa escrita en español. Preliminares para su estudio», en *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Encarnación Castro*, eds. Luis Rico, María Consuelo Cañadas, Marta Molina e Isidoro Segovia (Granada: Comares, 2013), 1694-1707.

³⁵ Vicente Meavilla Seguí, «Una aproximación al Libro primero de Arithmetica Algebratica de Marco Aurel», en *Memorias del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática. Historia de las ideas algebraicas*, eds. Eugenio Filloy, Luis Puig, y Teresa Rojano (México, DF: CINVESTAV, 1993), 65-95.

³⁶ María José Madrid, Alexander Maz Machado y Carmen León Mantero, «Representations in the Sixteenth-Century Arithmetic Books», *Universal Journal of Educational Research* 3, no. 6, (2015): 396-401.

³⁷ Marco Aurel, *Libro primero de Arithmetica Algebratica, en el qual se contiene el arte Mercantivol, con otras muchas Reglas del arte menor, y la Regla del Algebra, vulgarmente llamada Arte Mayor o Regla de la cosa: sin la qual no se podría entender el decimo de Euclides, ni otros muchos primores, asi en Arithmetica como en Geometria: compuesto, ordenado, y hecho Imprimir por Marco Aurel* (Valencia: Joan de Mey Flandro, 1552).

embargo, en cuanto a los usos de la obra, aunque Aurel señala en varias ocasiones la utilidad de la misma (y de las matemáticas), no se especifica en los prólogos ninguno de esos posibles usos.

Respecto a la categoría de Novedad o tradición, se encuentran comentarios que apuntan en dos direcciones distintas. Por un lado, se señala «el gran estudio, vigilancia, y trabajo que nuestros antepasados tuvieron por bien tomar, solo por venir en conocimiento de esta ciencia», y como antecedentes se cita a autores clásicos como Platón, Arquímedes, Euclides, Boecio, así como, otros vinculados con la iglesia católica, que ponderaron el valor de las matemáticas como ciencia. No obstante, respecto al contenido específico de la obra, el álgebra, se hace especial hincapié en su novedad en el contexto español («Así que por ser cosa nueva lo que trato, y jamás vista, ni declarada: y podrá ser que ni aun entendida, ni imprimida en España, me he atrevido a tratarla»).

En el prólogo al lector, se encuentran algunos comentarios destinados a evitar las críticas posibles, y que han sido clasificados en la categoría de Pararrayos. Marco Aurel se disculpa si, en algún momento, no se pudieran entender o proseguir de su discurso las razones de la regla tratada en la obra por «escribir libros en lengua ajena de mi natural» o en «lengua tan por entero repugnante a la mía». Asociados a dichos comentarios sobre las posibles críticas o incorrecciones en el lenguaje, también aparecen otros acerca de la buena voluntad con la que se escribe el texto y «la fe, y verdad de la regla con que la obra se trata» (Veracidad).

Aurel afirma que sitúa este *Libro primero de arithmetica algebratica* dentro de un plan mucho más amplio (Información contextual), que incluye la publicación de dos libros más en un futuro que completarán su obra y avanza los temas que se abordarán en la segunda y tercera partes («La segunda será para probar (en parte) por demostración geométrica lo que en esta presente, y primera parte, he puesto por número: aunque en esta primera (en el arte mayor) lo que digo de número, podrás también tomar por línea. La tercera parte será de geometría práctica»). Hay muy pocos comentarios sobre la elección de un posible público. En la dedicatoria se hace una mención general a que «todo aquel que afición a ella tuviere, se podrá aprovechar muy por entero» de la ciencia matemática. En el prólogo al lector, se indica que una futura tercera obra que desea publicar versará sobre «geometría práctica» y que será de interés para «oficiales mecánicos».

Finalmente, en cuanto a las declaraciones de intención, Marco Aurel realiza comentarios sobre la importancia de dejar el conocimiento por escrito, como los antiguos. No obstante, cabe destacar que circunscribe la motivación que le lleva a escribir esta obra sobre el álgebra a las circunstancias particulares del contexto español. Así, Marco Aurel señala en la dedicatoria que «aunque en la ciencia del contar hayan escrito mil primores y utilísimas reglas: por la injuria empero de los tiempos han llegado muy pocas a nuestra noticia, y mayormente en estos reinos de España» y también comienza el prólogo al lector apuntando que «considerando, amado lector, la gran falta que en estos reinos de España hay de la ciencia Matemática».

En cuanto a los aspectos relacionados con las concepciones del autor, en la tabla 7 se presentan las categorías identificadas.

Tabla 7. Concepciones y creencias identificadas en los prólogos de la obra de Marco Aurel

	Ontología	Gnoseología	Validación/Validez
Plano matemático	Sí	No	Sí
Plano docente	No	No	No
Plano discente	No	Sí	No

Como vemos, la mayor parte de los comentarios identificados están relacionados con el plano matemático y aparecen tanto en la dedicatoria como en el prólogo al lector. Aurel considera las matemáticas como «la más clara, y la más cierta, y necesaria» entre las artes y su validez se sustenta en los procesos demostrativos afirmando, por ejemplo, que «ella (y principalmente lo que en ella se trata) es la que con más claras y abundosas demostraciones se demuestra». En el prólogo al lector encontramos la única mención a aspectos relacionados con el aprendizaje. El autor indica como, según su experiencia, los estudiantes aprenden siguiendo los pasos de Euclides: «veía (aunque en la práctica hace muy poco al caso) que en la teórica importaba muy mucho, a aquellos que quisieren aplicar sus animo a esta tan insigne ciencia, siguiendo las pisadas a Euclides».

Juan Pérez de Moya

Pérez de Moya nació en Santisteban del Puerto (Jaén) en torno a 1513 y murió en Granada en torno a 1596. En los trabajos de Leal y Leal³⁸ o Valladares³⁹ se recogen todos los datos biográficos que se conocen de este autor. En el segundo de ellos se presenta también un detallado estudio bibliográfico. Se conservan trece textos, de los que nueve son de contenido matemático. Silva⁴⁰ analiza las fuentes de sus tratados de geometría. Meavilla⁴¹ se centra en analizar aspectos del contenido matemático. Ruíz-Higueras y García García⁴² analizan la *Arithmetica practica*, y *specvlatiua* desde un punto de vista epistemológico y didáctico.

En los tres textos analizados aparecen prólogos originales-autorales-auténticos. En la *Arithmetica practica y specvlatiua*⁴³ aparece una epístola dedicada al príncipe Carlos (hijo de Felipe II) y un prólogo dirigido al lector. En el *Compendio de la regla de la cosa*,⁴⁴ por su parte, encontramos una carta dedicatoria del autor a Alonso Martínez de Lerna. Por último, el *Tratado de Mathematicas*⁴⁵ incluye un prólogo bastante extenso al lector y una breve carta bajo el título «S.C.R.M» de cuya lectura se deduce que está dirigida al rey Felipe II.

³⁸ Luis Leal y Leal, «El Bachiller Juan Pérez de Moya», *Boletín del Instituto de Estudios Giennenses* 70 (1972): 17-36.

³⁹ Aurelio Valladares, «El Bachiller Juan Pérez de Moya: apuntes biobibliográficos», *Boletín del Instituto de Estudios Giennenses* 165 (1997): 371-412.

⁴⁰ Maria do Céu Silva, «Fuentes renacentistas en las Geometrías de Juan Pérez de Moya», *Asclepio* 65, no. 2 (2013): p018.

⁴¹ Vicente Meavilla, «Historia de la Educación Matemática en España: el contenido algebraico de la *Arithmetica practica* y *specvlatiua* de Juan Pérez de Moya», *Revista Brasileira de História da Matemática* 5, no. 9 (2005): 19-35.

⁴² Luisa Ruíz Higueras y Francisco Javier García García, «*Arithmetica Practica* y *Specvlatiua* de J. Pérez de Moya (1513-1596): análisis epistemológico y didáctico», *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y las Técnicas* 32, no. 69 (2009): 103-134.

⁴³ Juan Pérez De Moya, *Arithmetica practica, y specvlatiua* (Salamanca: Mathias Gast, 1562).

⁴⁴ Juan Pérez de Moya, *Compendio de la regla de la cosa, o arte mayor* (Burgos: Martín de Vitoria, 1558).

⁴⁵ Juan Pérez De Moya, *Tratado de Mathematicas en que se contienen cosas de Arithmetica, Geometria, Cosmographia, y Philosophia natural. Con otras varias materias, necesarias a todas artes Liberales y Mechanicas* (Alcalá: Iuan Gracian, 1573).

Respecto a los temas abordados por Pérez de Moya en los prólogos de estas tres obras, en la tabla 8 se presentan los temas identificados según las categorías establecidas por Genette.⁴⁶

Tabla 8. Temas identificados en las obras de Pérez de Moya

	Relacionados con por qué leer el libro	Relacionados con cómo leer el libro
<i>Compendio de la regla de la cosa</i>	Importancia, Unidad, Veracidad.	Declaraciones de intención.
<i>Arithmetica practica y specvlatiua</i>	Importancia, Novedad o tradición, Veracidad, Pararrayos.	Declaraciones de intención.
<i>Tratado de Mathematicas</i>	Importancia, Novedad o tradición, Unidad, Veracidad, Pararrayos.	Génesis, Elección del público, Declaraciones de intención.

En el extenso prólogo al lector del *Tratado de Mathematicas*, se encuentra un mayor número de categorías de temas abordados, mientras que, de manera lógica, en el *Compendio de la regla de la cosa*, donde su prólogo se constituye por una dedicatoria, es en el texto en que menos comentarios y temas se encuentran.

En la dedicatoria del *Compendio de la regla de la cosa*, se hallan comentarios sobre la importancia de la materia («cuya hermosa materia no se puede más altamente encomendar, que con el testimonio sagrado»). Existen comentarios de la temática Unidad al mencionar que esta obra es un compendio de dos tratados de aritmética anteriores que «ya andan en manos diversas». En la categoría de Declaraciones de intención también se encuentra un comentario sobre las intenciones del autor durante su escritura («quise que fuera breve») y, puesto que es una dedicatoria, como es habitual en todos los textos, se incluyen comentarios que afirman que el aumento de la honra y dignidad de la persona a quién va dirigida la dedicatoria es una de las motivaciones de la obra.

En la *Arithmetica practica y specvlatiua*, Juan Pérez de Moya también realiza diversas apreciaciones sobre la importancia de la obra y, en

⁴⁶ Genette, *Paratexts*.

especial, de su contenido. En el prólogo al lector, señala que la *Arithmetica* es una «ciencia útil y necesaria», y además es «digna de ser sabida por todo hombre» (Importancia). Un tema recurrente incluido en la categoría de Declaraciones de intención, presente en el prólogo al lector, en la dedicatoria y en otros textos del autor analizados, es que el sabio debe compartir sus conocimientos en beneficio de la sociedad. Así, por ejemplo, en el prólogo se lee: «muchos de aquellos a quienes nuestro señor comunica particulares habilidades, dejan de dar muestras de ellas por escrito; cosa cierta de que con razón cualquiera se puede maravillar». Además, esa vocación de divulgar el conocimiento se asocia en ocasiones con comentarios destinados a convencer al lector de la buena fe del autor al escribir el texto como «el ánimo que de servir y aprovechar tengo a mis naturales» (Veracidad).

Finalmente, otro tema recurrente en el prólogo de la *Arithmetica practica y specvlatiua* (y en otros textos analizados) está relacionado con la existencia de personas que critican las obras. Estos comentarios, que tratan de frenar las críticas, han sido incluidos en la categoría de Pararrayos. Éstos pueden ser clasificados en dos tipos: por un lado, comentarios que restan importancia a la obra presentada, calificándola como «obrecilla» escrita con «frágil y mal limada pluma» donde «en la cual será más sin comparación lo ignorado que lo acertado, por ser la materia tan alta, y que se había de quedar para otros juicios más encumbra dos que el mío» y, por otro lado, desacreditan a los posibles críticos que emplean «mordedoras lenguas». En este sentido, se puede leer que «hay muchos que se deleitan más en reprender al que escribe, que en recibir la voluntad con que lo hace, y lo peor es, que los que de este oficio de maldecir usan, son los que menos entienden». Solo hemos identificado un comentario aislado e incidental dentro de la categoría de Novedad o tradición: en el prólogo, durante la breve presentación de cada uno de los libros que componen la *Arithmetica practica y specvlatiua*, Pérez de Moya señala que el libro octavo “trata modos de contar que tuvieron los antiguos”.

En *Tratado de Mathematicas*, Pérez de Moya abarca gran parte de las categorías temáticas planteadas por Gennete. Los temas comentados anteriormente en la *Arithmetica practica y specvlatiua* también están presentes. Sobre la importancia del contenido de la obra, Pérez de Moya indica que «es materia que, aunque no fuera tan necesaria (como todos

entienden), había de ser amada, por solo tener el hombre de ella distinto nombre de los demás animales irracionales». Además, se menciona la utilidad de la materia señalando los usos de los contenidos matemáticos de cada parte del tratado. Así, respecto a la aritmética en la primera parte se señalan sus «usos que sirvan a las artes liberales, y mecánicas, de suerte que se pueda de ello aprovechar toda suerte de hombres»; la geometría es «necesaria para todo género de letras, que para las demás artes mecánicas»; mientras que la tercera parte sobre astronomía puede ser usada para el «arte de navegar» y de construir relojes. Cabe destacar que los comentarios sobre dichos usos vienen vinculados en esta ocasión con los oficios donde pueden emplearse: tratantes, lógicos, legistas, soldados, astrólogos, arquitectos, navegantes, etc. (Elección del público), temática ausente en los otros prólogos del mismo autor.

Asimismo, como en la *Arithmetica practica y specvlatiua*, se incide en la responsabilidad del sabio de divulgar por escrito el conocimiento (Declaración de intenciones) cuando afirma: «dice ser mayor la culpa del que no escribe, que del que no deprende: tuve cuidado de ocupar mi vida de modo que no se me pasasen los años, sin que se pudiese contar el fruto de ellos, aprovechando a la república, con el talento que se me encargó» o en su intención al escribir el libro en «lengua española» para que «más gente de mi nación se pueda aprovechar mejor de lo que las demás tienen en las suyas». También se abordan las posibles críticas al texto, recogidas en la categoría Pararrayos, bien rechazando esas prácticas: «no es cosa honesta procurar los hombres honra con yerros ajenos» o bien, interpelando directamente a los críticos «si a tus oídos oyeres murmurar, diles en mi nombre, que muestren con obras lo que publican con lenguas».

No obstante, en esta obra, además de la temática de Elección del público, aparecen comentarios sobre otros temas que en los dos textos anteriores no estaban presentes. En primer lugar, Pérez de Moya diserta sobre la corrección de algunas de sus obras y trabajos anteriores «en los libros que compuse en el tiempo de mi juventud hallare inadvertencias e imperfecciones, pues es tan común esto en los libros, como entre los que escriben el pedir perdón de lo que puedes errar» (Veracidad). Por lo que, según Pérez de Moya, el *Tratado de Mathematicas* se origina, en parte, para enmendar algunos de esos errores de trabajos anteriores («conociendo que en mis obras había cosas que requerían censura, acordé proveer

a lo que me pudieran enmendar») (Génesis). No obstante, el *Tratado de Mathematicas* no es solo una revisión de algunas de sus obras anteriores, sino que es presentado como una compilación de todo de lo que se ha hecho anteriormente en lengua vulgar, la traducción del latín al castellano otra de sus obras y «añadidos sobre todo más de doscientos pliegos de escritura» (Unidad).

En la categoría de Novedad o tradición, se recogen también algunos comentarios sobre la originalidad del texto cuando afirma que en la obra se encuentran resultados que no están recogidos en escritos de la antigüedad («Aquí hallarás cosas, que osaré decir, que si la antigüedad dio en ellas: a lo menos no las dejó escritas»). Además, se menciona a Juan de Porres Ossorio de Mendoza como autor de la manera de dividir una circunferencia en más de doce partes recogida en la obra.

En cuanto a los aspectos relacionados con las concepciones del autor, en la tabla 9 se presentan, a modo de resumen, las categorías identificadas y los textos en los que se han detectado.

Tabla 9. Concepciones y creencias identificadas en las obras de Juan Pérez de Moya

	Ontología	Gnoseología	Validación/Validez
Plano matemático	<i>Arithmetica practica y specvlatiua</i> <i>Tratado de Mathematicas</i>	<i>Tratado de Mathematicas</i>	<i>Tratado de Mathematicas</i>
Plano docente	No aparece	<i>Tratado de Mathematicas</i>	No aparece
Plano discente	No aparece	<i>Tratado de Mathematicas</i>	No aparece

La dedicatoria que leemos en el *Compendio de la regla de la cosa* no contiene ninguna información a este respecto. Por su parte, en los prólogos de la *Arithmetica practica y specvlatiua* las menciones a estos temas son muy escasas; se dan únicamente en el prólogo al lector y tienen que ver con aspectos matemáticos. Por ejemplo, leemos que la aritmética es: «cosa muy necesaria para el servicio de la vida humana y digna de ser sabida de todo hombre».

El prólogo dirigido al lector del *Tratado de Mathematicas* es el más rico en evidencias sobre las concepciones del autor en relación con diversos aspectos de las matemáticas. En primer lugar, el autor señala que se requiere tiempo para alcanzar el conocimiento: «no luego, ni súbitamente, sino por discurso de muchos días descubre a los hombres la verdad». Se indica la utilidad de la aritmética que, además «había de ser amada, por solo tener el hombre de ella distinto nombre que los animales». Por otro lado, Pérez de Moya indica que esta disciplina «con solos sus preceptos se sustenta, sin tener necesidad de otra arte». En este prólogo también existen afirmaciones relacionadas con la enseñanza. Así, el autor indica que ha llevado a cabo algunos abusos del lenguaje o simplificaciones, que él sabe que son erróneas y se justifica: «usé de estos términos, por decir de ello a los principiantes, lo que humanamente se puede hacer». También se hace explícita la necesidad de presentar repetidamente los contenidos: «se hallará prolijidades, porque no se puede escribir para mostrar al que no sabe de ninguna materia sin caer en este vicio». Por último, respecto al modo en que se aprende: «la principal parte de toda arte consiste en virtuosa imitación».

Antich Rocha

Antich Rocha nació en Gerona. Estudió y profesó en la Universidad de Barcelona, donde ejerció también la medicina. Se le conocen tres obras, una de las cuales está dedicada a las matemáticas y es considerado el autor del primer tratado técnico-contable en lengua española.⁴⁷ Massa-Esteve⁴⁸ realiza un análisis del tratamiento dado al álgebra por este autor, mientras que los sistemas de representación presentes en la *Arithmetica*⁴⁹ de Rocha son estudiados por Madrid, Maz-Machado y León-Mantero.⁵⁰

⁴⁷ Esteban Hernández Esteve, «Contribución al estudio de la historiografía contable en España», *Revista Española de Financiación y Contabilidad* 10, no. 34 (1981): 17-36.

⁴⁸ María Rosa Massa Esteve, «L'Àlgebra al segle XVI a Espanya. L'*Arithmetica* (1564) del gironí Antic Roca», *Actes d'història de la ciència i de la tècnica* 1, no. 2, (2008): 311-317.

⁴⁹ Antich Rocha, *Arithmetica recopilacion de todas las otras que se han publicado hasta agora* (Barcelona: Claudio Bornat, 1564).

⁵⁰ Madrid, Maz Machado y León Mantero, «Representations».

La *Arithmetica* de Rocha contiene dos prólogos de tipo original-autoral-auténtico. Una epístola dedicatoria dirigida a Cristóbal Calvete de Estrella y un prólogo titulado «Prólogo que demuestra cómo se ha de enseñar la aritmética» sin una mención explícita de su destinatario.

En cuanto a las temáticas, en los prólogos de Antich Rocha encontramos comentarios incluidos en las categorías: Novedad o tradición, Veracidad, Génesis, Elección del público, Orden de lectura y Declaraciones de intención.

Al contrario que los autores anteriores, Antich Rocha no realiza comentarios explícitos sobre la importancia de las matemáticas o de la propia obra y tampoco se glosan explícitamente sus utilidades y usos. La posible importancia de la misma va implícita en los comentarios que recaen en la categoría de Novedad y tradición. Rocha en sus prólogos se otorga un papel de transmisor de conocimientos previos de otros matemáticos clásicos como Thales, Pitágoras, Anaxágoras, Hipócrates, Platón, Aristóteles, Euclides o Arquímedes, entre otros. En esta línea, en la dedicatoria afirma que para la escritura de su obra ha tomado de las obras de otros autores «lo más provechoso, que a mí me ha parecido, para que hiciese una *Arithmetica*, que fuese un compendio y recolección de todas las otras». De hecho, al acabar su prólogo al lector, se enumera un «Catálogo de los autores», con cincuenta nombres, en cuyas obras afirma haberse apoyado entre los que se encuentra Juan Pérez de Moya. No obstante, Rocha considera que su texto es novedoso en cuanto la clarificación y reducción de distintas reglas y la propuesta y elaboración propia de los ejemplos. Así, se lee en el prólogo:

He reducido cuanto he podido en arte esta *Arithmetica*, he trabajado de poner los ejemplos bajo de sus especies, he constituido ciertos géneros de operaciones: las especies he las reducido cuanto he podido a cierto número con orden debido: he ilustrado toda la *Arithmetica* con diversísimos ejemplos pertenecientes a varias facultades y artes Mecánicas.

Además de la necesidad de clarificar e ilustrar con numerosos ejemplos, Rocha alerta sobre la necesidad de seguir un orden adecuado a la hora de enseñar cualquier ciencia. Este es un tema recurrente en su prólogo sobre cómo enseñar la aritmética. El orden de cómo están secuenciados los contenidos en la obra supone, por tanto, una importante

preocupación por parte del autor que llega a afirmar que «podrán ver la Arithmetica en breves preceptos contenida, con el mejor orden que he podido explicada, ilustrada con estos diversísimos ejemplos». Por tanto, Rocha parece señalar que, para enseñar bien la aritmética, es necesario seguir fielmente el orden en que su obra está redactada. En este mismo prólogo, la veracidad de los contenidos de la obra también descansa en que Rocha afirma haber seguido los preceptos de los autores clásicos en cuanto a seguir un orden adecuado y no realizar «mezcla con otras ciencias».

Así pues, la ausencia de tratados de aritmética que siguieran los dos preceptos anteriores es el motivo que aduce Rocha para la escritura de esta obra, señalando que:

Hasta nuestros tiempos he visto esta ciencia de Arithmetica enseñada confusamente, no guardando los Arithmeticos los dichos preceptos: porque o la mezclaban con otras ciencias, o no llevaban en ella el natural orden... todo iba revuelto, ninguna forma tenía la Arithmetica, no parecía ciencia, sino trato de hombres confusos.

En cuanto a la categoría de Génesis, en la dedicatoria Antich Rocha afirma que el apoyo de muchos amigos ha sido fundamental para superar los «tiempos desdichados» y conseguir completar la escritura de su obra. Menciona una epidemia de peste (recordemos que Rocha ejerció la medicina) como uno de los principales obstáculos para completar el libro. Finalmente, Rocha también incluye un comentario mencionando su posible público potencial: filósofos, geómetras, músicos, astrólogos, cosmógrafo, arquitectos, negociantes y mecánicos.

En cuanto a los aspectos relacionados con las concepciones del autor, en la tabla 10 se presentan las categorías identificadas.

Tabla 10. Concepciones y creencias identificadas en la obra de Antich Rocha

	Ontología	Gnoseología	Validación/Validez
Plano matemático	Sí	No	No
Plano docente	No	Sí	Sí
Plano discente	No	No	No

En la dedicatoria de la obra no se aprecian comentarios relacionados con concepciones o creencias. En cuanto al prólogo, dado su título, predominan las afirmaciones relativas al plano docente. Rocha argumenta que para enseñar bien cualquier ciencia (la aritmética en particular) deben seguirse dos preceptos: «que no se traten cosas pertenecientes a otras facultades» y «que se guarde el orden conveniente». El uso de estos dos preceptos está avalado por el hecho de que eran seguidos en la antigüedad: «a la verdad de esta manera se enseñaban en aquel tiempo dorado las facultades, y se preciaban en sus escuelas los hombres doctos guardar principalmente estos dos preceptos». A estos dos principios une Rocha la necesidad de utilizar multitud de «ejemplos acomodados». De hecho, aquél que no siga estas tres ideas «no merece ser maestro».

Por último, encontramos un breve apunte acerca de la utilidad de las matemáticas plasmado en la siguiente frase: «No tendrá de que quejarse el filósofo, no el geómetra, no el músico, no el astrólogo, no el cosmógrafo, no el arquitecto; ni se quejaren tampoco de mí los negociantes, ni todos los mecánicos hombres».

Pedro Núñez

El portugués Pedro Núñez, nacido en 1502 y muerto en 1578, fue una importante figura en el panorama matemático europeo del siglo XVI. Fue autor de múltiples obras de contenido científico de las que sólo parecen haberse conservado seis. Sobre aspectos generales su vida y obra se pueden consultar los interesantes trabajos de Leitão,⁵¹ y sobre aspectos más particulares de su *Libro de algebra en geometria*⁵² los trabajos de Massa-Esteve⁵³ o Romero-Vallhonesta.⁵⁴

⁵¹ Henrique de Sousa Leitão, «Para una biografía de Pedro Nunes: O surgimento de um matemático», *Cadernos de Estudos Sefarditas* 3 (2003): 45-82. «Pedro Nunes e o Livro de Algebra», *Quaderns d'Història de l'enginyeria* 11 (2010): 9-18.

⁵² Pedro Núñez, *Libro de algebra en arithmetica y geometria* (Amberes: Herederos de Arnoldo Birckman, 1567).

⁵³ María Rosa Massa Esteve, «Àlgebra i geometria al Libro de Àlgebra en Arithmetica y Geometria (1567) de Pedro Núñez», *Quaderns d'Història de l'enginyeria* 11 (2010): 101-125.

⁵⁴ Fátima Romero Vallhonesta, «Les quantitats irracionals a l'Àlgebra de Pedro Núñez», *Quaderns d'Història de l'enginyeria* 11 (2007): 53-77.

Pese a estar escrito en castellano, el *Libro de algebra en geometria* contiene un prólogo escrito en portugués a modo de carta dedicatoria dirigida explícitamente a Enrique I de Portugal. No existe ningún prólogo dirigido al lector.

En cuanto a las temáticas, en el prólogo de Pedro Núñez encontramos comentarios incluidos en las categorías: Importancia, Novedad o tradición, Veracidad, Génesis, Elección del público y Declaraciones de intención.

El prólogo de Pedro Núñez, escrito a modo de carta, comienza con un comentario sobre la utilidad e importancia de esta obra: «De todos los libros que en las Ciencias Matemáticas tengo compuestos, muy alto y muy excelente Príncipe, ninguno es de tanto provecho como este de Álgebra que es cuenta fácil y breve para conocer cualquier cantidad desconocida» cuyo posible público queda determinado a aquellos con «cualquier propósito de Aritmética y Geometría y en cualquier otra arte que use de cuenta y de medida, como sean la Cosmografía, Astrología, Arquitectura y Mercantil» (Importancia y Elección del público).

En este prólogo encontramos un gran número de comentarios sobre los orígenes del álgebra (Novedad o tradición). Se mencionan los trabajos de autores clásicos como Diofanto, Euclides y Arquímedes, pero también se menciona como posible inventor de la misma a un «matemático moro cuyo nombre era Gebre». Además, se señala a Fray Luca del Burgo (Luca Paccioli) como el primer autor de un tratado impreso sobre álgebra. Núñez critica ese tratado «compuesto en lengua veneciana, pero tan oscuramente y tan sin método que tras más de sesenta años impreso hay muy pocos en España que tengan noticia del Álgebra».

En el prólogo, Núñez también pondera el que ha incluido demostraciones para justificar la veracidad de las reglas: «Porque las demostraciones que en este libro trato y que tienen necesidad de otros principios están para satisfacer a los que dudaren de las reglas sin contentarse con otras pruebas y para perfección de la obra más que para la ejecución de lo que queremos saber».

En cuanto a la categoría de Génesis, Núñez realiza comentarios acerca del origen de la obra que situaría una primera versión de la misma antes de 1537: «esta obra hace treinta años que fue compuesta por mí,

pero como después me vi ocupado en el estudio de cosas muy diferentes y de mera especulación, y puesto que algunas veces la revisé y comparé con lo que otros después escribieron, la dejé de publicar hasta ahora». Núñez también señala que en un principio redactó la obra en lengua portuguesa, pero que finalmente, fue traducida en lengua castellana «para que en ella se imprima y porque no carezca de ella aquella nación que es nuestra vecina, con la que tanto nos comunicamos y con la que tanta amistad tenemos».

Finalmente, los motivos e intenciones de Núñez para la publicación de esta obra se encuentran en divulgar en la ciudad de Lisboa y en España este conocimiento del álgebra y la geometría «que trata de los números y medidas», que se estaba demostrando útil y provechoso en Italia. También cabe reseñar que Núñez señala que su intención es que este conocimiento «se pueda aprender por sí mismo, en poco tiempo y fácilmente, sin la ayuda de maestro».

Tabla 11. Concepciones y creencias identificadas en los prólogos de la obra de Pedro Núñez

	Ontología	Gnoseología	Validación/Validez
Plano matemático	Sí	No	No
Plano docente	No	Sí	No
Plano discente	No	Sí	No

En cuanto a los aspectos relacionados con las concepciones del autor, en la tabla 11 se presentan las categorías identificadas. En la carta de Pedro Núñez encontramos comentarios relativos a los tres planos analizados. Dentro del plano matemático, y dada la naturaleza de la obra, el autor se centra en el álgebra, definiéndola como «cuenta fácil y breve para conocer cualquier cantidad desconocida». En cuanto a aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, Núñez parece tener una postura según la que el aprendizaje se da a través de los libros. De hecho, la escasez de conocimientos algebraicos en España es atribuida a la mala calidad del texto de álgebra de Luca del Burgo diciendo: «tan oscuramente y tan sin método que tras más de sesenta años impreso hay muy pocos en España que tengan noticia del Álgebra». Finalmente, respecto a la enseñanza de las matemáticas, Núñez indica una cierta necesidad de demostraciones «para satisfacer a los que

dudaren de las reglas» así como el interés de aportar multitud de ejemplos: «puesto que en todas las artes el ejercicio es la principal parte, por esta causa y para mejor saberse este arte, escogí muchos y muy variados casos en Aritmética y Geometría».

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Todos los documentos analizados contienen un prólogo original-autoral-auténtico dirigido específicamente a un destinatario concreto. De hecho, Genette⁵⁵ indica que la epístola dedicatoria era «de rigor hasta finales del siglo XVIII». En algunos de estos casos puede resultar complicado decidir si se trata de un prólogo o de una dedicatoria. Sin embargo, tras el análisis realizado, observamos que los temas generales abordados por los autores en estos prólogos/dedicatorias son similares a los abordados en los prólogos al lector. El propio Genette⁵⁶ indica que las epístolas dedicatorias juegan el papel de un prólogo aunque dirigido a un lector privilegiado. Esta apreciación coincide con el criterio seguido por Schmelzer,⁵⁷ quién analiza epístolas de Marco Aurel y de Pérez de Moya (en concreto, la de su *Tratado de Geometria Practica y Speculatiua* de 1572) considerándolas como prólogos.

Tabla 12. Tipos de prólogos autorales en las obras analizadas

Obra	Prólogo al lector	Prólogo/dedicatoria a otro destinatario
<i>Libro primero de arithmetica algebratica</i>	Sí	Sí
<i>Compendio de la regla de la cosa</i>	No	Sí
<i>Arithmetica practica y specvlatiua</i>	Sí	Sí
<i>Tratado de matemáticas</i>	Sí	Sí
<i>Arithmetica</i>	Sí	Sí
<i>Libro de algebra en arithmetica y geometria</i>	No	Sí

⁵⁵ Genette, *Paratexts*, 118.

⁵⁶ Genette, *Paratexts*, 194.

⁵⁷ Schmelzer, *La retórica del saber*.

Por su parte, hemos identificado dos obras que no contienen prólogo al lector (tabla 12): el *Libro de algebra en arithmetica y geometria* de Pedro Núñez y el *Compendio de la regla de la cosa* de Pérez de Moya. Los motivos de su no existencia, no obstante, son diferentes. En el caso de la obra de Núñez, no aparece un prólogo al lector porque el texto dirigido a Enrique I de Portugal ya juega también ese papel. Sin embargo, en la obra de Pérez de Moya encontramos un prólogo alógrafo, escrito por el Licenciado Francisco Sánchez, que sustituye al prólogo autoral.

Aunque es difícil establecer una regularidad, observamos que existe un cierto reparto de funciones entre los dos tipos de prólogos. En concreto, la mayor parte de los comentarios relacionados con concepciones y creencias están contenidos en los prólogos dirigidos a los lectores. De este modo, por ejemplo, en el *Compendio de la regla de la cosa* no aparecen comentarios del autor sobre ninguno de estos temas en los fragmentos que hemos analizado, ya que aparecen en el prólogo alógrafo mencionado anteriormente. La obra de Núñez constituye una excepción a este hecho puesto que, como ya hemos comentado, la carta dedicatoria que la abre tiene más rasgos propios de un prólogo que de una dedicatoria. En aquellas obras que contienen prólogos de las dos clases, los comentarios que aparecen en los que no están dirigidos al autor se concentran principalmente en los aspectos ontológicos del plano matemático. Los comentarios relacionados con los planos docente y discente se concentran en su totalidad en los prólogos dirigidos al lector.

En cuanto a las diferentes temáticas abordadas por los autores, observamos que en los prólogos y dedicatorias se cubren un buen número de las categorías propuestas por Genette. El uso de dichas categorías se ha revelado útil para realizar un análisis temático de manera sistemática, de forma que todos los comentarios clasificados en cada una de las temáticas cubren la práctica totalidad del texto analizado. De las trece categorías temáticas definidas por Genette⁵⁸, sólo tres de ellas no han estado presentes en los textos analizados: Comentarios al título, Contratos de ficción y Declaración de género. La propia naturaleza de la muestra analizada, prólogos de obras matemáticas del siglo XVI, es una razón por las que estas tres temáticas están ausentes en los prólogos analizados. También podríamos apuntar a que, en estos tratados, algunos comentarios al

⁵⁸ Genette, *Paratexts*.

título suelen estar contenidos no en el prólogo, sino en la propia portada del libro.⁵⁹

Por otro lado, cabe destacar que se han identificado comentarios correspondientes a las categorías de Declaraciones de intención, donde los autores comentan los motivos que les mueven a publicar esas obras, y de Veracidad en los prólogos de las seis obras analizadas, y que, en cinco de ellas, también se identifican las temáticas de Importancia (todas salvo en la obra de Rocha) y de Novedad o tradición (todas salvo en el *Compendio de la cosa* de Pérez de Moya). Las categorías que aparecen en menor medida son Información contextual (solo en Aurel), Orden de lectura (solo Rocha) y Unidad (solo Pérez de Moya en el *Compendio de la cosa* y en el *Tratado de Mathematicas*).

En cuanto a las declaraciones de intención, los autores señalan el compromiso que tiene el sabio de divulgar el conocimiento que posee y dejarlo por escrito para compartirlo con los demás (de forma más acusada en Pérez de Moya y Aurel). En ese compromiso por favorecer la divulgación del conocimiento, también destacamos que los cuatro autores apuntan en sus prólogos que escriben en lengua española (o «lengua vulgar»). En su estudio de veinticuatro prólogos de obras matemáticas del siglo XVI, veintitrés de los cuales no son coincidentes con los de este trabajo, Schmelzer⁶⁰ señala que la legitimación de la divulgación matemática en castellano es una constante en esas obras, conducente a establecer una cultura científica nacional propia.

No obstante, otros autores también formulan otras motivaciones menos generales y más contextualizadas en su propia época y país. Por ejemplo, Rocha señala que una de sus motivaciones es el estado deficiente de la enseñanza de la Aritmética en ese momento, mientras que Núñez y Aurel, autores no nacidos en España y cuyas obras tienen un carácter más específicamente algebraico (a excepción del *Compendio de la regla de la cosa*), vinculan los motivos de escribir sus respectivas obras a la situación de desconocimiento del álgebra en España, enfatizando la idea de que la aportación es novedosa.

⁵⁹ Fermín de los Reyes Gómez, «La estructura formal del libro antiguo español», *Paratesto* 7 (2010): 9-59.

⁶⁰ Schmelzer, *La retórica del saber*.

Siguiendo con la categoría de Novedad o tradición, todos los autores, salvo Pérez de Moya, mencionan en sus prólogos a filósofos y matemáticos clásicos. Esto también va en línea de lo apuntado por Schmelzer⁶¹ que señala, como uno de los tópicos argumentales, las largas enumeraciones de grandes matemáticos de la Antigüedad con propósito de subrayar que la disciplina posee una tradición muy antigua y gloriosa. En la misma línea, Molina⁶² indica que «la intertextualidad y la profusión de citas de autoridades son recursos altamente productivos para construir (y dotar de rigor científico) el discurso matemático en la época».

Los argumentos acerca de la veracidad de la obra obedecen a dos naturalezas distintas. Por un lado, son comentarios para convencer de la buena fe del autor al escribir el texto, por otro lado, existen también comentarios acerca de la fiabilidad de los resultados matemáticos en cuanto a claridad, certeza y que son demostrables por sí mismos. Los primeros comentarios pueden ser relacionados con la presencia de comentarios que pretenden frenar críticas (Pararrayos), categoría muy presente en los textos de Pérez de Moya, mientras que el segundo tipo de comentarios también van en la línea de lo señalado por Schmelzer⁶³ como otro de los tópicos argumentativos comunes con el propósito de señalar que las matemáticas representan un saber inequívoco como la filosofía natural.

En cuanto a la categoría Importancia, hay que señalar que aparecen comentarios al respecto, tanto desde una visión general (por el mero hecho de ser hombre), como desde una visión funcional, al ser útil para la realización de diferentes oficios. A este respecto, Molina⁶⁴ ya señala que «el desarrollo de las ciencias exactas en el Quinientos hispano estuvo marcado fundamentalmente por las aplicaciones prácticas del saber matemático a las demandas sociales».

Desde el punto de vista de las concepciones, sólo dos autores (Pérez de Moya y Núñez) abordan los tres planos considerados, aunque ninguno cubre todos los aspectos. Si comparamos los cuatro autores, vemos que la única categoría tratada por todos ellos es la relacionada con los

⁶¹ Schmelzer, *La retórica del saber*.

⁶² Molina, «La retórica de las matemáticas», 292.

⁶³ Schmelzer, *La retórica del saber*.

⁶⁴ Molina, «La retórica de las matemáticas», 308.

aspectos ontológicos del plano matemático. No obstante, los enfoques en este tema son variados. Mientras Aurel caracteriza las matemáticas en base a su claridad, Pérez de Moya y Rocha hacen énfasis en su utilidad. Núñez, por su parte, se centra específicamente en definir el Álgebra como disciplina. En los otros dos planos, los aspectos más cubiertos son los gnoseológicos. Todos los autores, salvo Aurel, los tratan en el plano docente y todos, menos Rocha, en el discente. A este respecto, si ponemos en conjunto todas las ideas presentadas concluimos que el método de enseñanza de estos autores pasaba principalmente por la repetición y la presentación de numerosos ejemplos. En cuanto al aprendizaje, también existe un cierto consenso a la hora de pensar que se lleva a cabo por imitación y siguiendo los pasos de otros a través de los libros. Estas ideas se perpetuaron en el tiempo, encontrándose concepciones muy similares dos siglos después.⁶⁵ Para concluir, los aspectos validativos se tratan de forma anecdótica. Aurel y Pérez de Moya los abordan en el plano matemático, apuntando ambos la autonomía de las matemáticas desde el punto de vista de su fundamentación y el papel de las demostraciones a ese respecto. Rocha valida su método de enseñanza en base a la tradición.

Como hemos visto, existe una gran riqueza de temas extramatemáticos abordados por los autores en los prólogos analizados, tanto si se dirigen a los lectores en general como a un destinatario concreto. Esto coincide con la apreciación de Baranda⁶⁶ de que «los autores de textos científicos renacentistas muestran una profunda tendencia a justificar el propio discurso».

Nota sobre los autores

JOSÉ M. MUÑOZ-ESCOLANO es Licenciado en Matemáticas (2003) y Doctor por la Universidad de Zaragoza (2007). Ha impartido docencia en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza en distintos centros siendo actualmente profesor Contratado Doctor en la Facultad de Educación de la Universidad de Zaragoza (España). Ha publicado

⁶⁵ Oller Marcén y Muñoz Escolano, «Concepciones de Thomas Vicente Tosca».

⁶⁶ Consolación Baranda, «Formas del discurso científico en el Renacimiento: tratados y diálogos», *Studia Aurea* 5 (2011): 1-21.

en distintas revistas nacionales e internacionales artículos de investigación sobre teoría de grupos, educación matemática e historia de la educación matemática. Sus intereses de investigación se centran en la didáctica del número racional y la proporcionalidad, en la formación del profesorado en evaluación, en el análisis del contenido de libros de texto y, dentro de la historia de la educación matemática, en el análisis de prólogos de textos dedicados a la enseñanza.

ANTONIO M. OLLER-MARCÉN es Licenciado en ciencias Matemáticas (2004) por la Universidad de Zaragoza y Doctor por la Universidad de Valladolid (2012) con una tesis sobre la enseñanza de la Proporcionalidad aritmética en la Educación Secundaria. Ha sido profesor de la Facultad de Ciencias Sociales y Humanas de Teruel (Universidad de Zaragoza) y actualmente es profesor del Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza. Es autor de numerosos trabajos de investigación sobre matemática pura, historia y educación matemática publicados en el ámbito nacional e internacional. Entre sus intereses de investigación actuales relacionados con la historia de la educación matemática se encuentra el análisis de contenido de textos antiguos, especialmente de los siglos XVIII y XIX (tanto libros como publicaciones periódicas y revistas) así como el estudio de las potencialidades del uso de fuentes históricas en el aula y, en particular, en la formación de profesorado.

REFERENCIAS

- Baranda, Consolación. «Formas del discurso científico en el Renacimiento: tratados y diálogos». *Studia Aurea* 5 (2011): 1-21.
- Barbosa, Elton Morais. «As matemáticas puras e mistas em a Academia Real Militar do Rio de Janeiro: análise de paratextos de tratados, elementos e compêndios». PhD diss., Universidad de Sao Paulo, 2014.
- Braun, Virginia, y Veronica Clarke. «Using thematic analysis in psychology». *Qualitative research in psychology* 3, no. 2 (2006): 77-101.
- Christiansen, Andreas. «The function of a preface: contextual information and didactical foundation described in the preface of a textbook in arithmetics from 1825». En «Dig where you stand 4» *Proceedings of the Fourth International Conference on the History of Mathematics Education*, editado por Kristín Bjarnadóttir, Fulvia Furighetti, Marta Menghini, Johan Prytz y Gert Schubring, 415. Roma: Edizioni Nuova Cultura, 2017.

- Docampo Rey, Javier. «Reading Luca Paioli's Summa in Catalonia: An early 16th-century Catalan manuscript on algebra and arithmetic». *Historia Mathematica* 33 (2006): 43-62.
- Ernest, Paul. *Philosophy of mathematics education*. London: Falmer Press, 1991.
- Fan, Lianghou, Yan Zhu y Zhenzhen Miao. «Textbook research in mathematics education: development status and directions». *ZDM Mathematics Education* 45, no. 6 (2013): 633-646.
- Flores, Pablo. *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Investigación durante las prácticas de enseñanza*. Granada: Comares, 1998.
- Flores, Pablo, Carmen Batanero y Juan D. Godino. «Aplicación del análisis de textos mediante técnicas multivariantes al estudio del cambio de concepciones sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje». *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 3, no. 3 (2000): 339-356.
- Garnica, Antonio, Vicente Marafioti, Maria Laura Magalhães Gomes y Miriam Maria Andrade. «The Memoirs of Lacroix: on public education in revolutionary France, in general, and on the teaching of mathematics, in particular». *Bolema: Boletim de Educação Matemática* 26, no. 44 (2012): 1227-1260.
- Genette, Gérard. *Paratexts: thresholds of interpretation*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- Hernández Esteve, Esteban. «Contribución al estudio de la historiografía contable en España». *Revista Española de Financiación y Contabilidad* 10, no. 34 (1981): 17-36.
- Leal y Leal, Luis. «El Bachiller Juan Pérez de Moya». *Boletín del Instituto de Estudios Giennenses* 70 (1972): 17-36.
- Leder, Gilah C., Erkki Pehkonen y Günter Törner. *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?*. Holanda: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Leitão, Henrique de Sousa. «Para una biografía de Pedro Nunes: O surgimento de um matemático». *Cadernos de Estudos Sefarditas* 3 (2003): 45-82.
- Leitão, Henrique de Sousa. «Pedro Nunes e o Livro de Algebra». *Quaderns d'História de l'enginyeria* 11 (2010): 9-18.
- Madrid, María José (2016). «Los libros de aritmética en España a lo largo del siglo XVI». PhD diss., Universidad de Salamanca, 2016.
- Madrid, María José, Alexander Maz Machado y Carmen León Mantero. «Representations in the Sixteenth-Century Arithmetic Books». *Universal Journal of Educational Research* 3, no. 6 (2015): 396-401.
- Maz-Machado, Alexander y Luis Rico. «Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX». *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 18, no. 1 (2015): 49-76.

- Massa Esteve, María Rosa. «L'Àlgebra al segle XVI a Espaya. L'Arithmetica (1564) del gironí Antic Roca». *Actes d'història de la ciència i de la tècnica* 1, no. 2 (2008): 311-317.
- Massa Esteve, María Rosa. «Àlgebra i geometria al Libro de Àlgebra en Arithmetica y Geometria (1567) de Pedro Núñez». *Quaderns d'Història de l'enginyeria* 11 (2010): 101-125.
- Massa Esteve, María Rosa. «Spanish "Arte Mayor" in the Sixteenth century». En *Pluralité de l'Algèbre à la Renaissance*, dirigido por Sabine Rommevaux, Maryvonne Spiesser y María Rosa Massa Esteve, 103-126. París: Honoré Champion, 2012.
- Meavilla Seguí, Vicente. «Una aproximación al Libro primero de Arithmetica Algebratica de Marco Aurel». En *Memorias del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática. Historia de las ideas algebraicas*, editado por Eugenio Filloy, Luis Puig y Teresa Rojano, 65-95. México, DF: CINVESTAV, 1993.
- Meavilla Seguí, Vicente. «Historia de la Educación Matemática en España: el contenido algebraico de la Arithmetica practica y speculativa de Juan Pérez de Moya». *Revista Brasileira de História da Matemática* 5, no. 9 (2005): 19-35.
- Molina, Itziar. «En torno a las incógnitas del álgebra: Cosa, Segunda cosa y Cantidad. Análisis de una terminología renacentista». *Cuadernos AISPI. Estudios de Lenguas y Literaturas Hispánicas* 6 (2015): 127-146.
- Molina, Itziar. *Letras, números e incógnitas: estudio de las voces aritmético-algebraicas del Renacimiento*. Madrid-Frankfurt: Iberoamericana-Vervuert, 2017.
- Molina, Itziar. «La retórica de las matemáticas en los tratados aritmético-algebraicos del Renacimiento». *RILCE* 34, no. 1 (2018): 286-311.
- Muñoz-Escolano, José M., y Antonio M. Oller-Marcén. «Análisis de los prólogos de los textos matemáticos del Bachiller Juan Pérez de Moya». En *Actas del IV Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática*, editado por Dolores Carrillo, Encarna Sánchez, José Manuel Matos, Pedro Luis Moreno y Wagner Rodríguez, 237-243. Murcia: CEME, 2019.
- Navarro Brotóns, Víctor. «The Teaching of the Mathematical Disciplines in Sixteenth-Century Spain». *Science & Education* 15 (2006): 209-233.
- Oller-Marcén, Antonio M., y José M. Muñoz-Escolano. «Concepciones sobre la matemática, su enseñanza y su aprendizaje en el Compendio Mathematico de Thomas Vicente Tosca». *Comunicación presentada en International Congress 300 Anniversary Gottfried Wilhelm Leibniz*, Barcelona, 2016.
- Pajares, Frank. «Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct». *Review of Educational Research* 62, no. 39, (1992): 307-332.
- Puig, Luis, y Alejandro Fernández. «La Arithmetica Algebratica de Marco Aurel, primer álgebra impresa escrita en español. Preliminares para su estudio». En *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Encarnación Castro*,

- editado por Luis Rico, María Consuelo Cañadas, Marta Molina e Isidoro Segovia, 1694-1707. Granada: Comares, 2013.
- Rey Pastor, Julio. *Los matemáticos españoles del siglo XVI*. Madrid: A. Medina, 1926.
- Reyes Gómez, Fermín de los. «La estructura formal del libro antiguo español». *Paratesto* 7 (2010): 9-59.
- Romero Vallhonestà, Fátima. «Les quantitats irracionals a l'Àlgebra de Pedro Núñez». *Quaderns d'Història de l'enginyeria* 11 (2007): 53-77.
- Romero Vallhonestà, Fátima. «Una aproximació al pensament algebraic a l'Espanya del segle XVI. Estudi del manuscrit 2294 de la Biblioteca de la Universitat de Salamanca». Tesis fin de Máster, Treball de recerca d'Història de les Ciències, Universidad Autónoma de Barcelona, 2007.
- Romero Vallhonestà, Fátima. «The "rule of quantity" in Spanish Algebras of the 16th century. Possible sources». *Actes d'història de la ciència i de la tècnica* 4 (2011): 93-116.
- Romero Vallhonestà, Fátima. «Algebraic symbolism in the first algebraic works in the Iberian Peninsula». *Philosophica* 87 (2012): 117-152.
- Romero Vallhonestà, Fátima. «L'àlgebra a la Península Ibèrica del segle XVI». PhD diss., Universidad Autónoma de Barcelona, 2018.
- Ruíz Berrio, Julio. «El método histórico en la investigación histórica de la Educación». *Revista Española de Pedagogía* 134 (1976): 449-475.
- Ruíz Higuera, Luisa, y Francisco Javier García García. «Arithmetica Practica y Speculativa de J. Pérez de Moya (1513-1596): análisis epistemológico y didáctico». *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y las Técnicas* 32, no. 69 (2009): 103-134.
- Salavert Fabiani, Vicente. «Introducción la historia de la aritmética práctica en la Corona de Aragón en el siglo XVI». *Dynamis: Acta hispánica ad Medicinæ Scientiarumque Historiam Illustrandam* 10 (1990): 63-91.
- Schmelzer, Felix Kurt Ernst. *La retórica del saber: El prólogo de los tratados matemáticos en lengua española (1515-1600)*. New York: IDEA/IGAS, 2016.
- Schubring, Gert. «On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author». *For the Learning of Mathematics* 7, no. 3 (1987): 41-51.
- Schubring, Gert, y Lianghuo Fan. «Recent advances in mathematics textbook research and development: an overview». *ZDM Mathematics Education* 50, no. 5, (2018): 756-771
- Scott, John. *A matter of record: Documentary Sources in Social Research*. Cambridge: Polity Press, 1990.
- Silva, Maria do Céu. «Fuentes renacentistas en las Geometrías de Juan Pérez de Moya». *Asclepio* 65, no. 2 (2013), p018.

- Son, Ji-Won, y Jiri Dileti. «What can we learn from textbook analysis». En *What Matters? Research Trends in International Comparative Studies in Mathematics Education*, editado por Ji-Won Son, Tad Watanabe y Jane-Jane Lo, 3-32. New York: Springer, 2017.
- Thompson, Alba G. «Teachers beliefs and conceptions: A synthesis of research». En *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, editado por Douglas A. Grouws, 127-146. New York: MacMillan, 1992.
- Valladares, Aurelio. «El Bachiller Juan Pérez de Moya: apuntes biobibliográficos». *Boletín del Instituto de Estudios Giennenses* 165 (1997): 371-412.
- Vitrac, Bernard. «Promenade dans les préfaces des textes mathématiques grecs anciens». En *Liber amicorum Jean Dhombres*, editado por Patricia Radellet-deGrave, 519-556. Turnhout: Brepols, 2008.