EVALUACIÓN DE LA POLÍTICA DE EXPANSIÓN DEL STOCK DE CAPITAL COMO MOTOR DE CRECIMIENTO ECONÓMICO Y CONVERGENCIA ENTRE CCAA: LOS CASOS DE MADRID Y CATALUÑA

Núm. 1 (2013), pp. 72-116.

Manuel León¹, Iñigo Tejera Martín²

Recibido: **Mayo, 2013**

Aceptado: **Septiembre, 2013**

JEL Clasif: C32, E22, H54, R11

¹ Centro Universitario Cardenal Cisneros. C/ General Díaz Porlier 58 (Madrid. España) mleon@cu-cisneros.es

² Departamento de Economía Aplicada y Estadística. Universidad Nacional de Educación a Distancia (Madrid. España). itejera@cee.uned.es

Resumen

En este artículo se analizan los efectos interregionales que tiene el stock de capital de cada CCAA y del resto de España. Estos resultados permitirán evaluar la eficiencia de las políticas de inversiones públicas en las distintas CCAA en la contribución al crecimiento económico. A modo de ejemplo, se realiza el análisis empírico para Madrid y Cataluña. Se observa que una inversión en stock de capital en Madrid y Cataluña aumenta la producción y el empleo de la propia CCAA y del resto de España. Además una inversión en el resto de España también aumenta la actividad en las dos CCAA. Con los efectos del capital sobre cada CCAA y sobre el resto de España se estudia la existencia de convergencia en la productividad del trabajo. Se encuentra que dicha convergencia empieza a producirse a partir de la crisis económica.

Palabras clave: Stock de capital; crecimiento; creación empleo; convergencia.

Abstract

In this paper we analyze interregional effects on capital stock in Spain in order to get results that allow us to evaluate the efficiency of public investment policies. We focus specifically in to regions (CC. AA.), Madrid and Catalonia. Investment in capital stock do not have only internal effects on labour within the region but we also find external effects in the rest of regions. So, increases in the investment outside Madrid and Catalonia have positive effects in these two CC. AA. We also look at convergence and we find some positive signal.

Key Words: Capital stock; growth; employment creation; convergence.

1. Introducción.

Todas las Comunidades Autónomas (CCAA) del Estado Español compiten, año a año, en los presupuestos del Estado para obtener una cantidad de recursos mayores para sus regiones. Una de las partidas que más debate suscita es la partida de inversiones públicas en infraestructuras.

La idea que está detrás del conflicto interregional es que el stock de capital es productivo y por lo tanto cuanto mayor sea la inversión en stock de capital en una CCAA concreta mayor serán los niveles de producción y empleo.

Desde un punto de vista académico, la discusión acerca de la productividad del capital se centra inicialmente en el capital público. Así, en los trabajos seminales de Aschauer (1989), se estima una función de producción estática y obtiene una elasticidad de la producción con respecto al capital público en torno a 0.39. Otros trabajos que, posteriormente, estiman un efecto positivo del capital son Holt-Eakin (1988), Munnell (1990), Munnell y Cook (1990), Nadiri y Mamuneas (1994), Seitz (1994).

Tras el debate inicial, el trabajo de Flores Gracia y Pérez (1998) en primer lugar y Pereira y Flores (1999) posteriormente muestran que el marco adecuado no puede ser un modelo uniecuacional. Esto es debido a que el capital no afecta solamente a las variables del sector privado (producción y empleo) de forma instantánea, sino a través de efectos indirectos sobre el resto de las variables. Además, se debe permitir la existencia de retroalimentación debido a que las variables del sector privado pueden afectar, a su vez, al capital público.

El paso siguiente ha sido estimar los efectos del stock de capital en un conjunto de regiones. Así, en un marco multivariante, en Kamps (2005) se estiman los efectos para diversos países de la OCDE y en Pereira y Roca-Sagales (2003) se hace para las distintas CCAA del estado Español.

Si bien en Pereira y Roca-Sagales (2003) se incluye el capital del resto de España para estimar el efecto rebosamiento que tiene el capital de una región sobre el total, en ningún trabajo de ámbito regional se estiman los efectos que el capital de una región tiene sobre los niveles de producción y empleo del resto de regiones.

En este artículo se estiman los efectos que tiene el stock de capital sobre la producción y el empleo de la CCAA así como sobre la producción y el empleo del resto de España. A modo de ejemplo, dicho análisis se lleva a cabo para las dos CCAA más grandes: Madrid y Cataluña.

Dicho análisis es interesante por dos motivos. En primer lugar, con los resultados anteriores se podrá determinar cuál es la capacidad de generar crecimiento económico por parte del stock de capital invertido en cada una de las dos CCAA, no solo en la propia CCAA sino también en el resto de España y viceversa. Dichos efectos de interacción regional, que son olvidados en el debate político, pueden ayudar a determinar una política de inversiones más eficiente.

En segundo lugar, al incluir la producción y el empleo del resto de España, el modelo podrá dar previsiones de dichas variables y por lo tanto se podrá analizar cuál es la evolución de la variable productividad del trabajo (ratio de producción y empleo) tanto en la CCAA como en el resto de España. Con la evolución de ambas productividades se podrá determinar si se produce la convergencia entre la CCAA en cuestión y el resto de España. La productividad del trabajo es una variable clave para explicar el crecimiento económico y, por lo tanto, si dicha productividad crece menos en las CCAA más ricas (Madrid y Cataluña) que en el resto de España, la eficiencia en el resto de España aumenta y con ello los niveles de producción y actividad.

Para ello, en este artículo se extiende el marco de referencia conceptual (MRC) propuesto en Flores et al. (1998). Dicho marco ha sido utilizado ampliamente en la literatura no sólo para el capital público como en Pereira y Flores (1999) sino también para capitales privados como la inversión residencial en León y Flores (2012) y Cosculluela y Flores (2013).

El (MRC) admite una representación VAR que permite que las variables sean no estacionarias, que existan relaciones de cointegración y cualquier otro tipo de relaciones dinámicas entre las variables. Además, permite identificar los efectos del stock de capital sin restringir ni las propiedades estadísticas de las variables ni su relación dinámica. Los supuestos para dicha identificación están claramente expuestos y con ello la posible debilidad de los resultados.

Este trabajo presenta dos novedades importantes respecto a la literatura: 1) La metodología de este artículo permite analizar la importancia del stock de capital de

cada CCAA sobre la actividad del resto de España, no sólo sobre el capital del resto España (como hace el trabajo de Pereira y Roca-Sagales (2003)). Con dicha estimación, no sólo se puede determinar la existencia del efecto rebosamiento sino que se puede dar una medida cuantitativa de la magnitud de dicho efecto rebosamiento y 2) No sólo se estiman los efectos unitarios porcentuales de un aumento porcentual en el stock de capital sino que se cuantifican dichos efectos. Así se estima cual es la cantidad de producción y cuál es el número de empleos que genera una inversión concreta (1000 millones de euros) en cada CCAA.

Los resultados indican que el stock de capital de Madrid y Cataluña es productivo no sólo en la propia región sino en el resto de España, ya que aumenta los niveles de producción y empleo tanto en la CCAA como en el resto de España. Por lo tanto una política de inversiones públicas eficiente debe tener en cuenta los efectos interregionales.

Además se observa que antes de la crisis económica no se estaba produciendo la convergencia en productividad del trabajo entre Madrid y Cataluña con el resto de España. A partir del año 2008, y sobre todo del año 2009, se produce un aumento en la productividad del resto de España debido a la mayor destrucción de empleo que en Madrid y Cataluña. Al caer el empleo en mayor media, el ratio producción-trabajo aumenta pudiéndose concluir que la crisis ha aumentado la eficiencia productiva en el resto de España.

El resto del artículo se organiza de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta el marco teórico. En la sección 3 se presentan los resultados econométricos que conducen a la estimación del modelo teórico. En la sección 4 se presentan los efectos sobre la producción y el empleo. En la sección 5 se analiza la existencia de convergencia. Por último, en la sección 6 se presentan las principales conclusiones.

2. Marco Teórico.

En esta sección se presenta el marco de referencia conceptual (MRC) que permite encontrar la respuesta del empleo tanto de cada CCAA como del Resto de España ante aumentos en el stock de capital de cada CCAA y en el stock de capital del resto de España.

Se considera una economía con dos tipos de variables: las variables reactivas y las variables rígidas. Las variables reactivas son la producción de la comunidad (Y_{ct}), el nivel de empleo de la comunidad (L_{ct}), la producción del resto de España (Y_{et}) y el nivel de empleo del resto de España (L_{et}). Si denotamos las variables en minúsculas como la primera diferencia del logaritmo de la variable ($x_t = \nabla \ln(X_t)$), entonces las variables reactivas son las incluidas en el vector $Z_t = (y_{ct}, l_{ct}, y_{et}, l_{et})$.

Por otro lado, las variables rígidas de esta economía son el stock de capital de la comunidad (K_{ct}) y el stock de capital del resto de España (K_{et}), que vienen recogidas en el vector $K_t = (k_{ct}, k_{et})$, donde, de nuevo, las variables en minúsculas denotan la primera diferencia del logaritmo de la variable.

Al igual que en Cosculluela y Flores (2013), se supone que las variables rígidas necesitan al menos un periodo para reaccionar, frente a las variables reactivas que pueden reaccionar de forma instantánea. Este supuesto, no contrastable, determina que de forma instantánea K_t puede afectar a Z_t pero no al revés.

En segundo lugar, se supone que ambos capitales son igual de rígidos y por lo tanto ninguno de ellos puede afectar al otro de manera instantánea. Este segundo supuesto, sin embargo, puede ser contrastado con los datos por lo que no constituye una limitación del modelo.

Representación matemática de las variables reactivas:

El conjunto de información ante el que reaccionan las variables reactivas (Ω_{Z_t}) está formado por los valores pasados de Z_t , y los pasados y presentes de K_t , es decir:

$$\Omega_{Z_t} = \{Z_{t-i}, K_{t-i}, K_t\} \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots$$

En cada periodo se determina el nivel de $Z_t = (y_{ct}, l_{ct}, y_{et}, l_{et})$ usando la información de Ω_{Z_t} . Esto hace que Z_t dependa de los valores pasados de Z_t así como de los presentes y pasados de K_t según la ecuación (1)

$$\begin{aligned} Z_t &= \nu_z(B)K_t + \varepsilon_{Zt} \\ \Pi_z(B)\varepsilon_{Zt} &= \alpha_{Zt} \end{aligned} \quad (1)$$

Donde $\nu_z(B)$ es una matriz (4x2) de funciones de transferencia. Cada una de ellas tiene la forma genérica $\nu_{z-k}(B) = \nu_{z0} + \nu_{z1}B + \nu_{z2}B^2 + \dots$ para $z = yc, lc, ye, le$ y para $k = kc, ke$ y donde B es el operador retardo

$$\nu_z(B) = \begin{pmatrix} \nu_{yc-kc}(B) & \nu_{yc-ke}(B) \\ \nu_{lc-kc}(B) & \nu_{lc-ke}(B) \\ \nu_{ye-kc}(B) & \nu_{ye-ke}(B) \\ \nu_{le-kc}(B) & \nu_{le-ke}(B) \end{pmatrix}$$

Cada función de transferencia $\nu_{z-k}(B)$ representa el efecto unidireccional de cada uno de los capitales (CCAA y el resto de España) sobre cada una de las variables del vector Z (producción y empleo de la CCAA y del resto de España).

El efecto instantáneo de los capitales sobre las variables reactivas viene recogido por la matriz siguiente:

$$\nu_{Z0} = \nu_z(0) = \begin{pmatrix} \nu_{yc-kc}(0) & \nu_{yc-ke}(0) \\ \nu_{lc-kc}(0) & \nu_{lc-ke}(0) \\ \nu_{ye-kc}(0) & \nu_{ye-ke}(0) \\ \nu_{le-kc}(0) & \nu_{le-ke}(0) \end{pmatrix}$$

Por otro lado $\varepsilon_{Zt} = (\varepsilon_{yc,t}, \varepsilon_{lc,t}, \varepsilon_{ye,t}, \varepsilon_{le,t})'$ es un vector de variables aleatorias; $\Pi_z(B) = I - \Pi_{z1}B - \Pi_{z2}B^2 - \dots$ es un polinomio matricial, donde se permite que las raíces de dicho polinomio puedan estar fuera del círculo unidad³, $\alpha_{Zt} = (\alpha_{yc,t}, \alpha_{lc,t}, \alpha_{ye,t}, \alpha_{le,t})'$ es un vector de ruido blanco con matriz de covarianzas contemporáneas Σ_z .

³El motivo de no hacer ningún supuesto sobre la función de transferencia y $\pi_z(B)$ es que el modelo propuesto permita que las variables sean no estacionarias. Los datos determinarán si dicho polinomio tiene raíces unitarias o no.

Representación matemática de las variables rígidas:

El conjunto de información ante el que reaccionan las variables rígidas (Ω_{K_t}) está formado por los valores pasados de K_t , y solamente por los pasados de Z_t , es decir:

$$\Omega_{K_t} = \{K_{t-i}, Z_{t-i}\} \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots$$

En cada periodo se determina el nivel de $K_t = (k_{ct}, k_{et})$ usando la información de Ω_{K_t} . Esto hace que K_t dependa de los valores pasados de K_t así como de pasados de Z_t según la ecuación (2)

$$\begin{aligned} K_t &= \nu_K(B)Z_t + \varepsilon_{K_t} \\ \Pi_K(B)\varepsilon_{K_t} &= \alpha_{K_t} \end{aligned} \quad (2)$$

Donde $\nu_K(B)$ es una matriz (2x4) de funciones de transferencia. Cada una de ellas tiene la forma genérica $\nu_{k-z}(B) = \nu_{k0} + \nu_{k1}B + \nu_{k2}B^2 + \dots$ para $k = kc, ke$ y para $z = yc, lc, ye, le$ y donde B es el operador retardo

$$\nu_K(B) = \begin{pmatrix} \nu_{kc-yc}(B) & \nu_{kc-lc}(B) & \nu_{kc-ye}(B) & \nu_{kc-le}(B) \\ \nu_{ke-yc}(B) & \nu_{ke-lc}(B) & \nu_{ke-ye}(B) & \nu_{ke-le}(B) \end{pmatrix}$$

Cada función de transferencia $\nu_{k-z}(B)$ representa el efecto unidireccional de cada una de las variables del vector Z_t (producción y empleo de cada CCAA y el resto de España) sobre cada uno de los capitales (CCAA y el resto de España).

El supuesto acerca de la rigidez de los capitales, implica que $\nu_{k-z}(0) = \nu_{k0} = 0$ para cada una de las funciones de transferencia ya que ninguna de las variables del vector Z_t afecta de forma instantánea a ninguno de los capitales. Matricialmente, el supuesto implica que:

$$\nu_K(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Por otro lado $\varepsilon_{Kt} = (\varepsilon_{kc,t}, \varepsilon_{ke,t})'$ es un vector de variables aleatorias; $\Pi_K(B) = I - \Pi_{K1}B - \Pi_{K2}B^2 - \dots$ es un polinomio matricial, donde se permite que las raíces de dicho polinomio puedan estar fuera del círculo unidad⁴, $\alpha_{Kt} = (\alpha_{kc,t}, \alpha_{ke,t})'$ es un vector de ruido blanco con matriz de covarianzas contemporáneas Σ_K .

El supuesto de la rigidez de ambos capitales implica que la matriz de covarianzas contemporáneas es diagonal con la forma:

$$\Sigma_K = \begin{pmatrix} \sigma_{km}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{ke}^2 \end{pmatrix}$$

Es importante notar que la restricción $\nu_K(0) = 0$ en la ecuación (2) debida al supuesto de la rigidez de los capitales, junto con el supuesto acerca de la matriz Σ_K y la independencia de α_{Zt} y α_{Kt} representan condiciones suficientes para identificar los shock del capital de cada CCAA así como del resto de España a través de los residuos del modelo formado por las ecuaciones (1) y (2).

Modelo Teórico completo en forma VAR:

El modelo (1) y (2) puede escribirse de forma matricial como:

$$\begin{pmatrix} \Pi_Z(B) & -\Pi_Z(B)\nu_Z(B) \\ -\Pi_K(B)\nu_K(B) & \Pi_K(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_t \\ K_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{Zt} \\ \alpha_{Kt} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_Z & 0 \\ 0 & \Sigma_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_Z & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{kc}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{ke}^2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

El modelo (3)-(4) no está normalizado en sentido de Alavi (1981) ya que en $B=0$ se obtiene

⁴El motivo de no hacer ningún supuesto sobre la función de transferencia y $\pi_z(B)$ es que el modelo propuesto permita que las variables sean no estacionarias. Los datos determinarán si dicho polinomio tiene raíces unitarias o no.

$$\begin{pmatrix} I & -\nu_{Z0} \\ 0 & I \end{pmatrix} = V \neq I \quad (5)$$

Si se multiplica el modelo (3) por V^{-1} se obtiene el modelo formado por las ecuaciones (6) y (7)

$$\begin{pmatrix} \Pi_Z(B) - \nu_{Z0}\Pi_K(B)\nu_K(B) & \nu_{Z0}\Pi_K(B) - \Pi_Z(B)\nu_Z(B) \\ -\Pi_K(B)\nu_K(B) & \Pi_K(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_t \\ K_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{Zt}^* \\ \alpha_{Kt}^* \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\Sigma^* = \begin{pmatrix} \Sigma_Z + \nu_{Z0}\Sigma_K(\nu_{Z0})^T & \nu_{Z0}\Sigma_K \\ \Sigma_K(\nu_{Z0})^T & \Sigma_K \end{pmatrix} \quad (7)$$

El modelo de las ecuaciones (6) y (7) es un modelo VAR normalizado que puede ser estimado a través de la metodología clásica de series temporales. A partir de la estimación del modelo, utilizando la ecuación (7) se obtiene la matriz V . Con la matriz V se pueden identificar exactamente los parámetros del modelo propuesto en las ecuaciones (3) y (4).

Funciones de respuesta al impulso:

Utilizando el modelo (3) y (4), el vector Z_t se puede escribir como $Z_t = \Psi_Z(B)\alpha_{Zt} + \Psi_K(B)\alpha_{Kt}$, siendo $\Psi_K(B)$ una matriz polinomial 4x2 que se presenta en (5).

$$\Psi_K(B) = \begin{pmatrix} \psi_{yc-kc}(B) & \psi_{yc-ke}(B) \\ \psi_{lc-kc}(B) & \psi_{lc-ke}(B) \\ \psi_{ye-kc}(B) & \psi_{ye-ke}(B) \\ \psi_{le-kc}(B) & \psi_{le-ke}(B) \end{pmatrix} \quad (8)$$

La secuencia de coeficientes asociados con el polinomio $\Psi_K(B)$ de la ecuación (8) se interpretan como la función de respuesta de Z_t ante un impulso en α_{Kt} , es decir $\partial Z_t / \partial \alpha_{Kt-j}$ para $j=0,1,2,\dots$. Esta función mide los efectos temporales de un aumento en K_t en las variables reactivas.

La estimación de estas funciones es la clave para describir los efectos que cada uno de los capitales (CCAA y resto de España) tiene sobre la producción y el empleo de cada CCAA así como sobre la producción y el empleo del resto de España.

Análisis de Convergencia:

Con el modelo estimado se calculan las previsiones de las variables. Se denota a las variables $(\hat{Z}_{T+i}, \hat{K}_{T+i})$ como las previsiones de las variables (Z_{T+i}, K_{T+i}) . Dichas previsiones serán el valor esperado en el momento T para $i > 0$ y por lo tanto toman la forma:

$$\begin{pmatrix} \hat{Z}_{T+i} \\ \hat{K}_{T+i} \end{pmatrix} = E_T \begin{bmatrix} Z_{T+i} \\ K_{T+i} \end{bmatrix}$$

Dichas previsiones se obtienen del modelo representado en (3). Es importante notar que el vector $\hat{Z}_{T+i}$ contiene las previsiones de las variables Y_{c_t} , L_{c_t} , Y_{e_t} y L_{e_t} y con ellas se pueden formar los ratios $\frac{\hat{Y}_{c_{T+i}}}{\hat{L}_{c_{T+i}}}$, productividad de la comunidad para el horizonte i, y $\frac{\hat{Y}_{e_{T+i}}}{\hat{L}_{e_{T+i}}}$ productividad del resto de España para el mismo horizonte.

Si el cociente de ambos ratios toma un valor mayor que 1, entonces la productividad de la CCAA es mayor que la del resto de España. Si va disminuyendo y toma el valor 1, ambas productividades serán iguales y por lo tanto se habrá producido la convergencia.

3. Análisis Empírico- Estimación del modelo teórico.

En esta sección se explica cómo se han construido los modelos empíricos multivariantes para cada una de las dos CCAA, si bien un análisis detallado puede consultarse en el apéndice adjunto. Con dichos modelos se estiman, para cada CCAA, las respuestas de $y_{c_t}, l_{c_t}, y_{e_t}, l_{e_t}$ ante un aumento permanente en k_{c_t}, k_{e_t} .

Datos:

Se usan datos anuales de la economía Española para el periodo 1980-2009, de las siguientes variables: El PIB de cada CCAA, el empleo de cada CCAA y el stock de capital real de cada CCAA. Las variables PIB del resto de España, empleo del resto de España y stock de capital del resto de España se construyen como la suma del dato para todas las CCAA a excepción de la comunidad concreta del análisis.

El PIB de cada CCAA es el “valor añadido bruto” a precios constantes del año 2000 (INE). Para los últimos años se construye esta variable con las tasas de crecimiento de la variable “variaciones de volumen”, serie publicada también por el INE (Contabilidad Regional – Base 2000)

Para el empleo se utilizan los datos de la EPA (en miles de personas) y para el stock de capital se utilizan los datos de stock de capital real por CCAA publicados por el Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas IVIE (Mas et al. (2007) [7]).

Análisis Univariante:

En primer lugar se lleva a cabo el análisis univariante de las seis variables del análisis para cada CCAA. En todos los casos se lleva a cabo un análisis gráfico y el contraste ADF para dichas series. El contraste ADF para todas, con estadísticos inferiores a los valores críticos indica que no se puede rechazar la presencia de raíz unitaria y por lo tanto todas las variables son $I(1)$ ⁵.

Relaciones de Cointegración:

Una vez determinado que las seis variables son no estacionarias, se buscan posibles relaciones de cointegración entre ellas. Para encontrar las posibles relaciones de cointegración se utilizan de forma combinada dos métodos, el de Engle y Granger y el de Johansen. Dicho análisis muestra, para todas las CCAA la existencia de tres relaciones de cointegración. Las relaciones que se obtienen son:

⁵ Es importante notar que las variables del análisis son las denotadas en minúsculas, que son la primera diferencia de la variable original. Por lo tanto, al concluir que dichas variables son $I(1)$, se concluye que las variables originales son $I(2)$.

1) $ecm1_t = y_{ct} - \alpha_1 l_{ct}$. La relación de cointegración anterior se interpreta como una función de producción de cada CCAA, donde dado un nivel de capital si aumenta el empleo aumenta la producción (ambas en tasas de crecimiento)

2) $ecm2_t = y_{et} - \alpha_2 l_{et}$. De nuevo, dicha relación de cointegración se interpreta como una función de producción para el resto de España de la misma forma que se hizo para cada CCAA.

3) $ecm3_t = y_{ct} - \alpha_3 y_{et}$. Dicha relación se interpreta como una función de exportación para cada CCAA donde, si aumenta la producción del resto de España, entonces se demandan productos de la CCAA aumentando la producción de dicha CCAA.

Modelos Multivariantes:

Una vez determinados los órdenes de integración de las variables y una vez determinada la presencia de tres relaciones de cointegración, se especifica y estima un modelo vectorial de corrección de error (VEC) para cada una de las CCAA. Dichos modelos se estiman por mínimos cuadrados generalizados. En dichos modelos se imponen las hipótesis de significatividad de los parámetros necesarias. Por último, se lleva a cabo una diagnosis de los mismos mediante el gráfico de residuos y las funciones de correlaciones cruzadas residuales y se concluyen que son estadísticamente adecuados.

Modelo estructural:

A partir de la matriz de correlaciones residuales instantáneas y utilizando el supuesto del marco teórico se especifica y estima la matriz V que permite encontrar el modelo estructural presentado en las ecuaciones (3) y (4).

En todas las CCAA existe una correlación alta y positiva entre los capitales y las variables reactivas. El primer supuesto de identificación indica que son los capitales los que afectan a las variables reactivas.

Por otro lado, se observa empíricamente que no existe una correlación significativa entre los capitales de las CCAA y del resto de España, y por lo tanto, dichos resultados avalan empíricamente el segundo supuesto de identificación.

Finalmente, como ya se ha discutido en la sección II, ambos supuestos determinan la forma de la matriz V:

$$V = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & -\beta_1 & 0.00 & 0.00 & -\beta_5 \\ 0.00 & 1.00 & -\beta_2 & 0.00 & 0.00 & -\beta_6 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & -\beta_3 & 1.00 & 0.00 & -\beta_7 \\ 0.00 & 0.00 & -\beta_4 & 0.00 & 1.00 & -\beta_8 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix}$$

Premultiplicando el modelo VEC por la matriz V, se encuentra el modelo estructural que permite encontrar la respuesta de las variables reactivas ante un shock en cada uno de los capitales.

4. Efectos sobre la Producción y el empleo de un shock en el stock de capital

En la tabla 1 se presenta la respuesta de la producción, tanto de cada CCAA como del resto de España, cuando se produce una variación en el stock de capital de cada CCAA. Se calculan las respuestas cuando la variación es porcentual (un punto porcentual) así como cuando se produce un aumento de 1000 millones de euros.

Tabla 1. Efectos del stock de capital de cada CCAA sobre la Producción

t	Efectos de shock en CCAA sobre la propia CCAA				Efectos de shock en CCAA sobre el resto de España			
	Producción (%)		Producción (millones de euros)		Producción (%)		Producción (millones de euros)	
	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña
0	0.60	1.20	470.79	483.43	0.62	1.07	1509	2925
1	0.84	1.81	540.39	668.56	0.83	1.35	2123	3477
2	0.89	2.11	439.96	713.61	0.99	1.57	2358	3765
3	1.00	2.02	462.39	620.81	1.01	1.71	2192	3804
4	0.99	2.08	481.73	579.65	1.04	1.73	2098	3570
5	1.02	2.05	444.76	518.97	1.04	1.73	1996	3304
6	1.01	2.03	400.13	463.77	1.04	1.72	1846	3032
7	1.01	2.00	373.94	412.84	1.04	1.71	1682	2775
8	1.01	1.98	349.26	368.62	1.04	1.70	1539	2533
20	1.00	1.94	130.42	99.24	1.03	1.67	532	862

Se observa que un aumento porcentual unitario del stock de capital en Madrid genera un aumento instantáneo de la producción de Madrid de 0.6 puntos. Al periodo siguiente la producción aumenta en 0.84 puntos para situarse en el 1% a partir del tercer periodo. El aumento que genera el stock de capital de Cataluña sobre la producción de Cataluña es mayor ya que, de forma instantánea el aumento es de 1.20 puntos, llegando a un incremento del 2% a partir del tercer periodo.

Como el porcentaje de cada CCAA implica una cantidad de inversión distinta, para poder comparar de forma más clara los efectos de ambos capitales, se calcula la respuesta de la producción de cada CCAA (en millones de euros) ante un aumento del stock de capital en cada CCAA de mil millones de euros. Se observa que una inversión en capital de 1000 millones en Madrid genera un aumento instantáneo de 470 millones de euros. Dicho efecto aumenta hasta 540 millones para luego disminuir. A largo plazo, la inversión genera un aumento de la producción de 130 millones de euros. Por otro lado, una inversión de 1000 millones en el capital de Cataluña genera un aumento instantáneo en la producción de Cataluña de 483 millones. Posteriormente dicho aumento crece hasta los 713 millones y finalmente genera un aumento de la producción de largo plazo de algo más de 99 millones.

Un aumento unitario porcentual del capital de Madrid genera un aumento en la producción del resto de España de 0.62 pp en el corto plazo y de 1.03 pp en el largo plazo. En cuanto a Cataluña, se observa que un aumento unitario porcentual del stock de capital genera un aumento de la producción del resto de España de 1.07 pp y 1.67 pp, en el corto y largo plazo respectivamente. Para una comparación más razonable se estiman los efectos sobre la producción del resto de España de un aumento de 1000 millones en el capital de cada CCAA. La inversión en Madrid genera un aumento de la producción del resto de España de 1509 millones de euros de forma instantánea, de 2360 en el segundo periodo y de 532 millones en el largo plazo. La inversión en Cataluña genera en el resto de España un aumento de la producción de 2925 millones de forma instantánea, de 3804 millones en el tercer periodo y de 862 millones en el largo plazo.

Por lo tanto se observa que el stock de capital de ambas CCAA es productivo no sólo en la propia CCAA sino más importante en el resto de España ya que los efectos sobre la producción son más importantes fuera de la CCAA. En cuanto a la comparación de

ambas CCAA, los efectos son muy similares, siendo ligeramente superiores los generados por el stock de capital de Madrid.

En la tabla 2 se presenta la función de respuesta del empleo en cada CCAA y en el resto de España ante un aumento unitario en el capital de cada CCAA. De nuevo, para conseguir una comparación más razonable, se presentan las respuestas porcentuales ante un shock unitario y las respuestas en miles de personas ante un aumento de 1000 millones.

Tabla 2. Efectos del stock de capital de cada CCAA sobre el Empleo

t	Efectos de shock en CCAA sobre la propia CCAA				Efectos de shock en CCAA sobre el resto de España			
	Empleo (%)		Empleo (miles de personas)		Empleo (%)		Empleo (miles de personas)	
	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña
0	0.51	2.11	7.85	13.80	0.90	1.38	29.58	45.80
1	0.91	3.06	12.84	16.76	1.56	2.25	67.93	64.90
2	1.29	3.38	14.12	15.30	1.74	2.61	70.87	64.47
3	1.42	3.35	11.07	12.51	1.85	2.71	63.32	56.86
4	1.59	3.18	10.40	9.83	1.88	2.71	55.01	48.51
5	1.60	2.96	9.91	7.62	1.87	2.65	48.07	40.17
6	1.64	2.77	8.49	5.98	1.86	2.58	40.50	33.36
7	1.63	2.63	7.02	4.77	1.84	2.52	33.42	27.76
8	1.63	2.54	5.97	3.88	1.83	2.47	27.56	23.22
20	1.61	2.48	0.84	0.62	1.77	2.39	2.86	3.93

Como se observa en la tabla 2, un aumento del capital de Madrid genera instantáneamente un aumento en el empleo de Madrid del 0.51%. Dicho aumento del empleo crece hasta el 1.61% de largo plazo. Por otro lado un aumento del capital de Cataluña genera un aumento en el empleo de Cataluña del 2.11% de forma instantánea y del 2.48% en el largo plazo. En cuanto al número de empleos, se observa que una inversión en stock de capital en Madrid de 1000 millones genera en Madrid 7850 empleos en el corto plazo. Dicha cantidad aumenta hasta algo más de 14 mil empleos en el segundo periodo para luego disminuir hasta los 840 empleos de largo plazo. Por otro lado, una inversión de 1000 millones en el stock de capital de Cataluña genera 13800 empleos de forma instantánea aumentando hasta los 16760 empleos en el siguiente periodo para disminuir hasta los 620 empleos de largo plazo.

Respecto a los efectos del capital de cada CCAA sobre el empleo del resto de España, se observa que el stock de capital de Madrid genera un aumento del empleo en el resto de España de 0.90 pp. en el corto plazo y de 1.77 pp. en el largo. Esto se traduce en que los 1000 millones invertidos en Madrid generan en el resto de España 29580 empleos en el corto plazo y 2860 empleos en el largo plazo. El stock de capital de Cataluña tiene un efecto mayor sobre el resto de España ya que instantáneamente aumenta el empleo en un 1.38%, generando 45800 empleos en el corto plazo, y en el largo plazo un 2.39%, generando 3930 empleos .

En la tabla 3 se presentan los efectos que tiene el capital del resto de España sobre cada CCAA. En primer lugar se presenta la respuesta del empleo de Madrid y Cataluña, tanto en términos porcentuales como en miles de personas y en segundo lugar los efectos sobre la producción, también en porcentaje y millones de euros.

Tabla 3. Efectos del stock de capital del resto de España sobre cada CCAA

Shock en capital del resto de España								
	Empleo (%)		Empleo (miles de personas)		Producción (%)		Producción (millones de euros)	
t	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña
0	2.38	2.22	3.16	3.25	2.95	2.34	191.71	164.57
1	4.45	5.32	5.25	6.53	3.39	3.68	207.31	235.94
2	5.34	7.04	5.51	7.13	3.45	4.93	195.75	288.88
3	5.53	8.01	4.90	6.69	4.01	4.91	210.45	262.07
4	6.35	8.35	4.79	5.78	3.91	5.15	188.46	251.01
5	6.31	8.32	4.01	4.79	4.09	5.08	180.56	226.18
6	6.57	8.17	3.49	3.94	4.08	4.98	163.77	203.54
7	6.58	7.95	2.90	3.23	4.11	4.94	149.82	185.23
8	6.63	7.77	2.42	2.66	4.12	4.86	135.49	167.30
20	6.64	7.62	0.19	0.42	4.12	4.82	33.32	65.55

En la tabla 3 se observa que un aumento del stock de capital del resto de España genera un aumento del empleo de Madrid del 2.38% de forma instantánea y del 6.64% en el largo plazo. Esto se traduce en que 1000 millones en el capital del resto de España generan en Madrid 3160 empleos en el corto plazo y 190 en el largo.

Por otro lado, el stock de capital del resto de España genera un aumento del empleo de Cataluña de 2.22 pp. en el corto plazo y un 7.62 pp. en el largo. Dicho aumento supone que 1000 millones invertidos en el resto de España generan en Cataluña 3250 empleos en el corto plazo y 420 en el largo plazo.

Los efectos del capital del resto de España sobre la producción son cualitativamente similares que sobre el empleo ya que aumentan la producción de Madrid en 2.95 pp. en el corto plazo y 4.12 pp. en el largo y la producción de Cataluña en 2.34 pp. en el corto y 4.82 pp. en el largo plazo. Este resultado supone que 1000 millones invertidos en el resto de España generan en Madrid 191 millones en el corto plazo y 33 millones en el largo y en Cataluña 164 millones y 65 millones en el corto y largo plazo, respectivamente.

5. Efectos del stock de capital sobre la convergencia regional.

En este apartado se estudia la convergencia de la variable productividad del trabajo. En la tabla 4 se presenta el cociente entre la previsión del ratio (Y/L) en cada CCAA y la previsión del ratio (Y/L) en el resto de España. Si dicho cociente toma el valor 1 entonces ambos ratios son iguales y se produce la convergencia en productividad del trabajo.

Como tanto las variables Y como L son $I(2)$, la previsión de ambas, y por lo tanto del ratio, depende del origen de dicha previsión. Por ello, en la tabla 4 se presentan las previsiones de dicho ratio tomando como origen los años 2006, 2007, 2008 y 2009.

Tabla 4. Previsión de los ratios de productividad en cada CCAA y el resto de España

	Previsión de los ratios (Y/L) CCAA - resto de España							
	Madrid				Cataluña			
	2009	2008	2007	2006	2009	2008	2007	2006
2010	1.170	1.197	1.246	1.239	1.148	1.266	1.298	1.280
2011	1.147	1.187	1.251	1.243	1.158	1.266	1.308	1.289
2012	1.124	1.176	1.257	1.247	1.175	1.272	1.315	1.294
2013	1.101	1.166	1.262	1.251	1.184	1.275	1.324	1.303
2014	1.079	1.156	1.268	1.255	1.190	1.279	1.330	1.310
2015	1.058	1.146	1.274	1.259	1.191	1.278	1.333	1.315
2016	1.037	1.136	1.280	1.263	1.187	1.276	1.336	1.320
2017	1.016	1.126	1.285	1.267	1.179	1.271	1.336	1.323
2018	0.996	1.116	1.291	1.271	1.169	1.265	1.335	1.324
2019	0.976	1.107	1.297	1.275	1.157	1.258	1.334	1.325
2020	0.957	1.097	1.303	1.279	1.145	1.251	1.331	1.325
2030	0.782	1.005	1.363	1.320	1.003	1.163	1.295	1.300

En la tabla 4 se observa en Madrid los ratios tomando como origen de previsión los años 2006 y 2007 son mayores que 1 y crecientes. Esto indica que en esos años no se estaba produciendo una convergencia en la productividad del trabajo en Madrid frente al resto de España. Si se utiliza como origen de previsión el año 2008 los resultados cambian sensiblemente ya que las previsiones de dicho ratio se vuelven decrecientes. Si bien la productividad de Madrid es mayor en el año 2010, se espera que haya una convergencia en el año 2030. Si se utiliza como origen el año 2009 el resultado se acentúa más ya que la convergencia se produce en el año 2017.

Los resultados en Cataluña (tabla 4) indican que no se estaba produciendo la convergencia antes del año 2008. En el año 2008 la previsión del ratio se vuelve decreciente y por lo tanto apunta a la existencia de convergencia en la productividad del trabajo pero de forma muy lenta ya que ésta se produce en el año 2050. De nuevo, si se utiliza como origen de previsión el año 2009, la convergencia se acelera, situándose en el caso de Cataluña en el año 2030.

Por lo tanto se puede concluir que antes de la crisis no había convergencia en la productividad del trabajo. Sin embargo, con la llegada de la crisis se produce la convergencia acelerándose a medida que la crisis se hace más fuerte.

Para ver si los shocks en los stock de capital de cada CCAA y del resto de España pueden ayudar a que exista convergencia o a que, existiendo, ésta se acelere, en las tablas 5 y 6 se presentan la evolución futura de los ratios de productividad del trabajo en cada CCAA y el resto de España cuando se produce un shock en el capital de la CCAA y cuando se produce un shock en el capital del resto de España.

Tabla 5. Previsión de los ratios de productividad en cada CCAA y el resto de España ante un shock en el capital de cada CCAA

	Previsión de los ratios (Y/L) CCAA - resto de España (shock en kc)							
	Madrid				Cataluña			
	2009	2008	2007	2006	2009	2008	2007	2006
2010	1.150	1.203	1.254	1.249	1.144	1.262	1.294	1.276
2011	1.129	1.195	1.258	1.256	1.153	1.261	1.302	1.284
2012	1.093	1.174	1.255	1.259	1.172	1.268	1.312	1.290
2013	1.074	1.165	1.255	1.262	1.180	1.272	1.320	1.299
2014	1.050	1.151	1.251	1.261	1.189	1.277	1.328	1.308
2015	1.031	1.141	1.249	1.261	1.190	1.278	1.333	1.315
2016	1.012	1.129	1.245	1.260	1.187	1.276	1.336	1.321
2017	0.994	1.119	1.240	1.257	1.181	1.273	1.337	1.324
2018	0.976	1.107	1.235	1.254	1.171	1.267	1.337	1.326
2019	0.958	1.096	1.230	1.250	1.159	1.261	1.336	1.327
2020	0.940	1.084	1.223	1.245	1.147	1.253	1.334	1.327
2030	0.755	0.945	1.125	1.159	1.004	1.165	1.297	1.302

En la tabla 5 se observa que al producirse un shock en el capital de Madrid existe convergencia independientemente del año en el que se sitúa el origen de la previsión. Por lo tanto, un shock en el stock de capital de Madrid ayuda a que se produzca la convergencia. Además, en los años en los que ya se estaba produciendo, se adelanta un año el momento de la convergencia.

Sin embargo, esto no ocurre para Cataluña (tabla 5). Se observa que antes de la crisis, años 2006 y 2007 sigue sin producirse la convergencia con el shock y tomando como origen los años en los que ya se producía la convergencia, ésta se produce en el mismo periodo.

Tabla 6. Previsión de los ratios de productividad en cada CCAA y el resto de España ante un shock en el capital del resto de España

	Previsión de los ratios (Y/L) CCAA - resto de España (shock en ke)							
	Madrid				Cataluña			
	2009	2008	2007	2006	2009	2008	2007	2006
2010	1.153	1.207	1.257	1.252	1.146	1.264	1.297	1.278
2011	1.136	1.202	1.265	1.263	1.159	1.267	1.309	1.290
2012	1.092	1.173	1.253	1.258	1.177	1.274	1.318	1.296
2013	1.083	1.175	1.266	1.273	1.178	1.269	1.317	1.296
2014	1.052	1.153	1.253	1.264	1.188	1.276	1.327	1.307
2015	1.037	1.147	1.255	1.268	1.188	1.275	1.330	1.312
2016	1.016	1.133	1.249	1.264	1.185	1.274	1.334	1.318
2017	0.998	1.123	1.245	1.263	1.180	1.272	1.337	1.323
2018	0.980	1.112	1.240	1.259	1.171	1.267	1.337	1.326
2019	0.962	1.100	1.234	1.255	1.160	1.261	1.337	1.328
2020	0.944	1.089	1.228	1.250	1.148	1.255	1.335	1.329
2030	0.760	0.949	1.130	1.164	1.019	1.176	1.304	1.308

En la tabla 6 se observa como un shock en el capital del resto de España ayuda a que se produzca la convergencia entre Madrid y el resto ya que, de nuevo, con dicho shock se produce la convergencia tomando como origen los años 2006 y 2007, cuando antes no se producía. En Cataluña, sin embargo, un shock en el capital del resto de España no ayuda a la convergencia ya que los resultados son los mismos que antes de producirse el shock.

6. Conclusiones.

En este artículo se han estimado los efectos que el stock de capital invertido en Madrid y Cataluña tiene sobre dichas CCAA así como sobre el resto de España.

En primer lugar se observa que el stock de capital de cada CCAA es productivo en la propia CCAA ya que genera aumentos permanentes en los niveles de producción y empleo. En concreto un aumento en el stock de capital de Madrid genera un aumento a largo plazo en la producción y el empleo de Madrid del 1% y 1.61% respectivamente. Por otro lado el mismo aumento en Cataluña genera aumentos de la producción y el empleo a largo plazo de 1.94% y 2.48% respectivamente. Este resultado se traduce en que 1000

millones de euros invertidos en Madrid generan a corto plazo 470 millones de euros y 7850 empleos. En Cataluña, 1000 millones de euros invertidos generan 483 millones de euros y 13800 empleos.

Además de los efectos que el stock de capital de cada CCAA tiene sobre la propia CCAA, existen otros efectos de interacción regional. Así, el stock de capital de cada CCAA es productivo en el resto de España ya que aumenta los niveles de producción y empleo. Pero además, los aumentos del stock de capital del resto de España aumentan también los niveles de producción y empleo de Madrid y Cataluña. Así, los 1000 millones invertidos en Madrid aumentan a corto plazo la producción del resto de España en 1509 millones de euros y el empleo en 29580 personas. La misma inversión en Cataluña genera en el resto de España un aumento de la producción de 2925 millones de euros y de 45800 empleos.

Los efectos del resto de España sobre Madrid y Cataluña son menores ya que un aumento de 1000 millones en el stock de capital del resto de España aumenta a corto plazo la producción de Madrid en 192 millones de euros y el empleo en 3160 personas. La misma inversión genera en Cataluña un aumento de la producción de 165 millones de euros y del empleo de 3250 personas.

Finalmente, con las previsiones del modelo se ha estudiado la existencia de convergencia en el ratio producción-empleo, es decir en la productividad del trabajo, entre Madrid y Cataluña con el resto de España. En los años anteriores a la crisis económica la productividad del trabajo en Madrid y Cataluña era mayor que la del resto de España y, además, con una perspectiva creciente y por lo tanto no existiendo convergencia. A partir de los años de la crisis se produce un cambio en la tendencia de dicha variable que se vuelve decreciente. De hecho se espera que se alcance la convergencia en los próximos diez años.

Esto es debido a que el impacto que la crisis económica ha tenido sobre el empleo del resto de CCAA ha sido mayor que sobre el empleo de Madrid y Cataluña. Al producirse lo mismo pero con una cantidad menor de empleo, la productividad del mismo ha aumentado. Por lo tanto, se puede concluir que la crisis económica ha impulsado la eficiencia en las CCAA más ineficientes y por lo tanto convergen en productividad a las más eficientes.

7. Referencias Bibliográficas.

- David Alan Aschauer. Does public capital crowd out private capital? *Journal of Monetary Economics*, 24(2):171–188, September 1989.
- David Alan Aschauer. Is public expenditure productive? *Journal of Monetary Economics*, 23(2):177–200, March 1989.
- Carolina Cosculluela y Rafael Flores. Housing investment in Spain: has it been the main engine of growth? *Applied Economics*, 45(14):1835–1843, May 2013.
- Rafael Flores, Mercedes Gracia, y Teodosio Perez. Public capital stock and economic growth: an analysis of the Spanish economy. *Applied Economics*, (30):985–994, 1998.
- Holtz-Eakin. Private output, government capital, and the infrastructure crisis. (1988_08), 1988.
- Christophe Kamps. The dynamic effects of public capital: Var evidence for 22 OECD countries. *International Tax and Public Finance*, 12(4):533–558, August 2005.
- Matilde Mas, Francisco Pérez, y Ezequiel Uriel. El stock y los servicios del capital en España y su distribución territorial (1964-2005). Nueva metodología. Fundación BBVA, Bilbao, 2007.
- Alicia H. Munnell. Why has productivity growth declined? productivity and public investment. *New England Economic Review*, (Jan):3–22, 1990.
- Alicia H. Munnell y Leah M. Cook. How does public infrastructure affect regional economic performance? *New England Economic Review*, (Sep):11–33, 1990.
- M Ishaq Nadiri y Theofanis P Mamuneas. The effects of public infrastructure and r&d capital on the cost structure and performance of u.s. manufacturing industries. *The Review of Economics and Statistics*, 76(1):22–37, February 1994.
- Manuel León Navarro y Rafael Flores de Frutos. Consumption and housing wealth breakdown of the effect of a rise in interest rates. *Applied Economics*, 44(16):2091–2110, 2012.

Alfredo M. Pereira y Rafael Flores. Public capital accumulation and private sector performance. *Journal of Urban Economics*, (46):300–322, 1999.

Alfredo Marvao Pereira y Oriol Roca-Sagales. Spillover effects of public capital formation: evidence from the spanish regions. *Journal of Urban Economics*, 53(2):238–256, March 2003.

Helmut Seitz. Public capital and the demand for private inputs. *Journal of Public Economics*, 54(2):287–307, June 1994.

8. Apéndice: Análisis Empírico de las CCAA

Comunidad de Madrid.

Análisis Univariante:

En primer lugar se lleva a cabo el análisis univariante de las seis variables del análisis. En la tabla (1) se muestra el contraste ADF para dichas series. El contraste ADF para todas, con estadísticos inferiores a los valores críticos indica que no se puede rechazar la presencia de raíz unitaria y por lo tanto todas las variables son $I(1)$. El análisis detallado puede encontrarse en el apéndice A.

Tabla 1

	p=0	p=1	p=2	p=3
y_{ct}	-2.62	-2.36	-1.97	-2.09
l_{ct}	-2.37	-2.37	-2.19	-2.34
y_{et}	-1.56	-1.42	-1.72	-2.34
l_{et}	-1.25	-1.79	-1.84	-2.04
k_{mt}	-1.21	-2.36	-1.74	-2.4
k_{et}	-1.47	-3.61	-2.04	-2.9

Relaciones de Cointegración:

Una vez determinado que las seis variables son no estacionarias, se buscan posibles relaciones de cointegración entre ellas. El análisis de cointegración muestra la existencia de tres relaciones de cointegración. Dichas relaciones de cointegración se han obtenido como resultado de la combinación de dos métodos, el de Engle y Granger y el de Johansen. Las relaciones que se obtienen son:

1) $ecm1_t = y_{ct} - 0.62l_{ct}$. El estadístico de Engle y Granger que confirma la existencia de dicha relación se presenta en la tabla (2) y el gráfico de dicha relación en (1).

Tabla 2. ADF de los residuos

$ecm1_t$	$p=0$	$p=1$	$p=2$
ADF de los	-5.18	-3.28	-2.30
Philips y Oularis-3.36 (95%) y -3.96 (99%)			

Gráfico 1

La relación de cointegración anterior se interpreta como una función de producción de Madrid, donde dado un nivel de capital si aumenta el empleo aumenta la producción (ambas en tasas de crecimiento)

2) $ecm2_t = y_{et} - 0.58l_{et}$. El estadístico de Engle y Granger que confirma la existencia de dicha relación se presenta en la tabla (3) y el gráfico de dicha relación en (2).

Tabla 3. ADF de los residuos

$ecm1_t$	$p=0$	$p=1$	$p=2$
ADF de los	-3.31	-1.83	-1.16
Philips y Oularis-3.36 (95%) y -3.96 (99%)			

Gráfico 2

De nuevo, dicha relación de cointegración se interpreta como una función de producción para el resto de España de la misma forma que se hizo para Madrid.

3) $ecm3_t = y_{ct} - 0.97y_{et}$. El estadístico de Engle y Granger que confirma la existencia de dicha relación se presenta en la tabla (4) y el gráfico de dicha relación en (3).

Tabla 4. ADF de los residuos

$ecm1_t$	$p=0$	$p=1$	$p=2$
ADF de los	-6.01	-5.53	-4.03
Philips y Oularis-3.36 (95%) y -3.96 (99%)			

Gráfico 3

Dicha relación se interpreta como una función de exportación para Madrid donde, si aumenta la producción del resto de España, entonces se demandan productos madrileños y aumenta la producción de Madrid.

Por ello, partiendo de los modelos particulares para Madrid y para el resto de España se estima el modelo completo para las variables ∇y_{mt} , ∇l_{mt} , ∇k_{mt} , ∇y_{et} , ∇l_{et} y ∇k_{et} .

Como se ha visto en el apartado dedicado a la cointegración, en el conjunto de las seis variables hay tres relaciones de cointegración. Por lo tanto, se especifica y estima, por mínimos cuadrados ordinarios, un modelo vectorial de corrección de error de orden 1 (VEC(1)). Los resultados de la estimación se presentan en la tabla (5)

Tabla 5. Estimación del modelo VEC

	∇y_{ct}	∇l_{ct}	∇k_{ct}	∇y_{et}	∇l_{et}	∇k_{et}
μ	0.008 (0.003)	-0.031 (0.005)	o	o	-0.011 (0.004)	o
$ecm1_{t-1}$	o	1.41 (0.21)	o	o	o	o
$ecm2_{t-1}$	o	o	o	o	0.47 (0.20)	o
$ecm3_{t-1}$	-1.61 (0.22)	o	o	o	o	o
∇y_{ct-1}	0.75 (0.17)	o	o	0.27 (0.10)	0.39 (0.11)	0.06 (0.03)
∇l_{ct-1}	o	o	o	o	o	o
∇k_{ct-1}	o	o	o	o	o	o
∇y_{et-1}	o	o	o	o	0.61 (0.12)	0.17 (0.04)
∇l_{et-1}	o	o	o	0.16 (0.09)	o	o
∇k_{et-1}	o	o	0.57 (0.21)	o	o	0.53 (0.11)

Los residuos del modelo se presentan en el gráfico (4). Todos los residuos tienen apariencia estacionaria de ruido blanco.

Grafico 4 Residuos del modelo VEC

La matriz de covarianzas residual se presenta en la tabla (6)

Tabla 6. Matriz de covarianzas residual

$\hat{\sigma}_{\varepsilon_i \varepsilon_j}$	εy_{mt}	εl_{mt}	εk_{mt}	εy_{et}	εl_{et}	εk_{et}
εy_{mt}	0.0003257	0.0001916	0.0000614	0.0001678	0.0002453	0.0000419
εl_{mt}	0.0001916	0.0003666	0.0000496	0.0000934	0.0001923	0.0000407
εk_{mt}	0.0000614	0.0000496	0.0000433	0.0000543	0.0000666	0.0000116
εy_{et}	0.0001678	0.0000934	0.0000543	0.0001809	0.0001861	0.0000390
εl_{et}	0.0002453	0.0001923	0.0000666	0.0001861	0.0002665	0.0000455
εk_{et}	0.0000419	0.0000407	0.0000116	0.0000390	0.0000455	0.0000148

En el gráfico (5) se presenta la función de correlación cruzada residual. Como no se observa ninguna estructura, se concluye que el modelo representa de forma adecuada la dinámica de las variables.

Grafico 5. FCC residual

La matriz de correlaciones instantáneas se presenta en la tabla (7)

Tabla 7. Matriz de correlaciones residuales instantáneas

$\hat{\rho}_{\varepsilon_i \varepsilon_j}$	εy_{mt}	εl_{mt}	εk_{mt}	εy_{et}	εl_{et}	εk_{et}
εy_{mt}	1.00	0.55	0.52	0.69	0.83	0.60
εl_{mt}	0.55	1.00	0.39	0.36	0.62	0.55
εk_{mt}	0.52	0.39	1.00	0.61	0.62	0.46
εy_{et}	0.69	0.36	0.61	1.00	0.85	0.76
εl_{et}	0.83	0.62	0.62	0.85	1.00	0.72
εk_{et}	0.60	0.55	0.46	0.76	0.72	1.00

Las bandas de confianza para las correlaciones instantáneas al 95% son $\pm 2 * DT = \pm 2 / \sqrt{n} = \pm 0.41$ y al 99% son $\pm 2.48 * DT = \pm 2.48 / \sqrt{n} = \pm 0.48$

Modelo estructural

De nuevo, en primer lugar se analiza el supuesto acerca de los capitales. Dicho supuesto se contrasta empíricamente a través de la correlación residual. Como dicha correlación es 0.46 dentro de las bandas de confianza al 99%, se concluye que es 0.

En segundo lugar se analizan las correlaciones entre los capitales y las demás variables. En concreto, se observa que las correlaciones entre los capitales y las variables reactivas son significativas. Como todas las correlaciones tienen el signo correcto y son compatibles con el supuesto de rigidez de los capitales, se modelizan para encontrar el modelo estructural.

Utilizando los supuestos genéricos anteriores se estima la matriz de efectos instantáneos. Los resultados de la estimación de la matriz V son:

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.60 & 0 & 0 & -2.95 \\ 0 & 1 & -0.51 & 0 & 0 & -2.38 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.62 & 1 & 0 & -2.34 \\ 0 & 0 & -0.90 & 0 & 1 & -2.40 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Con dicha matriz, premultiplicando el modelo por V se encuentra el modelo estructural que se presenta en la tabla (8)

Tabla 8. Modelo VEC estructural

	∇y_{mt}	∇l_{mt}	∇k_{mt}	∇y_{et}	∇l_{et}	∇k_{et}
μ	0.00	-0.03	0.00	0.00	-0.01	0.00
$ecm1_{t-1}$	0.00	1.41	0.00	0.00	0.00	0.00
$ecm2_{t-1}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.47	0.00
$ecm3_{t-1}$	-0.66	0.00	0.00	0.34	0.00	0.00
∇y_{mt-1}	-0.17	-0.14	0.00	-0.13	0.25	0.06
∇l_{mt-1}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
∇k_{mt-1}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
∇y_{et-1}	-0.11	-0.40	0.00	-0.39	0.21	0.17
∇l_{et-1}	0.00	0.00	0.00	0.23	0.00	0.00
∇k_{et-1}	-1.90	-1.55	0.57	-1.59	-1.78	0.53
∇k_{mt}	0.60	0.51	1.00	0.62	0.90	0.00
∇k_{et}	2.95	2.38	0.00	2.34	2.40	1.00

Cataluña.

Análisis Univariante:

En primer lugar se lleva a cabo el análisis univariante de las seis variables del análisis. En la tabla (9) se muestra el contraste ADF para dichas series. El contraste ADF para todas, con estadísticos inferiores a los valores críticos indica que no se puede rechazar la presencia de raíz unitaria y por lo tanto todas las variables son $I(1)$.

Tabla 9

	p=0	p=1	p=2	p=3
y_{ct}	-2.04	-1.79	-2.11	-1.77
l_{ct}	-1.28	-2.28	-2.15	-2.16
y_{et}	-1.20	-1.67	-1.82	-2.21
l_{et}	-1.32	-2.39	-1.70	-2.45
k_{ct}	-1.91	-2.27	-1.77	-2.96
k_{et}	-1.36	-3.40	-2.28	-2.42

Relaciones de Cointegración:

Una vez determinado que las seis variables son no estacionarias, se buscan posibles relaciones de cointegración entre ellas. El análisis de cointegración muestra la existencia de tres relaciones de cointegración. Dichas relaciones de cointegración se han obtenido como resultado de la combinación de dos métodos, el de Engle y Granger y el de Johansen. Las relaciones que se obtienen son:

$ecm1_t = y_{ct} - 0.65l_{ct}$. El estadístico de Engle y Granger que confirma la existencia de dicha relación se presenta en la tabla (10) y el gráfico de dicha relación en el gráfico (6).

Tabla 10. ADF de los residuos

$ecm1_t$	$p=0$	$p=1$	$p=2$
ADF de los	-4.78	-2.90	-2.85

Philips y Oularis-3.36 (95%) y -3.96 (99%)

Grafico 6. Relación de cointegración $ecm1_t$

La relación de cointegración anterior se interpreta como una función de producción de Cataluña donde, dado un nivel de stock de capital, si aumenta el empleo aumenta la producción (ambas en tasas de crecimiento).

$ecm2_t = yr_t - 0.577lr_t$. El estadístico de Engle y Granger que confirma la existencia de dicha relación se presenta en la tabla (11) y el gráfico de dicha relación en el gráfico (7).

Tabla 11. ADF de los residuos

$ecm2_t$	$p=0$	$p=1$	$p=2$
ADF de los residuos	-3.19	-2.01	-1.19
Philips y Oularis-3.07 (90%) y -3.36 (95%)			

Gráfico 7. Relación de cointegración $ecm2_t$

De nuevo, dicha relación de cointegración se interpreta como una función de producción para el resto de España de la misma forma que se hizo para Cataluña.

$ecm3_t = yc_t - 1.162yr_t$. El estadístico de Engle y Granger que confirma la existencia de dicha relación se presenta en la tabla (12) y el gráfico de dicha relación en (8).

Tabla 12. ADF de los residuos

$ecm3_t$	$p=0$	$p=1$	$p=2$
ADF de los	-5.40	-2.73	-2.25
Philips y Oularis-3.36 (95%) y -3.96 (99%)			

Gráfico 8. Relación de cointegración $ecm3_t$

Dicha relación se interpreta como una función de exportación para Cataluña donde, si aumenta la producción del resto de España, entonces se demandan productos catalanes y, consecuentemente, aumenta la producción de Cataluña.

Modelo Multivariante:

A continuación se especifica y estima, por mínimos cuadrados ordinarios, un modelo vectorial de corrección de error de orden 1 (VEC(1)). Los resultados de la estimación se presentan en la tabla (13).

Tabla 13. Estimación del modelo VECM

	∇yc_t	∇lc_t	∇kc_t	∇yr_t	∇lr_t	∇kr_t
μ	-0.005 (0.002)	-0.017 (0.004)	0	0	-0.011 (0.005)	0
$ecm1_{t-1}$	0	0.763 (0.200)	0	0	0	0
$ecm2_{t-1}$	0	0	0	0	0.435 (0.262)	0
$ecm3_{t-1}$	-0.757 (0.152)	0	0	0.272 (0.108)	0	0
∇yc_{t-1}	0	0	0	0	0.234 (0.102)	0
∇lc_{t-1}	0	0	0	0.141 (0.072)	0	0
∇kc_{t-1}	0	0	0	0	0	0
∇yr_{t-1}	0	0.647 (0.239)	0.161 (0.067)	0	0.684 (0.172)	0.151 (0.040)
∇lr_{t-1}	0.424 (0.111)	0.368 (0.172)	0	0	0	0
∇kr_{t-1}	0	0	0.652 (0.178)	0	0	0.679 (0.105)

Los residuos del modelo se presentan en el gráfico (9). Todos los residuos tienen apariencia estacionaria de ruido blanco.

Grafico 9. Residuos del modelo VEC

Plot of Time Series 1983–2009.0, T=27

En el gráfico (10) se presenta la función de correlación cruzada residual. Como no se observa ninguna estructura, se concluye que el modelo representa de forma adecuada la dinámica de las variables.

Grafico 10. FCC residual del modelo VEC

Crosscorrelations

La matriz de correlaciones instantáneas se presenta en la tabla (14)

Tabla 14. Matriz de correlaciones residuales instantáneas

$\hat{\rho}_{\varepsilon_i \varepsilon_j}$	εy_{mt}	εl_{mt}	εk_{mt}	εy_{et}	εl_{et}	εk_{et}
εy_{mt}	1.00	0.78	0.54	0.81	0.77	0.69
εl_{mt}	0.78	1.00	0.62	0.83	0.79	0.59
εk_{mt}	0.54	0.62	1.00	0.54	0.60	0.35
εy_{et}	0.81	0.83	0.54	1.00	0.87	0.83
εl_{et}	0.77	0.79	0.60	0.87	1.00	0.70
εk_{et}	0.69	0.59	0.35	0.83	0.70	1.00

Las bandas de confianza para las correlaciones instantáneas al 95% son $\pm 2 * DT = \pm 2 / \sqrt{n} = \pm 0.41$ y al 99% son $\pm 2.48 * DT = \pm 2.48 / \sqrt{n} = \pm 0.48$

Modelo estructural:

Utilizando el supuesto del marco teórico se estima la matriz de efectos instantáneos. Los resultados de la matriz V son:

$$V = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & -1.23 & 0.00 & 0.00 & -2.34 \\ 0.00 & 1.00 & -2.11 & 0.00 & 0.00 & -2.21 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & -1.06 & 1.00 & 0.00 & -2.36 \\ 0.00 & 0.00 & -1.38 & 0.00 & 1.00 & -2.22 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix}$$

Premultiplicando los residuos del modelo por V se obtienen los residuos ortogonalizados. A continuación se presenta su matriz de correlaciones instantáneas:

Tabla 15. Matriz de correlaciones residuales instantáneas

$\hat{\rho}_{\varepsilon_i \varepsilon_j}$	εy_{ct}	εl_{ct}	εk_{ct}	εy_{et}	εl_{et}	εk_{et}
εy_{ct}	1.00	0.54	-0.04	0.32	0.42	-0.05
εl_{ct}	0.54	1.00	0.01	0.56	0.53	-0.01
εk_{ct}	-0.04	0.01	1.00	-0.02	-0.04	0.23
εy_{et}	0.32	0.56	-0.02	1.00	0.52	-0.10
εl_{et}	0.42	0.53	-0.04	0.52	1.00	-0.07
εk_{et}	-0.05	-0.01	0.23	-0.10	-0.07	1.00

Como todas las correlaciones instantáneas en las filas y columnas de los residuos de los capitales son estadísticamente 0, entonces, con dicha matriz V se puede encontrar las respuestas del análisis.

Premultiplicando el modelo por V se encuentra el modelo estructural que se presenta en la tabla (16)

Tabla 16. Modelo VEC estructural

	∇y_{mt}	∇l_{mt}	∇k_{mt}	∇y_{et}	∇l_{et}	∇k_{et}
μ	-0.01	-0.02	0.00	0.00	-0.01	0.00
$ecm1_{t-1}$	0.00	0.76	0.00	0.00	0.00	0.00
$ecm2_{t-1}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.44	0.00
$ecm3_{t-1}$	-0.76	0.00	0.00	0.27	0.00	0.00
∇y_{mt-1}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.23	0.00
∇l_{mt-1}	0.00	0.00	0.00	0.14	0.00	0.00
∇k_{mt-1}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
∇y_{et-1}	-0.55	-0.03	0.16	-0.53	0.13	0.15
∇l_{et-1}	0.42	0.37	0.00	0.00	0.00	0.00
∇k_{et-1}	-2.39	-2.88	0.65	-2.30	-2.41	0.68
∇k_{mt}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
∇k_{et}	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Listado de Tablas.**Tabla 1. Efectos del stock de capital de cada CCAA sobre la Producción**

t	Efectos de shock en CCAA sobre la propia CCAA				Efectos de shock en CCAA sobre el resto de España			
	Producción (%)		Producción (millones de euros)		Producción (%)		Producción (millones de euros)	
	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña
0	0.60	1.20	470.79	483.43	0.62	1.07	1509	2925
1	0.84	1.81	540.39	668.56	0.83	1.35	2123	3477
2	0.89	2.11	439.96	713.61	0.99	1.57	2358	3765
3	1.00	2.02	462.39	620.81	1.01	1.71	2192	3804
4	0.99	2.08	481.73	579.65	1.04	1.73	2098	3570
5	1.02	2.05	444.76	518.97	1.04	1.73	1996	3304
6	1.01	2.03	400.13	463.77	1.04	1.72	1846	3032
7	1.01	2.00	373.94	412.84	1.04	1.71	1682	2775
8	1.01	1.98	349.26	368.62	1.04	1.70	1539	2533
20	1.00	1.94	130.42	99.24	1.03	1.67	532	862

Tabla 2. Efectos del stock de capital de cada CCAA sobre el Empleo

t	Efectos de shock en CCAA sobre la propia CCAA				Efectos de shock en CCAA sobre el resto de España			
	Empleo (%)		Empleo (miles de personas)		Empleo (%)		Empleo (miles de personas)	
	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña
0	0.51	2.11	7.85	13.80	0.90	1.38	29.58	45.80
1	0.91	3.06	12.84	16.76	1.56	2.25	67.93	64.90
2	1.29	3.38	14.12	15.30	1.74	2.61	70.87	64.47
3	1.42	3.35	11.07	12.51	1.85	2.71	63.32	56.86
4	1.59	3.18	10.40	9.83	1.88	2.71	55.01	48.51
5	1.60	2.96	9.91	7.62	1.87	2.65	48.07	40.17
6	1.64	2.77	8.49	5.98	1.86	2.58	40.50	33.36
7	1.63	2.63	7.02	4.77	1.84	2.52	33.42	27.76
8	1.63	2.54	5.97	3.88	1.83	2.47	27.56	23.22
20	1.61	2.48	0.84	0.62	1.77	2.39	2.86	3.93

Tabla 3. Efectos del stock de capital del resto de España sobre cada CCAA

Shock en capital del resto de España								
	Empleo (%)		Empleo (miles de personas)		Producción (%)		Producción (millones de euros)	
t	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña	Madrid	Cataluña
0	2.38	2.22	3.16	3.25	2.95	2.34	191.71	164.57
1	4.45	5.32	5.25	6.53	3.39	3.68	207.31	235.94
2	5.34	7.04	5.51	7.13	3.45	4.93	195.75	288.88
3	5.53	8.01	4.90	6.69	4.01	4.91	210.45	262.07
4	6.35	8.35	4.79	5.78	3.91	5.15	188.46	251.01
5	6.31	8.32	4.01	4.79	4.09	5.08	180.56	226.18
6	6.57	8.17	3.49	3.94	4.08	4.98	163.77	203.54
7	6.58	7.95	2.90	3.23	4.11	4.94	149.82	185.23
8	6.63	7.77	2.42	2.66	4.12	4.86	135.49	167.30
20	6.64	7.62	0.19	0.42	4.12	4.82	33.32	65.55

Tabla 4. Previsión de los ratios de productividad en cada CCAA y el resto de España

	Previsión de los ratios (Y/L) CCAA - resto de España							
	Madrid				Cataluña			
	2009	2008	2007	2006	2009	2008	2007	2006
2010	1.170	1.197	1.246	1.239	1.148	1.266	1.298	1.280
2011	1.147	1.187	1.251	1.243	1.158	1.266	1.308	1.289
2012	1.124	1.176	1.257	1.247	1.175	1.272	1.315	1.294
2013	1.101	1.166	1.262	1.251	1.184	1.275	1.324	1.303
2014	1.079	1.156	1.268	1.255	1.190	1.279	1.330	1.310
2015	1.058	1.146	1.274	1.259	1.191	1.278	1.333	1.315
2016	1.037	1.136	1.280	1.263	1.187	1.276	1.336	1.320
2017	1.016	1.126	1.285	1.267	1.179	1.271	1.336	1.323
2018	0.996	1.116	1.291	1.271	1.169	1.265	1.335	1.324
2019	0.976	1.107	1.297	1.275	1.157	1.258	1.334	1.325
2020	0.957	1.097	1.303	1.279	1.145	1.251	1.331	1.325
2030	0.782	1.005	1.363	1.320	1.003	1.163	1.295	1.300

Tabla 5. Previsión de los ratios de productividad en cada CCAA y el resto de España ante un shock en el capital de cada CCAA

	Previsión de los ratios (Y/L) CCAA - resto de España (shock en kc)							
	Madrid				Cataluña			
	2009	2008	2007	2006	2009	2008	2007	2006
2010	1.150	1.203	1.254	1.249	1.144	1.262	1.294	1.276
2011	1.129	1.195	1.258	1.256	1.153	1.261	1.302	1.284
2012	1.093	1.174	1.255	1.259	1.172	1.268	1.312	1.290
2013	1.074	1.165	1.255	1.262	1.180	1.272	1.320	1.299
2014	1.050	1.151	1.251	1.261	1.189	1.277	1.328	1.308
2015	1.031	1.141	1.249	1.261	1.190	1.278	1.333	1.315
2016	1.012	1.129	1.245	1.260	1.187	1.276	1.336	1.321
2017	0.994	1.119	1.240	1.257	1.181	1.273	1.337	1.324
2018	0.976	1.107	1.235	1.254	1.171	1.267	1.337	1.326
2019	0.958	1.096	1.230	1.250	1.159	1.261	1.336	1.327
2020	0.940	1.084	1.223	1.245	1.147	1.253	1.334	1.327
2030	0.755	0.945	1.125	1.159	1.004	1.165	1.297	1.302

Tabla 6. Previsión de los ratios de productividad en cada CCAA y el resto de España ante un shock en el capital del resto de España

	Previsión de los ratios (Y/L) CCAA - resto de España (shock en ke)							
	Madrid				Cataluña			
	2009	2008	2007	2006	2009	2008	2007	2006
2010	1.153	1.207	1.257	1.252	1.146	1.264	1.297	1.278
2011	1.136	1.202	1.265	1.263	1.159	1.267	1.309	1.290
2012	1.092	1.173	1.253	1.258	1.177	1.274	1.318	1.296
2013	1.083	1.175	1.266	1.273	1.178	1.269	1.317	1.296
2014	1.052	1.153	1.253	1.264	1.188	1.276	1.327	1.307
2015	1.037	1.147	1.255	1.268	1.188	1.275	1.330	1.312
2016	1.016	1.133	1.249	1.264	1.185	1.274	1.334	1.318
2017	0.998	1.123	1.245	1.263	1.180	1.272	1.337	1.323
2018	0.980	1.112	1.240	1.259	1.171	1.267	1.337	1.326
2019	0.962	1.100	1.234	1.255	1.160	1.261	1.337	1.328
2020	0.944	1.089	1.228	1.250	1.148	1.255	1.335	1.329
2030	0.760	0.949	1.130	1.164	1.019	1.176	1.304	1.308